

## Corrigé du DM n°4

## 1 Décomposition du monoxyde d'azote

II Décomposition du monoxyde d'azote

1. D'après la loi des gaz parfaits, on sait que la pression partielle en  $\text{NO(g)}$  vérifie :

$$p = [\text{NO}]RT \Rightarrow \text{à } t=0 \quad [\text{NO}]_0 = \frac{p_0}{RT}$$

↙ en Pa  
↙ en K

mais attention aux unités !!

On peut donc dresser le tableau ci-dessous dans lequel la concentration initiale a été convertie en  $\text{mol.l}^{-1}$ , unité plus adaptée en chimie.

$[\text{NO}]_0 \text{ (mol.l}^{-1}\text{)}$	$11.10^{-3}$	$167.10^{-3}$	$222.10^{-3}$	$333.10^{-3}$	$444.10^{-3}$
$v_0 \text{ (mol.l}^{-1}\text{.min}^{-1}\text{)}$	$14.10^{-4}$	$30.10^{-4}$	$55.10^{-4}$	$12.10^{-3}$	$23.10^{-3}$

La loi de vitesse s'écrit :  $v = k[\text{NO}]^a$  donc, à  $t=0$ ,  $v_0 = k[\text{NO}]_0^a \Rightarrow \ln v_0 = a \ln [\text{NO}]_0 + \ln k$ . On doit donc vérifier que  $\ln v_0$  est une fonction affine de  $\ln [\text{NO}]_0$ . Le coefficient directeur de la droite sera l'ordre  $a$  de la réaction.

Régression linéaire : on obtient un coefficient de corrélation  $|r| = 0,9996 > 0,99$  ce qui valide la loi et on en déduit :

$$a = 2 \quad \text{Valeur entière la plus proche}$$

2. La régression linéaire donne l'ordonnée à l'origine de la droite :  $\ln k = 4,786$  d'où

$$k = 1,2.10^2 \text{ L.mol}^{-1}\text{.min}^{-1}$$

Cette valeur numérique est concordante avec les valeurs du tableau donnant les constantes  $k$  en fonction de  $\theta$ .

3.  $-\frac{1}{2} \frac{d[\text{NO}]}{dt} = k[\text{NO}]^2$ . On en déduit que

$$\int_{[\text{NO}]_0}^{[\text{NO}](t)} \frac{d[\text{NO}]}{[\text{NO}]^2} = -2k \int_0^t dt$$

donc

$$-\frac{1}{[\text{NO}](t)} + \frac{1}{[\text{NO}]_0} = -2kt$$

d'où

$$[\text{NO}](t) = \frac{[\text{NO}]_0}{1 + [\text{NO}]_0 2kt}$$

4. Au temps de demi-réaction, nous avons :

$$[\text{NO}](\tau_{1/2}) = [\text{NO}]_0/2 \text{ et donc:}$$

$$\frac{2}{[\text{NO}]_0} - \frac{1}{[\text{NO}]_0} = 2k\tau_{1/2} \quad (\Rightarrow) \quad \tau_{1/2} = \frac{1}{2k[\text{NO}]_0}$$

AN A  $1057^\circ\text{C}$ ,  $k = 28 \text{ L mol}^{-1} \text{ min}^{-1}$  et pour  $p_0 = 200 \text{ mmHg}$   
nous avons  $[\text{NO}]_0 = 22 \cdot 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$ , d'où :

$$\tau_{1/2} = 80 \text{ minutes}$$

5.  $k(T) = A e^{-E_a/RT}$  où  $A$  est le facteur préexponentiel et  $E_a$  l'énergie d'activation. On en déduit :

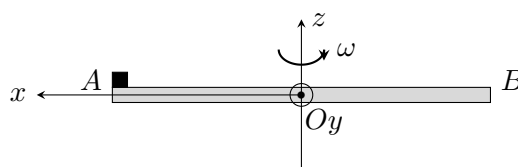
$$\ln k = \ln A - \frac{E_a}{R} \frac{1}{T} \rightarrow \ln k \text{ fonction affine de } \frac{1}{T}$$

Une régression linéaire sur les 3 valeurs du tableau donne un coefficient de corrélation  $|r| = 0,9999 \dots > 0,99$  ce qui valide  $E_a$  (ci), et :

$$E_a = 245 \text{ kJ mol}^{-1}$$

## 2 Glissement d'un objet sur une barre en mouvement

### I. L'axe de rotation de la barre est vertical



- 1) Étudions le palet de masse  $m$  dans le référentiel de la barre ( $\mathcal{R}_b$ ) non galiléen et muni du repère d'espace  $(Oxyz)$ . En l'absence de glissement, le palet est immobile dans ce référentiel.

