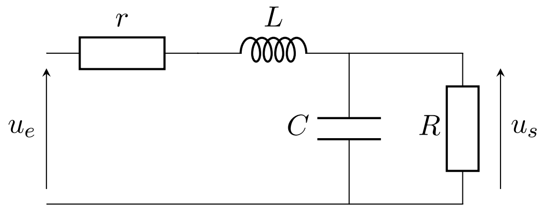
# TD n°2 : Action d'un filtre sur un signal

## 1

On suppose que le circuit ci-dessous est alimenté par une tension d'entrée $e(t)$ sinusoïdale de pulsation $\omega$ réglable : $e(t) = E\sin(\omega t)$.




On supposera que $r = R$ et que $rC = L/R = \tau$.

1. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{u_s}(t)/\underline{u_e}(t)$ et la mettre sous la forme :

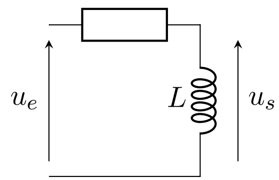
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\tau\omega - \tau^2\omega^2/2}$$

2. $u_s(t)$ peut-elle être en phase avec $e(t)$ ? En opposition de phase ? En quadrature avance ? En quadrature retard ? Dans le cas où un tel déphasage est possible, déterminer la pulsation permettant de l'observer.
3. Déduire des questions précédentes l'équation différentielle reliant $u_s(t)$ et $e(t)$ en régime quelconque.

   $e(t)$ est maintenant un échelon de tension : $e(t) = 0$ si $t < 0$ et $e(t) = E$ (constant) si $t \geqslant 0$.
4. En analysant le comportement des différents composants du circuit, déterminer $u_s(0^+)$ et $\dot{u}_s(0^+)$. Trouver l'expression de $u_s(t)$ pour $t \geqslant 0$. Vers quelle valeur tend $u_s(t)$ lorsque $t \to +\infty$ ? Était-ce prévisible en analysant le circuit ?

## 2 Réponse d'un filtre $RL$

On considère le filtre de la figure ci-dessous.

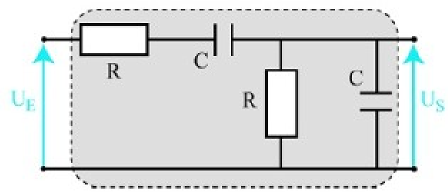



Calculer sa pulsation caractéristique $\omega_0$ puis déterminer l'allure du signal de sortie lorsque celui-ci est alimenté par :

1. un signal triangulaire de pulsation $\omega \ll \omega_0$.
2. Un signal triangulaire de pulsation $\omega \gg \omega_0$.

## 3 Filtre de Wien

On considère le quadripôle de la figure ci-dessous, appelé filtre de Wien.




1. Sans calculer la fonction de transfert, déterminer la nature du filtre en étudiant son comportement en basse et en haute fréquence.

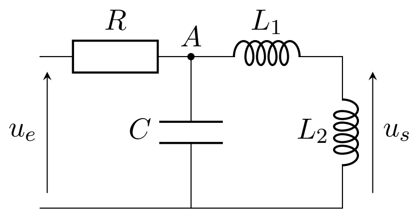
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{U}_s/\underline{U}_e$ de ce filtre. On posera $\omega_0 = 1/RC$.
3. Donner en particulier la pulsation $\omega_M$ du maximum de $|\underline{H}|$. Déterminer le facteur de qualité $Q$ ainsi que la bande passante de ce filtre.

# 4 Filtre de Hartley

Déterminer la fonction de transfert du filtre de Hartley ci-dessous et la mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

On précisera les expressions de $H_0$, $\omega_0$ et $Q$.

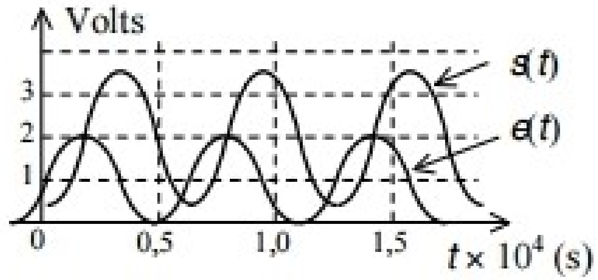



Indication : on pourra utiliser judicieusement la loi des nœuds à l'aide des potentiels en $A$ ainsi que le théorème pont diviseur de tension.

# 5 Analyse d'un filtre

Soit un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{G}{1 + 2\xi j\omega/\omega_0 - (\omega/\omega_0)^2}$$




Le signal d'entrée est $e(t) = E_0 + E_1 \sin(\omega t)$ avec $E_0 = E_1 = 1$ V. La réponse $s(t)$ est observée à l'oscilloscope. Déterminer $G$. Après avoir étudié le déphasage produit par le filtre, déterminer $\xi$ et $\omega_0$.

