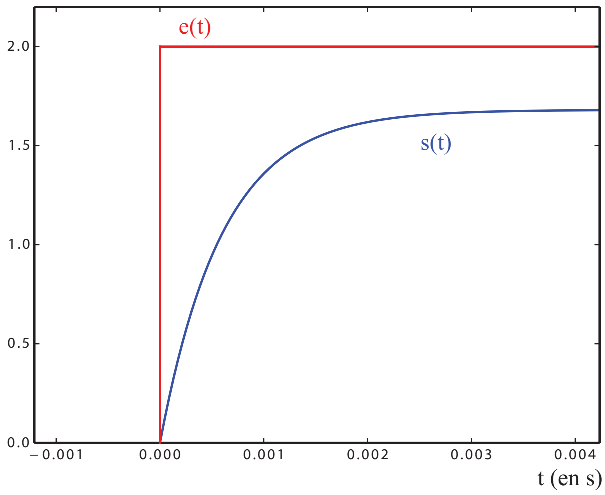
DS n°1 (CCP - e3a)
(Samedi 17 septembre 2022 - Durée 3h)

1 Résolution de problème - Détermination d'une inductance

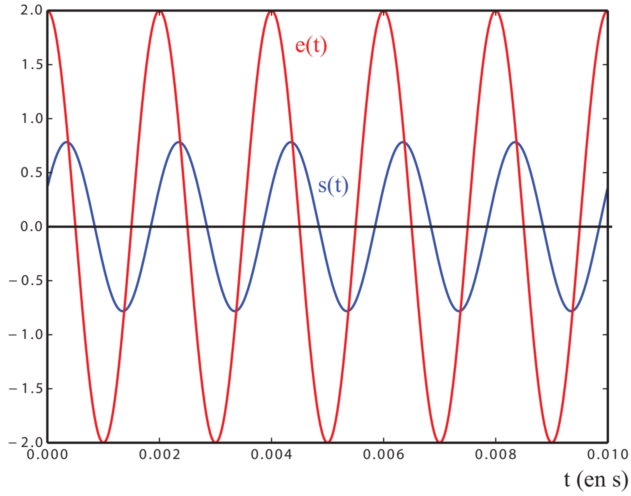
On considère l'association d'une bobine réelle et d'un résistor de résistance 50Ω, alimentée par un générateur de tension idéal délivrant une tension $e(t)$. On rappelle que le terme *générateur de tension idéal* correspond à un générateur de Thévenin de résistance nulle (on notera que les GBF utilisés en TP ont une résistance interne de 50 Ω qui ne sera pas prise en considération ici).

On mesure la tension $s(t)$ aux bornes du résistor, ainsi que la tension $e(t)$. On obtient les graphes ci-dessous pour deux signaux d'entrée différents. Déterminer l'inductance de la bobine dont les caractéristiques sont données plus bas.

a)



b)

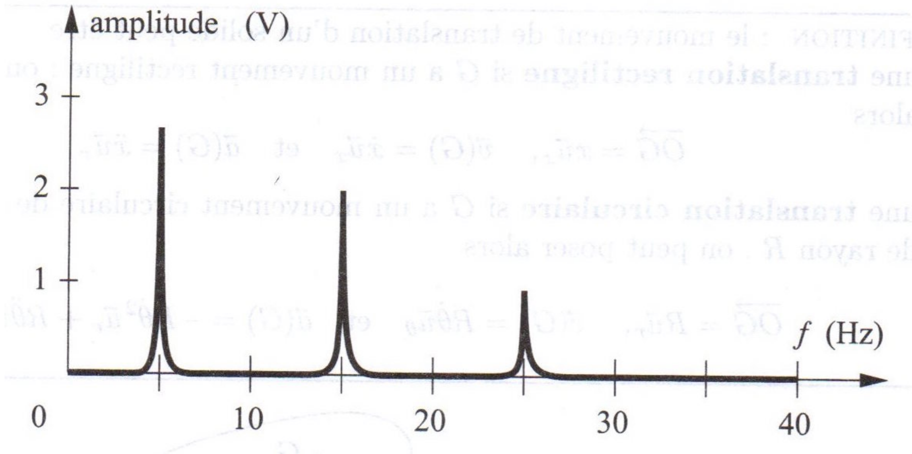


Caractéristiques de la bobine :