**Bilan des forces (BDF) :**

- Poids :  $m\vec{g} = -mg\vec{e}_z$
- Réaction normale exercée par la barre :  $\vec{N} = N\vec{e}_z$
- Réaction tangentielle exercée par la barre  $\vec{T} = T_x\vec{e}_x + T_y\vec{e}_y$

*Il faut faire attention au fait que  $\vec{T}$  est dans le plan tangent au support et possède donc ici deux composantes  $T_x$  et  $T_y$ .*

- Force d'inertie d'entraînement :  $\vec{F}_{ie} = m\omega^2 L\vec{e}_x$  (on néglige l'épaisseur de la barre et le palet est supposé ponctuel)
- La force d'inertie de Coriolis est nulle puisque le palet est immobile dans  $(\mathcal{R}_b)$ .

**Principe fondamental de la dynamique (PFD) projeté dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  :**

$$\vec{0} = -mg\vec{e}_z + T_x\vec{e}_x + T_y\vec{e}_y + N\vec{e}_z + m\omega^2 L\vec{e}_x$$

d'où :

$$\begin{cases} T_x = -m\omega^2 L \\ T_y = 0 \\ N = mg \end{cases}$$

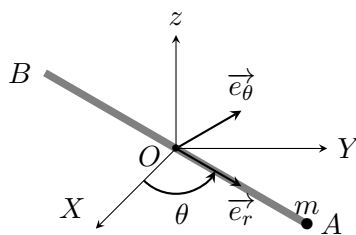
L'absence de glissement ne peut persister que si :

$$\frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|} < f_s \iff \frac{\omega^2 L}{g} < f_s \text{ d'où } \omega < \sqrt{\frac{f_s g}{L}}$$

On a donc :

$$\omega_m = \sqrt{\frac{f_s g}{L}} \stackrel{AN}{=} 2 \text{ rad.s}^{-1} = 0,3 \text{ tour.s}^{-1}$$

2) On reprend la figure du texte :



a) Étudions le système { barre + palet } dans le référentiel terrestre  $(\mathcal{R}_T)$  supposé galiléen. Il est intéressant d'introduire la base polaire  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  (qui est d'ailleurs confondue avec  $\vec{e}_x$  et  $\vec{e}_y$ ) pour projeter les relations vectorielles.

Le moment cinétique du système { barre + palet } est la somme des moments cinétiques :

$$\vec{L}_O = \vec{L}_O(\text{barre}) + \vec{L}_O(\text{palet})$$

avec  $\vec{L}_O(\text{barre}) \cdot \vec{e}_z = J\dot{\theta}$  et :

$$\vec{L}_O(\text{palet}) = \vec{OA} \wedge m \vec{v}_{A/\mathcal{R}_T} = L\vec{e}_r \wedge mL\dot{\theta}\vec{e}_\theta = mL^2\dot{\theta}\vec{e}_z$$

d'où :

$$\vec{L}_O \cdot \vec{e}_z = (J + mL^2)\dot{\theta}$$

**Remarque :**

On aurait pu écrire ce résultat directement en remarquant que le système { barre + palet } forme un solide en rotation autour de l'axe fixe  $Oz$  et dont le moment d'inertie par rapport à  $Oz$  est égal à  $J + mL^2$ .

**BDF externes appliquées au système :**

- Liaison pivot parfait :  $\vec{M}_O(\text{pivot}) \perp \vec{e}_z$
- Poids de la barre :  $\vec{M}_O(\text{poids barre}) = (\vec{OG}_b \wedge M\vec{g}) \perp \vec{e}_z$
- Poids du palet :  $\vec{M}_O(\text{poids palet}) = (\vec{OA} \wedge M\vec{g}) \perp \vec{e}_z$ .
- Moment exercé par le ressort spiral :  $\vec{M}_O(\text{rs}) = -C\theta \vec{e}_z$

On applique le théorème du moment cinétique (TMC) en projection sur  $\vec{e}_z$

$$(J + mL^2)\ddot{\theta} = -C\theta \quad \text{d'où} \quad \boxed{\ddot{\theta} + \frac{3C}{(M + 3m)L^2} \theta = 0}$$

Il s'agit d'un oscillateur harmonique de pulsation propre  $\Omega = \sqrt{\frac{3C}{(M + 3m)L^2}}$ . On a donc :

$$\theta(t) = A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t)$$

et les conditions initiales entraînent :  $A = \theta_0$  et  $B = 0$  d'où :

$$\boxed{\theta(t) = \theta_0 \cos(\Omega t)}$$

- b) Étudions le palet dans le référentiel de la tige ( $\mathcal{R}_b$ ) non galiléen. Celui-ci est en rotation **non uniforme** autour de l'axe  $Oz$  (fixe dans  $\mathcal{R}_T$ ) avec un vecteur rotation  $\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{e}_z$ .

