La solution de cette équation diff. est de la forme :

$$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) - \frac{\beta m g}{k}$$

$$x(t_1) = x_1 = -A - \frac{\beta m g}{k} \quad (\omega t_1 = \pi)$$

$$\dot{x}(t_1) = -\omega B = 0 \text{ donc } \underline{B = 0}$$

d'où :

$$\boxed{x(t) = -\left(x_1 + \frac{\beta m g}{k}\right)\cos(\omega t) - \frac{\beta m g}{k}}$$

Le corps vient s'immobiliser à un instant t_2 tel que $\dot{x}(t_2) = 0$ d'où :

$$\dot{x}(t_2) = \omega\left(x_1 + \frac{\beta m g}{k}\right)\sin(\omega t_2) = 0$$

soit $\boxed{\omega t_2 = 2\pi \iff t_2 = 2\pi/\omega}$

on en déduit :

$$\boxed{x_2 = x(t_2) = -x_1 - \frac{2\beta m g}{k}}$$

4) On peut recommencer l'étude pour voir si le solide M peut s'immobiliser en x_2 et y rester. Cela sera le cas si

$$|x_2| < \frac{\beta m g}{k}$$

Dans le cas contraire ($|x_2| > \frac{\beta m g}{k}$) M va se remettre en mouvement et glisser dans le sens $-\vec{e_x}$.

On est ramené au cas initial mais x_2 joue maintenant le rôle de x_0.

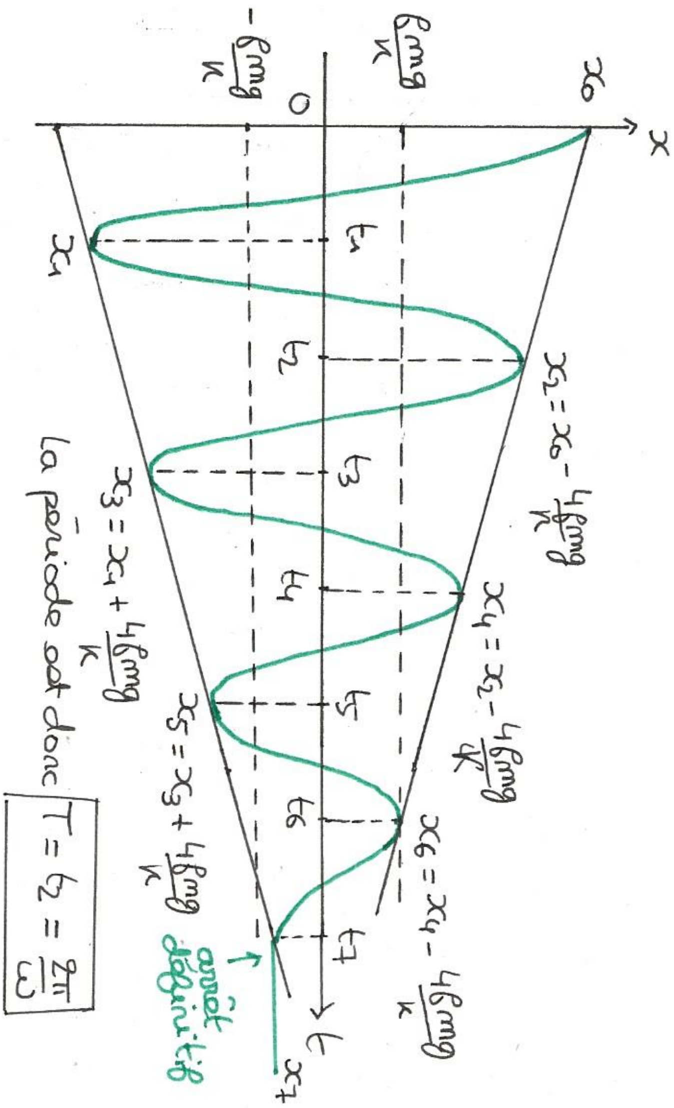
Si le solide glisse à nouveau il va s'arrêter à $t_3 = 3\pi/\omega$ et en x_3 tel que :

$$x_3 = \frac{2\beta m g}{k} - x_2$$
$$= x_1 + \frac{4\beta m g}{k}$$

On remarquera aussi que :

$$x_2 = x_0 - \frac{4\beta m g}{k}$$

On aura un type d'oscillation de la forme suivante (à étudier plus précisément pour ceux qui le souhaitent) 2.



Avec une force de frottement fluide on aura une équation différentielle de la forme :

$$m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + kx = 0$$

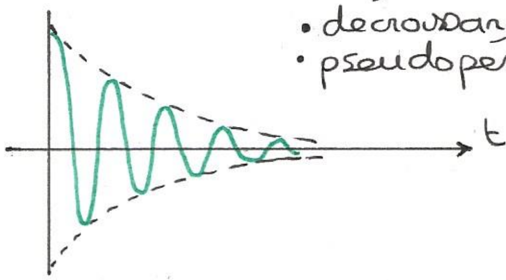
donc $\ddot{x} + \frac{\lambda}{m}\dot{x} + \omega^2 x = 0$

ce qui est un oscillateur amorti. Dans le cas d'oscillations c'est à dire d'un régime pseudo-périodique on aurait :

$$x(t) = e^{-\lambda t/2m}\left(A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t)\right)$$

avec $\Omega = \sqrt{\omega^2 - \frac{\lambda^2}{4m^2}}$ pseudopulsation !

On aurait donc :



- décroissance exponentielle
- pseudopériode :

$$T = 2\pi/\Omega \neq 2\pi/\omega$$