- Nombre de spires : 1000
- Charge permanente : 1,25 A
- Résistance : (env.) 9,5 Ω
- Inductance sans noyau de fer : à déterminer !
- Épaisseur du fil : 0,7 mm (diamètre)

2 Signal numérique

Un capteur de vibrations transforme les vibrations mécaniques d'une charpente métallique en signal électrique. Ce signal est analysé par la fonction FFT d'un oscilloscope qui donne le spectre en amplitude suivant :



1. Pour numériser ce signal, on choisit une fréquence d'échantillonnage $f_e = 80$ Hz. Justifier ce choix.
2. Dresser le spectre du signal numérisé dans l'intervalle [0, 240 Hz]. On pourra supposer que les duplications d'un signal ont la même amplitude que le signal lui-même dans le spectre. On fera figurer tous les pics dans le spectre, mais on ne précisera les fréquences que des 9 pics de plus basse fréquence.
3. Le signal électrique subit un parasitage par le signal du réseau électrique à la fréquence 50 Hz. Quelle modification du spectre cela provoque-t-il ? Pourquoi est-ce problématique ?
4. Quel type de filtrage doit-on faire subir au signal électrique pour éviter cet inconvénient ? Proposer un montage simple réalisant ce filtrage en précisant des valeurs numériques réalistes pour les composants.

3 Un analyseur de Fourier très simplifié

3.1 Quelques généralités

1. Soit un système physique qui à une grandeur d'entrée fonction du temps $e(t)$ fait correspondre une grandeur de sortie fonction du temps $s(t)$. À quelle condition ce système peut-il être dit linéaire ?
2. On étudie expérimentalement le transfert de plusieurs systèmes (système 1, système 2, système 3) à l'aide d'un analyseur de spectre numérique ; pour cela, on applique à leur entrée le même signal $e(t)$. On donne ci-dessous les spectres de Fourier du signal $e(t)$ (c'est-à-dire les fréquences qui composent ce signal) et ceux des signaux obtenus en sortie des trois systèmes.
   (a) Le système 1 est-il linéaire ? Quel est son rôle ?
   (b) Qu'en est-il des systèmes 2 et 3 ?