**BDF :**

- Le poids  $-mg \vec{e}_z$
- La réaction normale de la barre  $\vec{N} = N \vec{e}_z$
- La réaction tangentielle de la barre  $\vec{T} = T_x \vec{e}_x + T_y \vec{e}_y$
- La force d'inertie d'entraînement :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{ie} &= -m \vec{a}_e = -m \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{OA} - m \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OA}) \\ &= -m\ddot{\theta} \vec{e}_z \wedge L \vec{e}_x + m\dot{\theta}^2 L \vec{e}_x \\ &= -mL\ddot{\theta} \vec{e}_y + m\dot{\theta}^2 L \vec{e}_x \end{aligned}$$

- La force d'inertie de Coriolis est toujours nulle puisque le palet est immobile dans ( $\mathcal{R}_b$ ).

**PFD** projeté sur la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  :

$$\begin{cases} T_x &= -mL\dot{\theta}^2 = -mL\Omega^2 \theta_0^2 \sin^2(\Omega t) \\ T_y &= mL\ddot{\theta} = -mL\Omega^2 \theta_0 \cos(\Omega t) \\ N &= mg \end{cases}$$

- c) On pose  $y = \sin^2(\Omega t)$ . Étudier  $\|\vec{T}\|$  en fonction de  $y$ . En déduire que la masse  $m$  reste posée sans glisser sur la barre si :

$$\theta_0 < \begin{cases} \frac{f_s g}{L\Omega^2} & \text{lorsque } \frac{f_s g}{L\Omega^2} < 1 \\ \sqrt{\frac{f_s g}{L\Omega^2}} & \text{lorsque } \frac{f_s g}{L\Omega^2} > 1 \end{cases}$$

On a donc :

$$\|\vec{T}\| = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} = mL\Omega^2 \theta_0 \sqrt{\theta_0^2 \sin^4(\Omega t) + \cos^2(\Omega t)} = mL\Omega^2 \theta_0 \sqrt{\theta_0^2 y^2 - y + 1}$$

Comme les variations de  $\|\vec{T}\|$  sont celles de la fonction  $f : y \mapsto \theta_0^2 y^2 - y + 1$ , nous allons étudier  $f$  qui est définie sur l'intervalle  $[0, 1]$ . Nous avons :

$$\forall y \in [0, 1], f'(y) = 2\theta_0^2 y - 1$$

Le tableau des variations de  $f$  s'écrit :

$y$	0	$\frac{1}{2\theta_0^2}$	1
$f'(y)$	-	0	+
$f(y)$	1	$\theta_0^2$	
	$1 - \frac{1}{4\theta_0^2}$		

On veut que le palet reste toujours sans glisser sur la barre, c'est à dire pour tout  $t$  et donc pour tout  $y \in [0, 1]$ . On peut formaliser cela de la façon suivante :

$$\forall y \in [0, 1], \frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|} < f_s \iff \theta_0 \sqrt{f(y)} < \frac{f_s g}{L\Omega^2}$$

Ceci sera réalisé si et seulement si :

$$\theta_0 \max_{y \in [0, 1]} \sqrt{f(y)} < \frac{f_s g}{L\Omega^2}$$

Or :

$$\theta_0 \max_{y \in [0, 1]} \sqrt{f(y)} = \theta_0 \max(1, \theta_0) \quad \text{d'où} \quad \boxed{\theta_0 \max(1, \theta_0) < \frac{f_s g}{L\Omega^2}} \quad (*)$$

Il s'ensuit la discussion suivante :

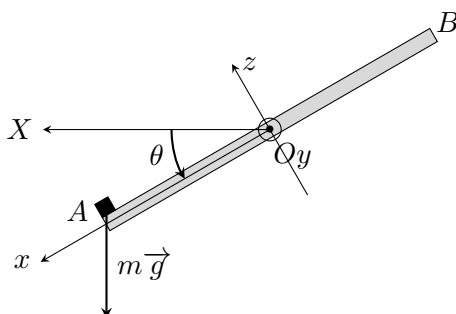
- Si  $\theta_0 < 1$  alors (\*) implique que le palet ne glisse pas si  $\theta_0 < \frac{f_s g}{m\Omega^2}$ .
- Si  $1 < \theta_0$  alors le palet ne glisse pas si  $\theta_0 < \sqrt{\frac{f_s g}{L\Omega^2}}$ , ce qui n'est possible que si  $1 < \frac{f_s g}{L\Omega^2}$ .

