Feuille 2 : Révisions Électromagnétisme - Chimie

Chapitres à réviser :

- Electromagnétisme : Électrostatique - Magnétostatique - Équations de Maxwell - Ondes dans le vide - Energie - Ondes dans les métaux, plasmas.
- Chimie : Thermochimie - Atomistique - Cristallographie.

Revoir les questions de cours des thèmes Electromagnétisme - Chimie (disponibles sur le site de la classe)

1 Câble coaxial - CCINP

Un câble coaxial est formé d'un cylindre intérieur de rayon a porté au potentiel V_1 et de charge linéique λ, et d'un cylindre extérieur de rayon b porté au potentiel V_2. Les deux cylindres sont supposés très longs. Entre les deux se trouve un matériau isolant (la gaine) dont la permittivité sera assimilé à celle du vide ε_0. On se place en coordonnées cylindriques.

1. Donner la loi locale de Maxwell-Gauss dans la gaine et en déduire le théorème de Gauss.
2. Étudier les symétries et invariances de $\overrightarrow{E}$.
3. Calculer $\overrightarrow{E}$ en tout point de la gaine.
4. Calculer $V_1 - V_2$ et en déduit la capacité linéique du câble.
5. La calculer avec $\lambda = 1$nC/m, $\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}$ F/m, $a = 0{,}5$ mm et $b = 1{,}75$ mm.

2 Électromagnétisme - CCINP

Pour un champ $\overrightarrow{A} = A\,\overrightarrow{u_\theta}$, on donne :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{A} = \frac{\partial A}{\partial z}\,\overrightarrow{u_r} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial(rA)}{\partial r}\,\overrightarrow{u_z}$$

1. Déterminer le champ magnétique créé par une bobine très longue de rayon R comportant n spires par unité de longueur et parcourue par un courant permanent d'intensité I.
2. On a maintenant $i(t) = I_0\cos(\omega t)$ avec $\omega R \ll c$. On suppose l'expression de $\overrightarrow{B}$ toujours valable. Calculer le champ électrique dans la bobine, supposé de la forme : $\overrightarrow{E} = E\,\overrightarrow{u_\theta}$.
3. Comparer les densités d'énergie électrique u_e et magnétique u_m.
4. Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers le cylindre de rayon R et de hauteur h. Conclure par un bilan énergétique complet.

3 Électromagnétisme - Centrale

On s'intéresse au champ magnétique terrestre : on modélise la terre comme un dipôle magnétique aligné selon l'axe des pôles et orienté du nord vers le sud.

1. Représenter le modèle et tracer qualitativement quelques lignes de champ.
2. On donne les coordonnées GPS de Châtenay-Malabry : latitude N 48,75°, longitude E 2,26°, altitude h = 104 m. Champ magnétique mesuré : $B = 4{,}7.10^{-5}$ T. En déduire le moment magnétique terrestre M.
3. On considère une aiguille aimantée, de moment magnétique $\overrightarrow{m}$, de moment d'inertie J, pouvant tourner autour d'un axe vertical. On la place dans le champ magnétique créé par un système

de deux bobines de Helmholtz où B est d'intensité 100 μT et orienté parallèlement à la composante horizontale B_h du champ magnétique terrestre. On relève la période T_1 des oscillations de l'aiguille. On inverse ensuite le sens du courant dans les bobines et on relève la période T_2 des oscillations de l'aiguille. On mesure :

$$\frac{T_1}{T_2} = 0{,}78$$

En déduire la valeur de la composante horizontale B_h du champ magnétique terrestre.

<u>Données</u> :

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}, rayon terrestre $R = 6380$ km.
Latitude : position en degrés du parallèle du lieu (0° à l'équateur, +90° au pôle Nord).
Longitude : position en degrés du méridien du lieu.
Champ magnétique créé par un dipôle $\overrightarrow{M}$ en un point $\overrightarrow{r}$:

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\,(\overrightarrow{M}.\overrightarrow{r}\,)\,\overrightarrow{r} - r^2\,\overrightarrow{M}}{r^5}$$

Couple subit par un dipôle magnétique $\overrightarrow{m}$ dans un champ extérieur $\overrightarrow{B_e}$: $\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B_e}$

4 Électromagnétisme - Mines

Deux plaques infinies d'épaisseur e sont collées l'une contre l'autre. Pour $z \in [-e, 0]$, la plaque est chargée en volume avec une densité volumique uniforme $-\rho_0$. Pour $z \in [0, e]$, la densité est $+\rho_0$. Déterminer le champ $\overrightarrow{E}$ et le potentiel V en tout point de l'espace.

Suggestion : utiliser une équation locale, le théorème de superposition et analyser le champ créé par chaque plaque en son centre.

5 Électromagnétisme - CCINP

En utilisant les deux équations locales de l'électrostatique, montrer que le champ électrique, dans une région vide de charges où les lignes de champ sont parallèles, est uniforme.