3.2 Filtres peu sélectifs

1. Réaliser l'étude qualitative à haute et basse fréquence des montages RC et CR proposée sur la figure précédente.

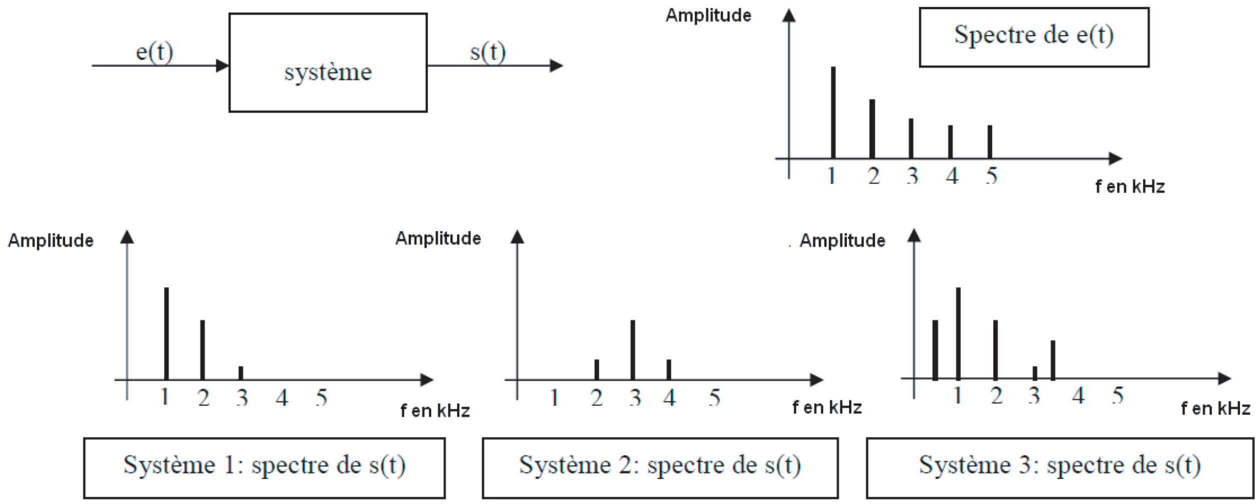


FIGURE 1 –

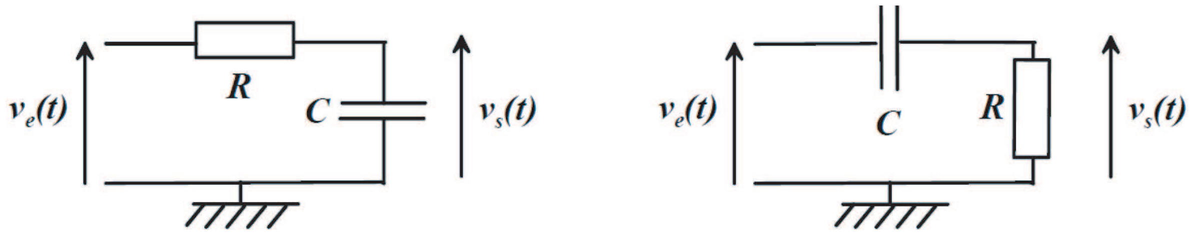


FIGURE 2 – (À gauche) Circuit RC. (À droite) Circuit CR.

2. Établir les fonctions de transfert des filtres RC et CR.
3. Tracer sommairement les diagrammes de Bode des filtres RC et CR.
4. (a) Les 3 documents de la figure suivante donnent les réponse d'un même filtre (Filtre 1) du 1er ordre à un signal triangulaire d'amplitude 1 V et de fréquence 50 Hz, puis 10 kHz. À quel type de filtre le Filtre 1 correspond-il ? Évaluer l'ordre de grandeur de sa fréquence caractéristique.

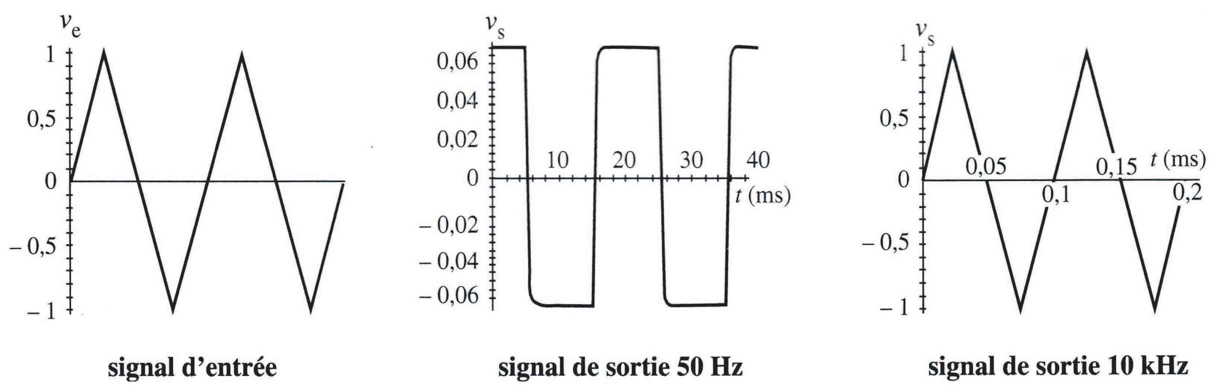


FIGURE 3 –

(b) Les 3 documents de la figure 4 suivante donnent les réponses d'un second filtre (Filtre 2) du 1er ordre à un signal créneau d'amplitude 1V et de fréquence 100 Hz, puis 20 kHz. À quel type de filtre le Filtre 2 correspond-il ? Évaluer l'ordre de grandeur de sa fréquence caractéristique.