**Application numérique** :  $\Omega = 1,17 \text{ rad.s}^{-1} \implies \frac{f_s g}{L\Omega^2} = 3,37$ . On en déduit que l'angle initial maximum est :

$$\theta_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{f_s g}{L\Omega^2}} = 1,69 \text{ rad} = 97^\circ$$

## II. L'axe de rotation de la barre est horizontal

La barre est maintenant en rotation autour de l'axe horizontal  $Oy$  fixe dans le référentiel terrestre (la liaison pivot sera encore supposée parfaite), la rotation étant repérée par l'angle  $\theta$  entre  $OX$  et  $AB$ ,  $OX$  étant un axe fixe dans  $(\mathcal{R}_T)$ .



- 1) a) On applique le TMC au système { barre + palet } dans le référentiel terrestre  $(\mathcal{R}_T)$  galiléen. Le système étant immobile, la somme des moments des forces **extérieures** par rapport à  $Oy$  (axe de rotation) est nulle. On travaille dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  (base de projection). Ces moments sont :

- $-C\theta \vec{e}_y$
- Le moment du poids de A :

$$\vec{OA} \wedge m\vec{g} = L\vec{e}_x \wedge mg(-\cos\theta\vec{e}_z + \sin\theta\vec{e}_x) = mgL \cos\theta \vec{e}_y$$

- Les moments du poids de la barre et de la liaison pivot sont nuls.

Projetons sur  $\vec{e}_y$  :

$$-C\theta_{eq} + mgL \cos\theta_{eq} = 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\cos\theta_{eq} = \frac{C}{mgL} \theta_{eq}}$$

- b) Le système précédent étant en équilibre dans le référentiel terrestre, le palet est lui aussi immobile : la somme des forces qui lui sont appliquées est nulle. Or le palet est soumis à :

- La réaction normale de la barre :  $\vec{N} = N\vec{e}_z$
- La réaction tangentielle de la barre  $\vec{T} = T_x\vec{e}_x + T_y\vec{e}_y$
- Le poids :  $m\vec{g} = mg(-\cos\theta_{eq}\vec{e}_z + \sin\theta_{eq}\vec{e}_x)$

De  $\vec{N} + \vec{T} + m\vec{g} = \vec{0}$  on tire :

$$\begin{cases} T_x &= -mg \sin\theta_{eq} \\ T_y &= 0 \\ N &= mg \cos\theta_{eq} \end{cases}$$

c) Le palet ne glisse pas si :

$$\frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|} < f_s \iff \boxed{\tan \theta_{eq} < f_s \text{ donc } \theta_{eq} < \arctan f_s}$$

Avec les valeurs numériques de l'énoncé on trouve :  $\theta_{eq} < 11,3^\circ$

On résout ensuite à l'aide de la calculatrice l'équation :

$$\cos \theta_{eq} = \frac{0,2}{(10 \cdot 10^{-3}) \times 9,81 \times 0,5} \theta_{eq} = 4,08 \theta_{eq}$$

et on trouve :  $\theta_{eq} = 0,238 \text{ rad} = 13^\circ$

*Le ressort spiral étudié n'est donc pas suffisant pour maintenir m sur la barre.*

## 2) Résolution de problème :

On commence par appliquer le PFD au palet en supposant que celui-ci ne glisse pas. Pour changer, faisons-le dans le référentiel terrestre ( $\mathcal{R}_T$ ) galiléen mais en travaillant dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  :

$$\vec{O}\vec{A} = L \vec{e}_x ; \quad \vec{v}_{A/\mathcal{R}_T} = L \left( \frac{d\vec{e}_x}{dt} \right)_{\mathcal{R}_T} = -L\dot{\theta} \vec{e}_z \quad \text{et} \quad \vec{a}_{A/\mathcal{R}_T} = -L\ddot{\theta} \vec{e}_z - L\dot{\theta}^2 \vec{e}_x$$