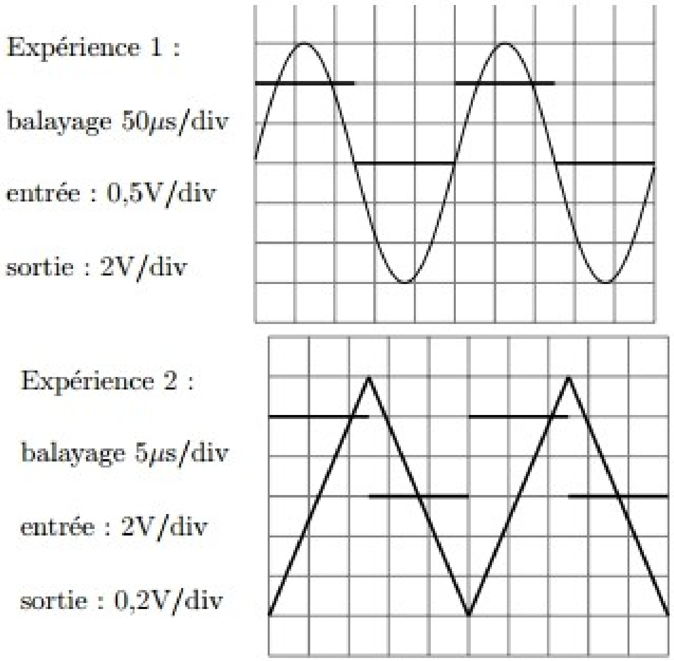
# 6 Détermination des paramètres d'un filtre

On s'intéresse à un filtre passe-bande de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

dont on cherche les caractéristiques $H_0$, $\omega_0$ et $Q$. On suppose que ce filtre est sélectif ($Q$ grand devant 1).

Pour ceci, on lui impose un signal d'entrée $u_e(t)$ créneau, de la forme $u_e(t) = E$ sur une demi-période et $u_e(t) = 0$ sur l'autre demi-période, pour deux fréquences différentes. On observe $u_e(t)$ ainsi que la réponse du filtre sur un oscilloscope.




On donne la série de Fourier du signal créneau :

$$F(t) = \frac{E}{2} + \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{2E}{\pi(2p+1)} \sin[\,(2p+1)\omega t]$$

1. Déduire du premier oscillogramme les valeurs de $\omega_0$ et $H_0$
2. En analysant le second oscillogramme, en déduire la valeur de $Q$.
3. Donner l'allure du signal de sortie pour une fréquence $f = 400$ Hz.

# 7 Identification de filtres

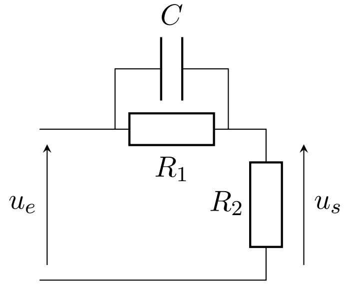
On envoie à l'entrée d'un filtre le signal créneau de fréquence $f_e$ représenté par la trace (a) dans la figure donnée page 4. 3 filtres différents, dont la liste est établie ci-dessous ont été utilisés ; les signaux de sortie correspondant sont représentés par les traces de (b), (c) et (d).

Associer chaque filtre à un signal de sortie en justifiant précisément la réponse.

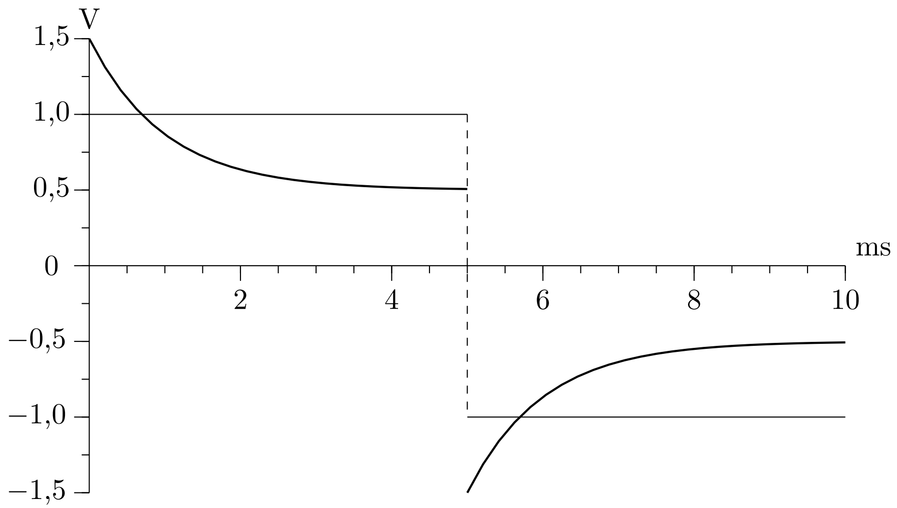
1. Filtre 1 : Filtre passe bas d'ordre 1 avec $f_c = 0{,}1\times f_e$.
2. Filtre 2 : Filtre passe bas d'ordre 2 avec $f_0 = f_e$ et $Q = 1{,}4$.
3. Filtre 3 : Filtre passe bande d'ordre 2 avec $f_0 = f_e$ et Q = 5.

# 8 Réponse d'un filtre à un créneau

Soit le filtre représenté ci-dessous :




1. Étudier le comportement basse et haute fréquence de ce filtre.
2. On prend $R_1 = 10$ kΩ. Déterminer $R_2$ et $C$ à l'aide de l'oscillogramme donné ci-dessous.




**Figures de l'exercice 7**