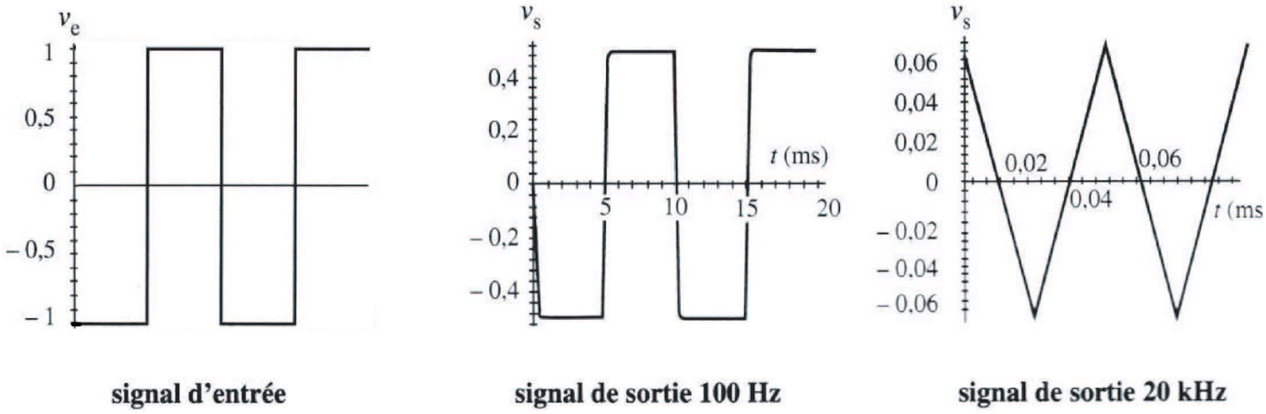


FIGURE 4 –

3.3 Filtre sélectif

On s'intéresse maintenant au filtre passif présenté dans la figure ci-dessous. On impose à l'entrée une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω.

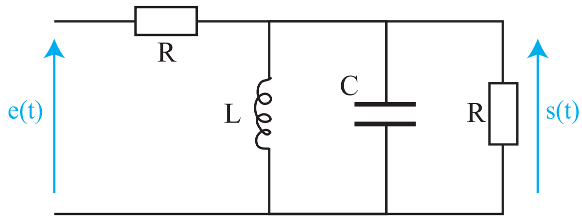


FIGURE 5 –

1. Représenter un montage expérimental qui permettrait de visualiser $e(t)$ et $s(t)$. On fera apparaître tous les appareils et connexions nécessaires.
2. Décrire un protocole expérimental qui permettrait d'étudier le comportement en fréquence du circuit.
3. On note $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}}$ la fonction de transfert de ce filtre. Pourquoi étudie-t-on le transfert pour une tension sinusoïdale ?
4. Calculer sa fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ et la mettre sous forme canonique. On précisera les expressions de la pulsation caractéristique ω_0, du facteur de qualité Q, et de la valeur maximale H_0.
5. Définir puis **calculer** les pulsations de coupure du filtre en fonction de ω_0 et Q. En déduire la bande passante $\Delta\omega$.
6. Tracer l'allure du gain linéaire $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$ et de la phase $\varphi(\omega) = arg(\underline{H}(j\omega))$.

3.4 Analyseur de Fourier élémentaire

On met à l'entrée du circuit précédent le signal $e(t)$ représenté ci-dessous (figure 6) avec $f = 1/T = 3{,}0$ kHz et $E = 10$ V.

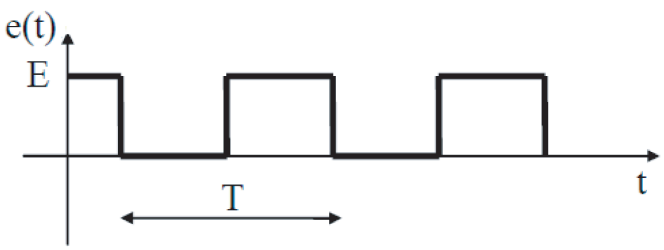


FIGURE 6 –

On montre que l'on peut décomposer le signal $e(t)$ sous la forme :

$$e(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi}\cos(2\pi f t) + \frac{2E}{3\pi}\cos(2\pi 3 f t) + \frac{2E}{5\pi}\cos(2\pi 5 f t) + \ldots + \frac{2E}{(2k+1)\pi}\cos(2\pi(2k+1) f t)$$

1. Comment s'appellent les diverses fréquences qui apparaissent dans l'expression de $e(t)$?

2. Tracer l'allure du signal de sortie $s(t)$ si le circuit de la figure 5 est réglé pour $f_0 = 3{,}0$ kHz et $Q = 20$.
3. Calculer les valeurs de L et C correspondantes si on fixe $R = 1\ k\Omega$? Quelles contraintes avait-on pour le choix de la résistance ?
4. Comment pourrait-on utiliser le circuit de la figure 5 pour déterminer le spectre en fréquence de $e(t)$?