On obtient donc :

$$\begin{cases} -mL\dot{\theta}^2 &= T_x + mg \sin \theta \\ 0 &= T_y \\ -mL\ddot{\theta} &= -mg \cos \theta + N \end{cases}$$

Il faut donc déterminer  $\dot{\theta}$  et  $\ddot{\theta}$ . Pour cela on peut appliquer le TMC au système { barre + palet }. Une démarche analogue à celle de la question de la question 1) a) conduit à l'équation :

$$(J + mL^2)\ddot{\theta} = mgL \cos \theta \iff \ddot{\theta} = \frac{3mg}{(M + 3m)L} \cos \theta = \omega_0^2 \cos \theta$$

avec :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3mg}{(M + 3m)L}}$$

En multipliant cette équation par  $\dot{\theta}$  et en intégrant on obtient :

$$\dot{\theta}^2 = 2\omega_0^2 \sin \theta + C \quad \text{avec } C \text{ constante}$$

Comme  $\theta(0) = 0$  et  $\dot{\theta}(0) = 0$ , il vient  $C = 0$ , d'où  $\boxed{\dot{\theta}^2 = 2\omega_0^2 \sin \theta}$ .

On réinjecte les résultats dans les expressions de  $T_x$  et  $N$  pour trouver :

$$T_x = -mg \frac{M + 9m}{M + 3m} \sin \theta \quad \text{et} \quad N = mg \frac{M}{M + 3m} \cos \theta$$

*On remarque que  $N > 0$ ;  $N$  ne s'annule pas et donc le palet ne peut pas "décoller" de la barre.*

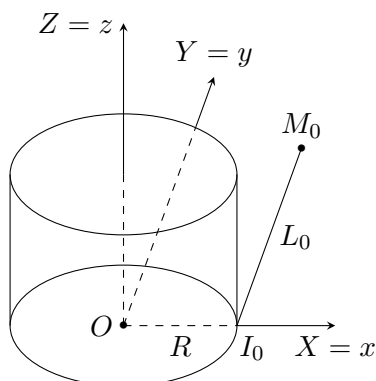
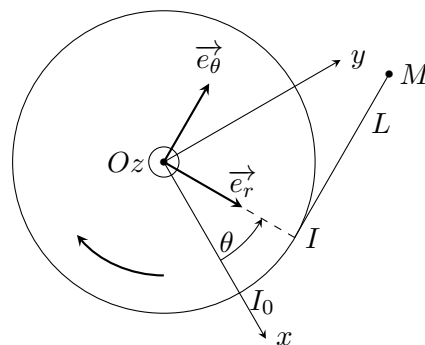
L'absence de glissement ne peut persister que si :

$$\frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|} < f_s \iff \frac{|T_x|}{N} < f_s \iff \frac{M + 9m}{M} \tan \theta < f_s$$

soit :

$$\boxed{\theta < \arctan \left( f_s \frac{M}{M + 9m} \right) \stackrel{\text{AN}}{=} 10,5^\circ}$$

### 3 Enroulement d'un fil

Vue en perspective (instant  $t = 0$ )Vue du dessus (instant  $t$ )

1)

$$L_0 = R\theta + L \quad \text{d'où} \quad L = L_0 - R\theta$$

2) On a :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM} = R\vec{e}_r + L\vec{e}_\theta$$

On en déduit que :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{C}} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{L}\vec{e}_\theta - L\dot{\theta}\vec{e}_r = -L\dot{\theta}\vec{e}_r$$

ce qui implique :  $v = -L\dot{\theta}$ .

3) Le référentiel du cylindre n'est pas galiléen ; il faut donc tenir compte des forces d'inertie. On utilise la base cylindro-polaire  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  comme base de projection.

**BDF :**

- Poids :  $-mg\vec{e}_z$
- Réaction normale du support (pas de frottements) :  $R_N\vec{e}_z$
- Tension du fil :  $\vec{T} = -T\vec{e}_\theta$
- Force d'inertie d'entraînement :  $\vec{F}_{ie} = m\Omega^2\overrightarrow{OM} = m\Omega^2(R\vec{e}_r + L\vec{e}_\theta)$

**Rem :** on utilise la formule valable pour une rotation uniforme du référentiel non galiléen. Ici  $H = O$ .

- Force d'inertie de Coriolis :  $\vec{F}_{ic} = -2m(-\Omega\vec{e}_z) \wedge \vec{v}_{M/\mathcal{C}} = 2m\Omega v(t)\vec{e}_\theta$ .

