

DM n°5

Pour le vendredi 22 octobre 2021

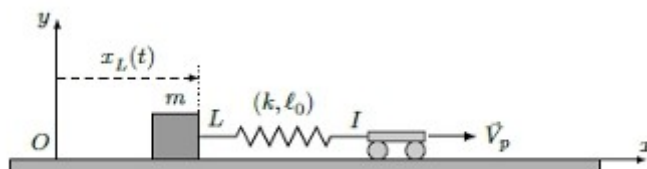
1 Cristallographie

La masse volumique du rhodium cristallisé est : $\rho = 12,4 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$. Son réseau cristallin est de type cubique faces centrées et sa masse molaire est $M(\text{Rh}) = 102,9 \text{ g.mol}^{-1}$.

1. Représenter une maille cubique. En déduire la longueur a de l'arête de cette maille ainsi que le rayon métallique R des atomes de rhodium.
2. Quelle est la coordinence d'un atome de rhodium dans ce réseau ?
3. Calculer la compacité C de ce réseau cristallin.
4. Calculer la taille maximale r_M que doit présenter un atome métallique susceptible d'occuper (sans déformation) les sites octaédriques O du réseau. Même question si cet atome est susceptible d'occuper les sites tétraédriques T.
5. Déterminer la nouvelle compacité C qu'on obtiendrait en occupant tous les sites O du réseau c.f.c. du rhodium par des atomes de rayon r_M .

2 Étude du phénomène de « stick-slip » (ou « collé-glissé »)

Dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ supposé galiléen et muni du repère (Oxy) on étudie la dynamique d'un système masse-ressort représenté sur la figure ci-dessous. Une masse m est placée sur un support horizontal et elle est attachée en L à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . L'autre extrémité I du ressort est attachée à un chariot télécommandé, animé d'un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{V}_p = V_p \vec{e}_x$ avec $V_p > 0$.



L'action du support sur la masse m est modélisée par une force $\vec{R} = T \vec{e}_x + N \vec{e}_y$ obéissant aux lois suivantes :

- la masse m ne glisse pas sur le support tant que $|T| < F_p$ où F_p est une constante (qui est une donnée du problème) ;
- lorsque la masse m glisse sur le support, la force $T \vec{e}_x$ s'oppose au glissement et $|T| = (1 - \varepsilon) F_p$ où ε est une constante telle que $0 < \varepsilon < 1$.

- 1) À l'instant $t = 0$, on a $x_L(0) = 0$. Exprimer la longueur $\ell(t)$ du ressort pour $t > 0$, en fonction de ℓ_0 , V_p , $x_L(t)$ et t , sachant que $\ell(0) = \ell_0$.
- 2) On suppose de plus que $\dot{x}_L(0) = 0$. Montrer que l'évolution du système pour $t > 0$ commence nécessairement par une phase dans laquelle la masse m ne glisse pas sur le support. Il s'agit d'une phase de "stick" ou "collé" : le ressort se tend mais la masse ne bouge pas. Déterminer à quel instant t_0 se termine cette phase.
- 3) Établir l'équation du mouvement de la masse m lors de la phase suivante (phase de "slip" c'est à dire de "glissement"). Identifier la pulsation propre ω_0 du système.

- 4) La solution de l'équation précédente s'écrit sous la forme :

$$x_L(t') = C_1 \cos(\omega_0 t') + C_2 \sin(\omega_0 t') + V_p t' + C_3 \quad \text{avec} \quad t' = t - t_0$$

Déterminer les expressions des constantes C_1 , C_2 et C_3 correspondant à cette phase du mouvement.

- 5) Une simulation numérique permet de représenter l'évolution de la solution mathématique $x_L(t')$ précédente pour différentes valeurs de la vitesse du chariot V_p . Les paramètres choisis pour réaliser cette simulation sont :

$$\varepsilon = 0,15 \quad \frac{F_p}{k} = 1,0 \text{ mm} \quad \omega_0 = 1,0 \times 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$$

Les courbes correspondant à $V_p = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$ et $V_p = 20 \text{ m.s}^{-1}$ sont reproduites sur les figures A et B du document-réponse. Ces courbes sont accompagnées des portraits de phase du système, pour lesquels on représente $v_L(t') = \frac{dx_L}{dt'}(t')$ en fonction de $\ell(t') - \ell_0$.

- Faire apparaître sur chacun des deux portraits de phase du document-réponse le point représentatif de l'instant $t' = 0$. Indiquer, en le justifiant, quel est le sens de parcours de ces portraits de phase.
- En justifiant votre raisonnement par des considérations graphiques précises, indiquer pour chacune des deux vitesses du chariot si la phase de "slip" perdure indéfiniment ou si elle cesse à un instant t'_1 que l'on identifiera clairement sur les courbes.
- Dans le(s) cas où la phase de "slip" cesse, représenter (directement sur les figures A et/ou B du document réponse) l'allure de la solution physique $x_L(t')$ réellement obtenue et du portrait de phase associé.

3 Quantificateur-codeur de type flash

On étudie ici le principe d'un quantificateur - codeur de type flash. Son atout est d'être très rapide mais son inconvénient est d'occuper beaucoup de place. Le modèle proposé est un montage permettant de coder sur $B = 4$ bits une tension échantillonnée u_n , qui est une valeur particulière d'une tension analogique, prélevée à un instant nT_e .