6 Électromagnétisme - CCINP

On considère deux plans métalliques parfaits parallèles entre eux et situés en $x = 0$ et $x = a$. Une onde électromagnétique se propage entre ces deux plan, le milieu étant assimilé au vide. Le champ électrique de l'onde est donné par :

$$\overrightarrow{E} = E_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \exp(i(\omega t - kz))\,\overrightarrow{u_y}$$

1. Déterminer le champ $\overrightarrow{B}$ associé à cette onde.
2. Quelle équation $\overrightarrow{E}$ vérifie-t-il ? Déterminer la relation de dispersion reliant k et ω.
3. On ferme le guide par une paroi parfaitement conductrice en $z = L$, ce qui produit une onde réfléchie.
   a) Donner la forme du champ électrique réfléchi et déterminer précisément ce champ réfléchi en utilisant les conditions aux limites sur la paroi réfléchissante.
   b) Montrer que l'onde résultante est stationnaire.

7 Condensateur - Mines / Ponts

On dispose de deux plaques chargées circulaires, de même rayon R, placées en $z = e/2$ et en $z = -e/2$. On néglige les effets de bords. La plaque située en $z = -e/2$ est au potentiel V_0 et celle en $z = e/2$ est au potentiel $-V_0$. On suppose que le champ électrique est nul en dehors des plaques ($z < -e/2$ et $z > e/2$). On donne la relation de passage :

$$\overrightarrow{E}(M_2) - \overrightarrow{E}(M_1) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\overrightarrow{n_{12}}$$

1. Calculer la capacité de ce condensateur.
2. On place désormais des anions et des cations entre les 2 plaques du condensateur. Ils sont à la température T et on note $n_-(z)$ et $n_-(z)$ respectivement le nombre d'anions par unité de volume et le nombre de cations par unité de volume.

   On suppose que :

   $$V(z=0) = 0 \quad ; \quad \lim_{z\to 0} n_-(z) = n_0 \quad \text{et} \quad \lim_{z\to 0} n_+(z) = n_0$$

   On note $\rho(z)$ la densité volumique de charge et $V(z)$ le potentiel en z et on suppose que les anions et cations obéissent à la statistique de Boltzmann.

   a) Déterminer la relation entre $\rho(z)$, k_B, T et $V(z)$.

   b) On suppose que $e|V(z)| \ll k_BT$. Déterminer la nouvelle capacité du condensateur.

8 Électromagnétisme CCINP

Une onde électromagnétique plane, progressive, harmonique se propage dans un plasma contenant N électrons par unité de volume. Son champ électromagnétique s'écrit :

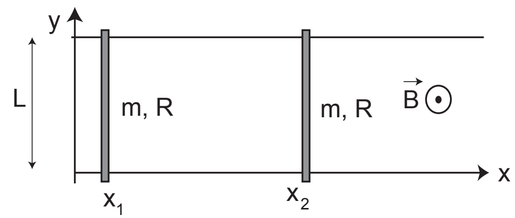
$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_m}\,e^{i(\omega t - kz)} \qquad \overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_m}\,e^{i(\omega t - kz)} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{E_m} = E_m\,\overrightarrow{e_z}$$

Données : $c = 3.10^8$ m.s^{-1}, $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}, $e = 1{,}6.10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg, $N = 10^{20}$ m^3

1. À quelle condition peut-on négliger la force magnétique devant la force électrique ? On se placera dans ce cas pour la suite. On suppose de plus que le plasma est dilué et que le mouvement des ions est négligeable.
2. Calculer la densité volumique de courant $\overrightarrow{j}$.
3. Déterminer l'équation de propagation du champ électrique $\overrightarrow{E}$ à l'aide des équations de Maxwell. En déduire l'équation de dispersion.
4. En déduire une fréquence limite f_{lim} et étudier les deux cas : $f < f_{lim}$ et $f > f_{lim}$. Déterminer la vitesse de groupe et la vitesse de phase dans ce dernier cas.

9 Induction - Centrale

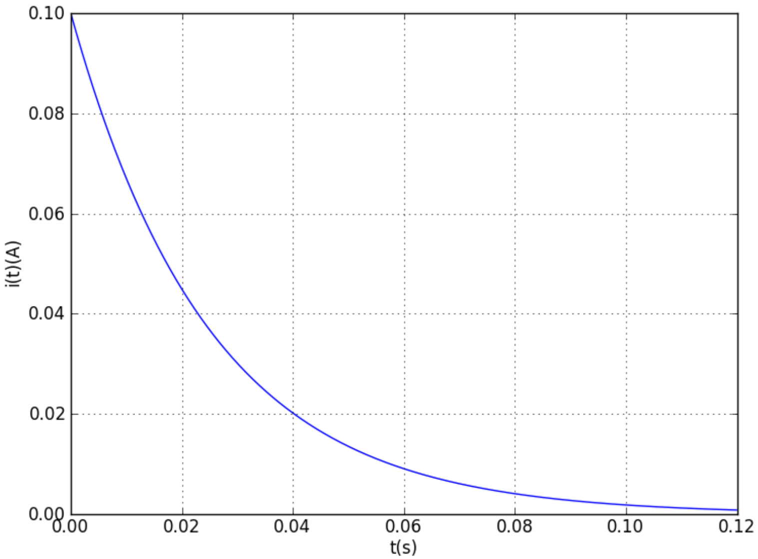
On considère deux rails parallèles fixes selon Ox, de résistance négligeable, distants de $L = 15$ cm. Deux rails mobiles de résistance $R = 50$ mΩ, de masse $m = 5$ g sont posés sur les premiers parallèlement à Oy. Il n'y a pas de frottement. Le tout est plongé dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B_0\,\overrightarrow{u_z}$.