Il faut faire attention au fait que le vecteur rotation du cylindre par rapport au support est ici  $\vec{\Omega} = -\Omega\vec{e}_z$ .

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit donc :

$$m\vec{a}_{M/\mathcal{C}} = m\vec{g} + \vec{R}_N + \vec{T} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$$



4) L'accélération de  $M$  dans le référentiel du cylindre s'écrit :

$$\vec{a}_{M/\mathcal{C}} = \left( \frac{d \vec{a}_{M/\mathcal{C}}}{dt} \right)_{\mathcal{C}} = \dot{v} \vec{e}_r + v(t) \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

ce qui conduit à l'équation (projection sur  $\vec{e}_r$ ) :

$$m\dot{v} = m\Omega^2 R \iff \boxed{\frac{d(L\dot{\theta})}{dt} = -\Omega^2 R}$$

5) a) On intègre la relation précédente, compte-tenu des conditions initiales :

$$L\dot{\theta} = -\Omega^2 R t + C$$

où  $C$  est une constante. Or, la vitesse initiale par rapport au support est nul à  $t = 0$ . On en déduit la vitesse initiale dans le référentiel du cylindre par une loi de composition des vitesses à  $t = 0$  :

$$\underbrace{\vec{v}_{M/\mathcal{R}_T}(0)}_{=\vec{0}} = \vec{v}_{M/\mathcal{C}}(0) + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM_0} = \vec{v}_{M/\mathcal{C}}(0) - \Omega R \vec{e}_y + \Omega L_0 \vec{e}_x$$

et donc :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{C}}(0) = \Omega R \vec{e}_y - \Omega L_0 \vec{e}_x$$

Or, à  $t = 0$ ,  $\theta = 0$ ,  $\vec{e}_r(0) = \vec{e}_x$  et  $\vec{e}_\theta(0) = \vec{e}_y$ . On en déduit que :

$$\dot{v}(0) = -L_0 \dot{\theta}(0) = -\Omega L_0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\dot{\theta}(0) = \Omega}$$

On en déduit que  $C = L_0 \dot{\theta}(0) = L_0 \Omega$ . Nous obtenons ainsi une première équation :

$$(L_0 - R\theta) \dot{\theta} = L_0 \Omega - \Omega^2 R t$$

On peut encore intégrer cette équation en remarquant que le premier membre s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left( L_0 \theta - \frac{R\theta^2}{2} \right) = L_0 \Omega - \Omega^2 R t \quad \text{puisque} \quad \theta(0) = 0$$

d'où :

$$L_0 \theta - \frac{R\theta^2}{2} = L_0 \Omega t - \frac{\Omega^2 R}{2} t^2 \quad \text{puisque} \quad \theta(0) = 0$$

ce qui s'écrit sous la forme :

$$\boxed{\theta^2 - \frac{2L_0}{R} \theta + \frac{2L_0 \Omega t}{R} - \Omega^2 t^2 = 0}$$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = \frac{4L_0^2}{R^2} - 4 \left( \frac{2L_0 \Omega t}{R} - \Omega^2 t^2 \right)$$

Il reste positif pour les instants  $t$  proches de zéro et il y (au moins au début du mouvement) deux racines réelles. Parmi les deux racines, on ne garde que celle qui donne  $\theta(0) = 0$ . On obtient donc :

$$\boxed{\theta = \frac{L_0}{R} - \sqrt{\frac{L_0^2}{R^2} + \Omega^2 t^2 - \frac{2L_0 \Omega t}{R}}}$$

- b) Il est préférable de partir de l'équation (1) en remplaçant  $\theta$  par  $4\pi$ . En divisant par  $\Omega^2$  on obtient une équation canonique du second degré en  $t$  qui s'écrit :

$$t^2 - \frac{2L_0}{\Omega R} t + \frac{4\pi L_0}{\Omega^2 R} - \frac{4\pi^2}{\Omega^2} = 0 \longrightarrow t^2 - 4,17t - 5,60 = 0$$

dont la seule racine positive est  $t_1 = 5,2$  s

- 6) Il faut exploiter la projection du PFD sur  $\vec{e}_\theta$ . On a donc :

$$-m L \dot{\theta}^2 = -T + m\Omega^2 L - 2m\Omega L \dot{\theta}$$

d'où on déduit  $T$