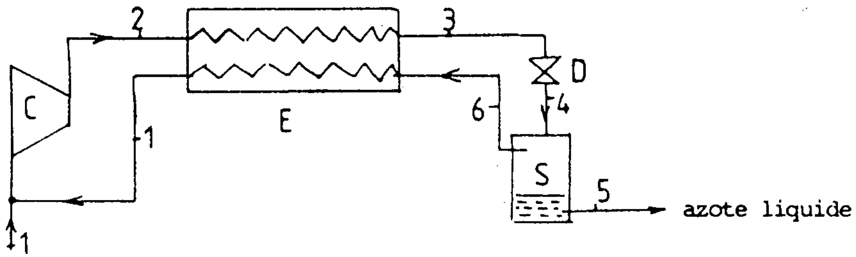
DM n°16 : Thermodynamique

1 Procédé Linde-Hampson de liquéfaction de l'azote

La figure ci-dessous représente le schéma de principe du procédé LINDE-HAMPSON utilisé pour produire de l'azote liquide (état 5).



- L'azote entre dans le compresseur C dans l'état 1 ($p_1 = 1{,}0$ bar ; $T_1 = 290$ K) ; il y subit une compression isotherme qui l'amène à l'état 2 ($p_2 = 200$ bar ; $T_1 = 290$ K).
- Il est alors refroidi à pression constante ($p_3 = p_2$) dans l'échangeur E, avant d'être détendu jusqu'à la pression atmosphérique ($p_4 = p_5 = p_6 = p_1 = 1{,}0$ bar) dans le détendeur D.
- L'azote sortant du détendeur est un mélange de gaz et de liquide ;
- le liquide est extrait au niveau du séparateur S, qui renvoie la vapeur sèche-saturante d'azote (état 6) dans l'échangeur thermique à contre-courant E ($6 \to 1$) pour refroidir l'azote entrant ($2 \to 3$) ;
- On notera D_m le débit massique dans le circuit 2 - 3 - 4, d_m le débit massique dans le circuit 6 - 1 et d_ℓ le débit massique d'azote liquide qui sort du séparateur S en 5.
- L'étude de ce procédé de liquéfaction sera effectuée en utilisant les propriétés thermodynamiques réelles lues sur le diagramme (T, s) fourni avec le sujet. Ce diagramme, sur lequel figureront les divers points de la transformation, sera rendu avec la copie.
- Dans tout le problème, on négligera les variations d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle de pesanteur.

1. **Introduction**.
   a) Considérons une machine en régime stationnaire. Quand elle est traversée par l'unité de masse d'un fluide, celui-ci y échange le travail utile w_u avec les parties mobiles de la machine et la chaleur q. Soit h_e et h_s les valeurs de l'enthalpie massique du fluide à l'entrée et à la sortie de la machine. Par quelle relation entre ces grandeurs se traduit le premier principe ?
   b) Soit s_e et s_s les valeurs de l'entropie massique du fluide à l'entrée et à la sortie de la machine. Par quelle relation se traduit le second principe ?
2. **Compresseur C**. La compression de l'azote s'y effectue de façon isotherme et réversible de l'état 1 jusqu'à l'état 2 ($p_2 = 200$ bar). Pour ce faire, les parois du compresseur sont en contact avec un thermostat qui en maintient la température constante. Celle-ci sera prise égale à celle de l'azote comprimé, soit $T_1 = 290$ K.
   a) Placer les points 1 et 2 sur le diagramme de l'azote et déterminer leurs enthalpies et entropies massiques.
   b) L'azote se comporte-t-il comme un gaz parfait ?
   c) Calculer la quantité de chaleur fournie par le thermostat par kilogramme d'azote comprimé.

d) Calculer le travail utile massique $w_{u,C}$ reçu par l'azote dans le compresseur.

Pour les questions suivantes, on admettra que le détendeur D, le séparateur S et l'échangeur E sont parfaitement calorifugés et ne contiennent aucune pièce mécanique mobile.

3. **Détendeur D**. La détente qui s'effectue dans D fait passer l'azote de 200 bar à 1 bar. Déterminer, en la justifiant, la nature de la transformation dans ce détendeur.
4. **Séparateur S**. Celui-ci comporte une entrée et deux sorties. En (5), on extrait l'azote liquide saturant et en (6) la vapeur d'azote sèche saturante. Les pressions y sont : $p_4 = p_5 = p_6 = 1{,}0$ bar.

   a) Placer les points 5 et 6 sur le diagramme et déterminer leurs enthalpies et entropies massiques.

   b) Vérifier la cohérence de ces lectures en comparant les variations d'enthalpie et d'entropie entre ces deux points.

   c) On note y la masse d'azote liquide obtenu en (5) durant un intervalle de temps Δt tel que 1 kilogramme de fluide entre en (4). Durant ce même intervalle de temps x kg d'azote gazeux sortent en (6). Montrer que la conservation de la masse entraîne $1 = x + y$.

   d) En appliquant un bilan enthalpique au séparateur (qui est parfaitement calorifugé et ne contient aucune partie mobile), montrer que l'on obtient la relation :

$$h_4 = y\,h_5 + (1 - y)\,h_6$$

5. **Échangeur thermique E**. On note D_m le débit massique d'azote dans le circuit 2 - 3 - 4 et d_m le débit massique dans la zone 6 - 1.

   a) Faire un bilan en puissance au niveau de l'échangeur. En déduire une relation entre h_2, h_3, h_6, h_1 et y.

   b) Déduire des questions précédentes l'expression littérale puis la valeur numérique de y.

   c) Calculer le travail w'_u fourni au niveau du compresseur par kg d'azote liquide produit.
6. Second principe.

   a) Placer les points 3 et 4 sur le diagramme et donner leurs enthalpies et entropies massiques.