Un comparateur est représenté sur la FIGURE 1. C'est un circuit électronique qui ne prélève aucun courant sur ses deux bornes d'entrées - et + et délivre en sortie une tension $u_s = \pm V_{\text{sat}}$ (où $V_{\text{sat}} > 0$ est une tension caractéristique du comparateur, qui vaut environ 13 V) en fonction du signe de sa tension différentielle d'entrée $\varepsilon = V_+ - V_-$, selon la loi :

$$u_s = \text{sgn}(\varepsilon) V_{\text{sat}}$$

où sgn est la fonction "signe" : $\text{sgn}(x) = +1$ si $x \geq 0$ et $\text{sgn}(x) = -1$ si $x < 0$.

Le schéma du quantificateur-codeur est donné sur la FIGURE 2. Il comporte des résistances électriques R une source de tension constante $V_{\text{ref}} = +5 \text{ V}$ ainsi que 4 comparateurs.

Sur le schéma de la FIGURE 2, les connexions électriques sont matérialisées par un point. Lorsque deux fils se croisent sans point il n'y a pas de noeud à ce niveau du montage, c'est à dire que les fils ne sont pas connectés. On suppose que le signal u_e est compris dans l'intervalle $[0 \text{ V}; 5 \text{ V}]$.

- Établir la valeur de la tension de sortie u_{s0} du premier comparateur en fonction de la valeur de u_n .

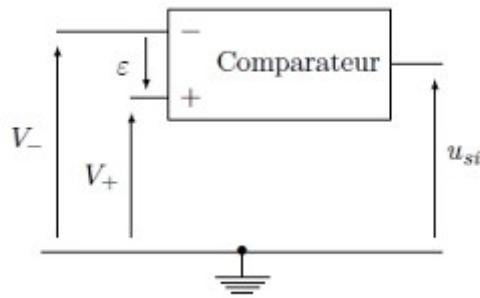


FIGURE 1 –

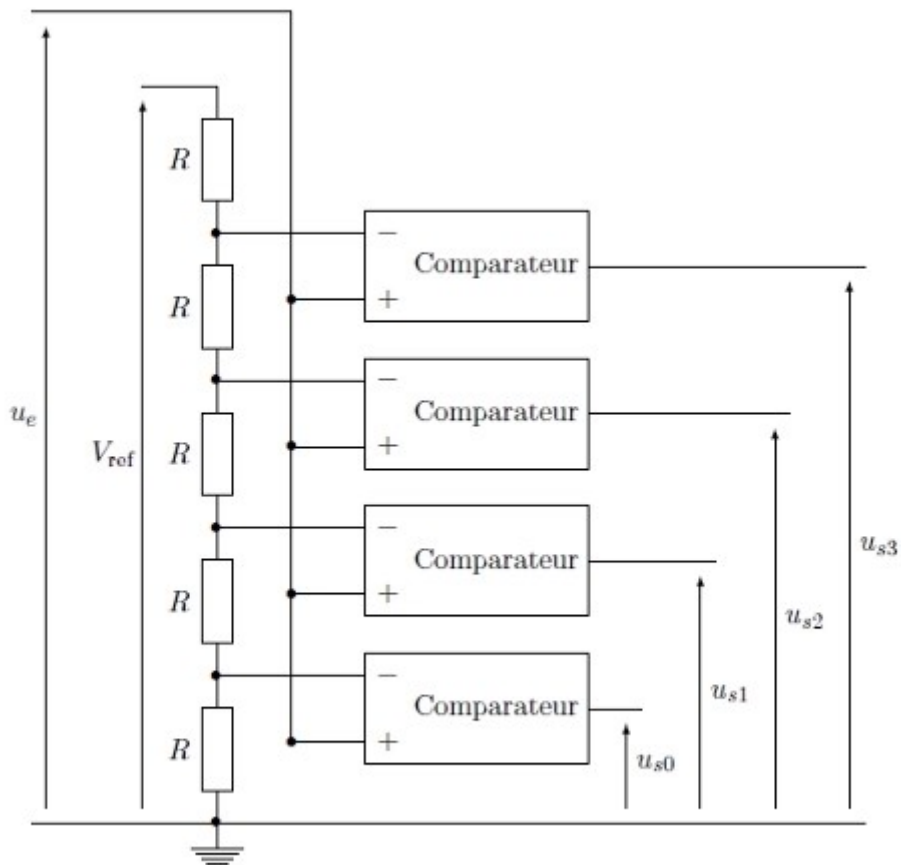


FIGURE 2 –

- 2) Faire la même chose pour la tension u_{s1} en sortie du second comparateur.
- 3) On convient de retenir le codage suivant pour les sorties des comparateurs : 0 lorsque $u_{si} = -V_{\text{sat}}$ et 1 lorsque $u_{si} = +V_{\text{sat}}$.

Proposer dans un tableau un état des 4 sorties en fonction de la valeur de u_n .

- 4) On convient de représenter l'état des 4 sorties sous la forme d'un quadruplet $b = (b_3 b_2 b_1 b_0)$,

avec $b_i \in \{0, 1\}$: b_i est le code attribué à la tension de sortie u_{si} à la question précédente.

Quel est alors le pas de quantification dans la transformation u_n en b ?