Initialement $\dot{x}_1(t=0) = v_0$ et $\dot{x}_2(t=0) = 0$.

1. Déterminer les équations couplée vérifiées par les vitesses v_1 et v_2 et en donner la solution.

2. On donne ci-contre l'intensité dans le circuit en fonction du temps. Déterminer par lecture graphique v_0 et B_0.



3. Montrer que l'énergie mécanique du système se transforme en chaleur par effet Joule.

10 Moments dipolaires électriques - Centrale

Sans préparation. Exercice très proche du cours mais il faut bien avoir ce cours en tête : réviser le chapitre sur les dipôles.

On considère deux molécules A_1 et A_2 ayant des moments dipolaires $\overrightarrow{p_1}$ et $\overrightarrow{p_2}$. $\overrightarrow{p_1}$ est un moment permanent tandis que $\overrightarrow{p_2}$ est un moment induit dont l'expression est :

$$\overrightarrow{p_2} = \alpha\varepsilon_0 \overrightarrow{E}_{1\to 2}$$

où α est la polarisabilité.

1. Quel est le sens physique de α ? Quelle est sa dimension ?
2. Determiner $\overrightarrow{E}_{1\to 2}$.
3. Déterminer l'énergie potentielle U d'interaction entre les deux molécules.

11 Électromagnétisme - Thermodynamique - Centrale

Une OPPM de vecteur $\overrightarrow{E} = E_{0i} \exp i(\omega t - k_i z) \overrightarrow{e_x}$ arrive en incidence normale depuis le vide ($z < 0$) sur un métal occupant le demi-espace $z > 0$. Caractéristiques du métal : conductivité électrique γ, conductivité thermique κ, masse volumique μ, capacité calorifique massique c. Dans le métal, on note $\overrightarrow{j_e}$ et $\overrightarrow{j_Q}$ les vecteurs densité de courant électrique et thermique.

On étudie la variation de température à l'intérieur du métal. On suppose que la densité volumique de charges $\rho_e = 0$ et que $\|\overrightarrow{j}_{\text{deplact}}\| \ll \|\overrightarrow{j_e}\|$ (densité de courant de déplacement négligeable).

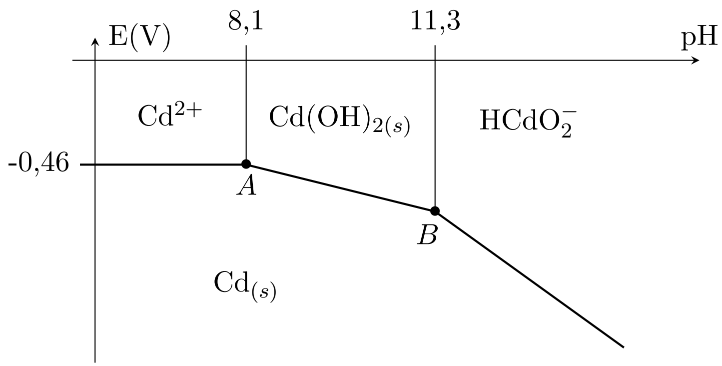
1. Établir l'équation de propagation du champ électromagnétique dans le métal.
2. Montrer que $\overrightarrow{E} = E_0 \exp(-z/\delta) \exp i(\omega t - z/\delta) \overrightarrow{e_x}$ (E_0 constante) est solution de cette équation. Déterminer δ en fonction de ω, γ et μ_0.
3. Quelle est la signification de $\overrightarrow{j_e}.\overrightarrow{E}$? Calculer $\overrightarrow{j_e}.\overrightarrow{E}$ puis sa moyenne temporelle notée p.
4. On s'intéresse maintenant à l'aspect thermique. On suppose que ω est assez grand pour pouvoir assimiler l'effet de $\overrightarrow{j_e}.\overrightarrow{E}$ à celui de p. On se place en régime permanent.

a) Quelle est la relation entre $j_Q(z)$ et p en fonction des données de l'énoncé ?

b) Déterminer $T(z)$ dans le métal sachant que $T \to T_0$ si $z \to +\infty$.

12 Diagramme potentiel-pH du cadmium

On donne le diagramme potentiel-pH du cadmium pour une concentration de tracé $C_{tra} = 1{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1}



1. Déterminer le potentiel standard $E^0(Cd^{2+}/Cd)$.
2. Écrire les équations bilans des réactions entre Cd^{2+} et $Cd(OH)_{2(s)}$, puis entre $Cd(OH)_{2(s)}$ et $HCdO_2^-$. Calculer leurs constantes d'équilibre.
3. Quelle est la pente du segment AB ?
4. Le cadmium peut-il réagir sur l'eau ?