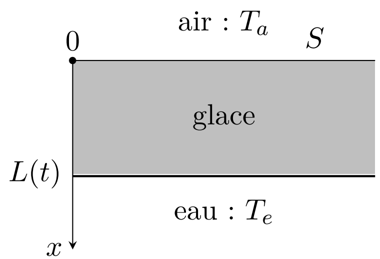
   b) Calculer la différence entre l'entropie à la sortie et celle à l'entrée pour le détendeur. Conclure.

   c) Calculer la différence entre l'entropie à la sortie et celle à l'entrée pour le séparateur. Commenter.

   d) Calculer la différence entre l'entropie à la sortie et à l'entrée de l'échangeur thermique. Conclure.

2 Congélation d'un lac

L'eau liquide d'un lac est à la température de congélation constante $T_e = 273$ K, sous 1 bar. L'air au dessus du lac est à la température constante $T_a = 263$ K. Libre de glace à l'instant initial $t = 0$, le lac se couvre progressivement d'une couche de glace dont l'épaisseur à l'instant t est notée $L(t)$.



La glace a une masse volumique ρ constante, une conductivité thermique λ, une chaleur latente massique de fusion ℓ_f et une capacité thermique massique que l'on négligera : $c \approx 0$. La puissance thermique échangée à l'interface glace-air est donnée par :

$$P_{th} = h\,(\,T_0(t) - T_a\,)\,S$$

pour une surface S de glace. $T_0(t)$ est la température de la glace en $x = 0$ à l'instant t : $T_a < T_0(t) < T_e$.

Données numériques :

$\rho = 9{,}0.10^2$ kg.m^{-3} ; $\lambda = 20{,}9.10^{-4}$ kW.m^{-1}.K^{-1} ;
$\ell_f = 334$ kJ.kg^{-1} ; $h = 4{,}18.10^{-2}$ kW.m^{-2}.K^{-1}.

1. On raisonne dans un premier temps sur le seul système couche de glace, de section $S = 1$ m^2 et d'épaisseur $L(t)$ à l'instant t. Ce système constitue un conducteur thermique dont les extrémités sont à des températures distinctes : $T_0(t)$ pour $x = 0$ et T_e pour $x = L(t)$ (on suppose qu'il n'y a pas de discontinuité de la température en $L(t)$).
   a) Donner l'équation locale vérifiée par la température $T(x,t)$ et déterminer son expression.
   b) Déterminer la densité de courant thermique $\overrightarrow{j_Q}(x,t)$.
2. Entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$, l'épaisseur de glace s'accroît d'une quantité $\mathrm{d}L$.
   a) Quelle est la quantité de chaleur élémentaire libérée pour une surface S par la congélation de cette épaisseur ?
   b) Cette chaleur est évacuée à travers la glace, par conduction, vers la surface air - glace où elle se dissipe dans l'atmosphère. En exprimant le flux thermique de deux manières en déduire l'expression de $L(t)\,\mathrm{d}L$.
   c) En traduisant la continuité du flux thermique à l'interface air - glace, en déduire la loi $T_0(t)$ en fonction de T_e, T_a, h, $L(t)$ et λ.
3. Déterminer l'épaisseur de la glace $L(t)$ formée à l'instant t, ainsi que $T_0(t) - T_a$. On notera : $L_0 = \lambda/h$ et $\tau = \dfrac{\lambda \ell_f \rho}{2h^2\,(T_e - T_a)}$.
4. Tracer le graphe $L(t)$. On exprimera L en cm et t en heures, après avoir calculé L_0 et τ.

3 Échangeur thermique (étude locale)

De l'eau liquide s'écoule en régime permanent avec un débit massique D_m constant et sous une pression constante $P = 1$ bar dans un tuyau cylindrique horizontal (axe Ox) en cuivre de section S et de longueur L. Le milieu extérieur au tuyau est l'atmosphère d'un local dont on supposera la température T_a constante.

On suppose que l'eau liquide peut être assimilée à une phase condensée idéale, de capacité thermique massique : $c = 4{,}18$ kJ.K^{-1}.kg^{-1}

La température de l'eau à l'abscisse x est notée $T(x)$. Pour représenter les échanges thermiques à travers le tuyau entre l'eau et l'atmosphère du local, on adopte un modèle où la puissance thermique échangée entre l'eau située entre les abscisses x et $x + \mathrm{d}x$ et l'atmosphère du local s'écrit :

$$\delta P_{\text{th}} = g\,(T(x) - T_a)\,\mathrm{d}x$$

où g est un coefficient constant. Sa valeur numérique est $g = 27$ W.K^{-1}. De plus, on néglige la conductivité thermique de l'eau dans cette étude simplifiée.

1. À l'aide du premier principe industriel effectué sur une tranche élémentaire située entre les abscisses x et $x + \mathrm{d}x$, établir l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$ et la mettre sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = -\alpha\,(T(x) - \beta)$$

et déterminer les constantes α et β.

2. L'eau entre (en $x = 0$) à la température $T_1 = 370$ K avec un débit massique $D_m = 1{,}3.10^{-1}$ kg.s^{-1} ; la température du local est $T_a = 290$ K. On souhaite qu'elle ressorte à la température $T_2 = 320$ K.

   Calculer la longueur L nécessaire.

3. Déterminer la puissance thermique totale échangée entre l'eau et le local sur toute la longueur du tuyau.