

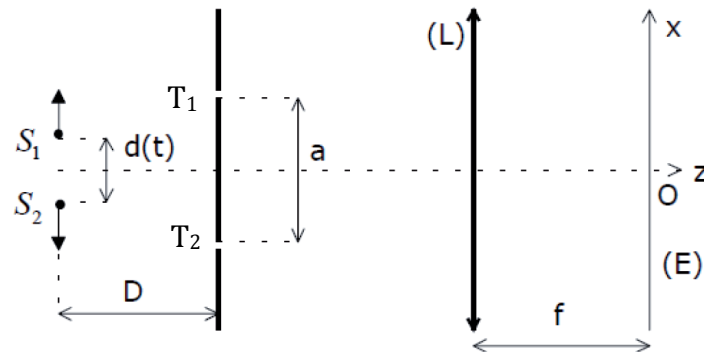
DM n°11

Pour le vendredi 11 février 2022

1 Trous d'Young avec sources en mouvement

On pourra utiliser : $\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$

On considère le dispositif des trous d'Young avec observation dans le plan focal image d'une lentille mince convergente (L). Le dispositif des trous est éclairé par deux sources ponctuelles S_1 et S_2 de même intensité, monochromatiques de même longueur d'onde λ , et qui se déplacent à une vitesse constante v symétriquement par rapport à l'axe Oz , selon l'axe Ox .



1. On considère la source S_1 seule, supposée à la distance $d/2$ de Oz .
 - a) Dessiner les rayons lumineux qui viennent se superposer en un point $M(x, y, 0)$ du plan focal image de (L).

- b) Calculer la différence de marche $\delta(M)$ entre ces deux rayons : un raisonnement précis est attendu. On exprimera δ en fonction de x , f' (distance focale image de (L)), a , D et d et on supposera que $|x| \ll f'$ et $|y| \ll f'$.
 - c) Dans le cas particulier où $D \gg a$ et $D \gg d$ donner l'expression approchée de $\delta(M)$. On gardera cette approximation pour la suite.

2. On considère à présent les deux sources S_1 et S_2 en mouvement à la vitesse constante v et on supposera que, à $t = 0$, $d(0) = 0$.

- a) Donner l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ qui résulte dans le plan focal image de (L), en la mettant sous la forme :

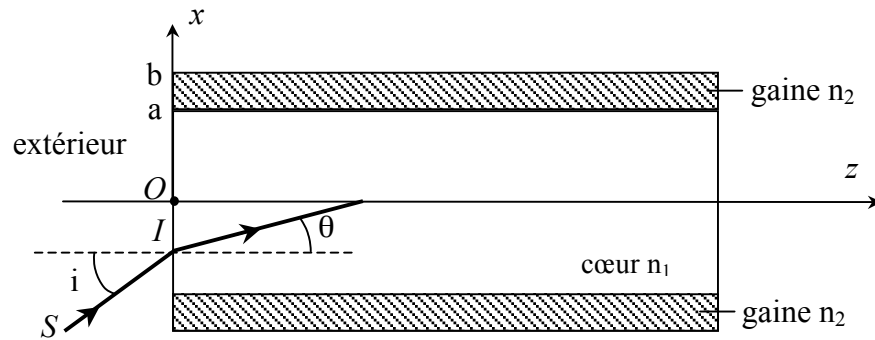
$$I(M) = 4I_0 \left[1 + V \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'}\right) \right]$$

et en donnant l'expression du facteur $V(t)$ en fonction du temps t .

- b) Calculer la périodicité temporelle T du brouillage des franges.
 - c) Sachant que la persistance rétinienne est de l'ordre de 1/10 secondes, estimer la vitesse maximum v_{max} des sources pour que le phénomène soit visible.

2 Transmission par fibre optique

Soit une fibre optique F constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1 , entouré d'une gaine d'indice $n_2 < n_1$ et de rayon extérieur b . Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires au cylindre d'axe Oz formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu d'indice n_0 . Pour les applications numériques, on supposera que $n_0 = 1,00$.

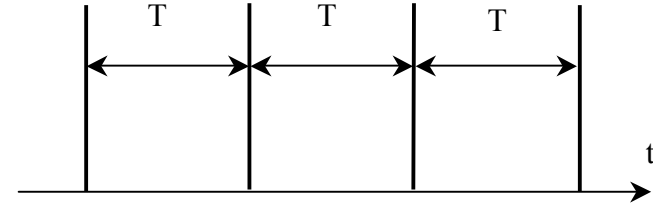


1. Un rayon lumineux SI contenu dans le plan xOz arrive en un point I sur la face d'entrée de la fibre. On appelle i l'angle d'incidence et θ l'angle de réfraction sur la face d'entrée.
 - a) Déterminer en fonction de n_0 , n_1 et n_2 la condition que doit satisfaire i pour que le rayon réfracté ait une propagation guidée dans le cœur, c'est à dire ne sorte pas de la fibre. La valeur maximale de i sera notée i_a (angle d'acceptance).
 - b) Calculer i_a pour une fibre d'indices $n_1 = 1,456$ et $n_2 = 1,410$.

Un problème qui se pose lorsqu'on veut transmettre des signaux lumineux dans les fibres est celui de leur élargissement temporel. On considère la fibre précédente et on suppose que la lumière incidente qui véhicule le signal définit un cône convergent de sommet O et de demi-angle au sommet égal à i_a .

2.
 - a) Calculer la différence $\delta\tau_{\max}$ des durées extrémales de propagation dans le cœur en fonction de la longueur L de la fibre, des indices n_1 et n_2 et de c (vitesse de la lumière dans le vide).
 - b) Calculer la différence $\delta\tau_{\max}$ pour $L = 1,0$ km, $n_1 = 1,456$ et $n_2 = 1,410$. On prendra $c = 3,0 \cdot 10^8$ m.s⁻¹.

On envoie à l'entrée de la fibre des impulsions lumineuses très brèves avec une période T .

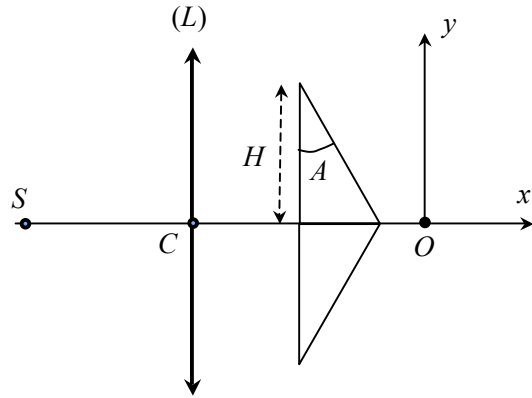


3. Quelle est la valeur minimale de T pour que les impulsions soient séparées à la sortie ? En transmission numérique, on exprime le résultat en nombre maximum d'éléments binaires (présence ou absence d'impulsion = bit) qu'on peut transmettre par seconde. Que vaut le débit (en bits par seconde) de cette fibre ? Le comparer au standard du téléphone Numéris (63 kb/s) et au standard télévision (100 Mb/s).

3 Biprisme de Fresnel

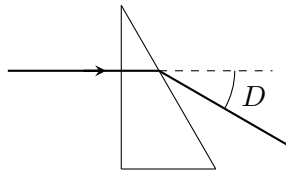
Un dispositif interférentiel comprend une source de lumière ponctuelle S émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 644$ nm et une lentille mince convergente (L) de centre C . La source S est placée au foyer objet de (L).

Deux prismes identiques, accolés par leurs bases sont placés symétriquement de part et d'autre de l'axe optique (Sx) de la lentille. Chacun des prismes possède un angle au sommet A que l'on supposera très petit ($A \ll 1$) et une hauteur H . On notera n l'indice optique du verre dans lequel les prismes sont taillés. Numériquement : $n = 1,500$.



Le faisceau émergent de la lentille couvre entièrement les deux prismes.

- 1) On étudie le faisceau lumineux qui passe à travers le prisme supérieur. Exprimer l'angle D (que l'on prendra positif) que font les rayons émergents avec l'axe (Sx) en fonction de A et n , en tenant compte de la très faible valeur de A . On supposera que l'indice de l'air est égal à 1,00.



Dans la suite de l'exercice, une vibration monochromatique en un point M et à l'instant t sera modélisée par une vibration scalaire $s(M, t)$ de la forme :

$$s(M, t) = A_m \cos(\omega t - \varphi(M))$$

où A_m représente l'amplitude réelle de cette vibration et $\varphi(M)$ sa phase au point M . On supposera que A_m est constante.

- 2) Considérons le repère $(Oxyz)$ où (Ox) est confondu avec l'axe optique de la lentille et où (Oy) est parallèle au plan de la lentille (voir figure ci-dessus). Soit M un point du faisceau lumineux qui émerge du prisme supérieur, $\varphi(M)$ la phase de l'onde en M et $\varphi(O)$ celle de l'onde en O . Montrer que le déphasage $\varphi(M) - \varphi(O)$ peut s'écrire :

$$\varphi(M) - \varphi(O) = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \overrightarrow{OM}$$

où $\vec{u}$ désigne le vecteur unitaire définissant la direction des rayons lumineux faisceau émergent du prisme supérieur.

On étudie maintenant les deux faisceaux lumineux issus de S qui traversent les deux prismes.

- 3) Montrer que ces deux faisceaux produisent des interférences dans une région de l'espace dont on déterminera la forme. Dans la suite, l'origine O du repère d'espace sera placée à l'intérieur de ce champ d'interférence, sur l'axe optique (Sx) de la lentille.
- 4) Montrer qu'en un point $M(x, y, z)$ du champ d'interférences, le déphasage entre les deux ondes s'écrit :

$$\varphi_1(M) - \varphi_2(M) = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \cdot \overrightarrow{OM} \approx -\frac{4\pi}{\lambda} (n-1)Ay$$

où $\vec{u}_1$ (respectivement $\vec{u}_2$) représente le vecteur unitaire caractérisant la direction des rayons lumineux qui émergent du prisme supérieur (reps. du prisme inférieur).

- 5) En déduire l'expression de l'intensité $I(M)$ en M en fonction de y . On notera I_0 l'intensité en $y = 0$. Quelle est la forme des franges d'interférence. Que vaut l'interfrange i ?