

DS n°2 (CCINP - e3a)  
Jeudi 13 octobre 2022 - Durée : 4 heures

## 1 Premier problème

### 18 mars 1965 : le premier piéton de l'espace

Le sujet traite des "aventures" du premier piéton de l'espace Alexeï Arkhipovitch Leonov (1934-2019) qui réalisa la première sortie extravéhiculaire dans le vide spatial à partir d'un véhicule appelé Voskhod-2 (photo ci-dessous). Cette mission a lancé l'aventure des activités qui actuellement rendent possible la maintenance de la station spatiale internationale (ISS).



Photographie extraite du film " the spacewalker " (2017)

Le sujet est inspiré du film " the spacewalker " (2017). Leonov a supervisé le scénario, rétablissant la vérité sur les difficultés de cet exploit et les grands dangers que son pilote et lui avaient encourus. La parole était libérée au moment du tournage puisque la guerre froide était révolue.

La **partie I** s'intéresse à la préparation des cosmonautes avant leur mission (mécanique).

La **partie II** s'intéresse à la mise sur orbite du vaisseau Voskhod-2 (mécanique).

La **partie III** s'intéresse à la possibilité de rattraper le bouchon de caméra que Leonov a jeté dans l'espace (mécanique sous forme de problème).

**Par commodité de représentation, les figures ne sont jamais faites à l'échelle.**

Le récit du film, le " piéton " (l'aventure réelle des deux cosmonautes, Alexeï Leonov et son pilote Pavel Belaïetch, illustrations ci-après) est indiqué par une écriture en caractères italiques.

#### Partie I - Préparation des cosmonautes

##### Donnée de la partie I

Accélération de la pesanteur à la surface de la Terre :  $g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

*Leonov, tête brûlée mais bon pilote, se fait remarquer en " sauvant " un avion dans des conditions exceptionnelles. Il accepte les sollicitations de sa hiérarchie pour devenir le cosmonaute appelé à une sortie dans l'espace. Après les exploits, entre autres, des 108 minutes*

légendaires autour de la Terre de Youri Gagarine en avril 1961 et de Valentina Terechkova en 1963 (le premier homme et la première femme réalisant un vol spatial), les Soviétiques ne sont pas vraiment prêts. Ils veulent réaliser une sortie dans l'espace avant les Américains qui mettent de gros moyens pour détrôner les Russes. Au début du film, on voit quelques images de leur entraînement.

Les pilotes doivent se préparer physiquement aussi bien aux effets de fortes accélérations qu'à celui de l'apesanteur. Dans la fusée, après le départ, ils subissent une accélération de  $4g_0$  et dans la phase de retour dans l'atmosphère, une décélération de  $-10g_0$ .

On suppose dans cette partie que le référentiel terrestre ( $\mathcal{R}_T$ ) est galiléen et que l'accélération de la pesanteur est uniforme.

Dans un référentiel ( $\mathcal{R}$ ) en mouvement au voisinage de la Terre, le poids apparent est la somme de la force de gravitation et de la force d'inertie d'entraînement.

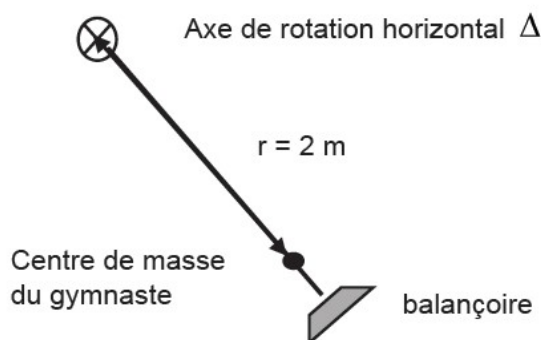
- Q1.** Définir la force poids d'une masse  $m$  située à la surface de la Terre. Définir la force d'inertie dans un référentiel ( $\mathcal{R}$ ) en mouvement par rapport au référentiel terrestre. Dans quel cas cette force d'inertie est-elle non nulle ?

Calculer le poids apparent d'un cosmonaute de masse  $m$  dans la phase de décollage de la fusée, puis dans la phase de retour, le mouvement de la fusée étant supposé vertical dans les deux cas.

- Q2.** L'entraînement utilise des " centrifugeuses " en rotation uniforme autour d'un axe fixe, à la vitesse angulaire  $\omega$ . Définir ce qu'on appelle la force d'inertie centrifuge.

Des cosmonautes font des mouvements de révolution sur des balançoires (figure 1) qui tournent à la vitesse angulaire  $\omega$  constante autour d'un axe horizontal  $\Delta$ . À quels poids apparents extrêmes sont-ils soumis ?

On suppose que sur ces balançoires, le centre de masse du cosmonaute solidaire du siège est à une distance de  $r = 2\text{m}$  de l'axe de rotation horizontal. À quelle vitesse angulaire  $\omega$  faut-il tourner pour obtenir un poids apparent maximal de norme de  $4mg_0$  ?



**Figure 1 - Balançoire**

L'entraînement à l'apesanteur se faisait pour les cosmonautes au cours d'un vol parabolique dans un avion Tupolev (figure 2). Leonov a participé 117 fois à cet entraînement.

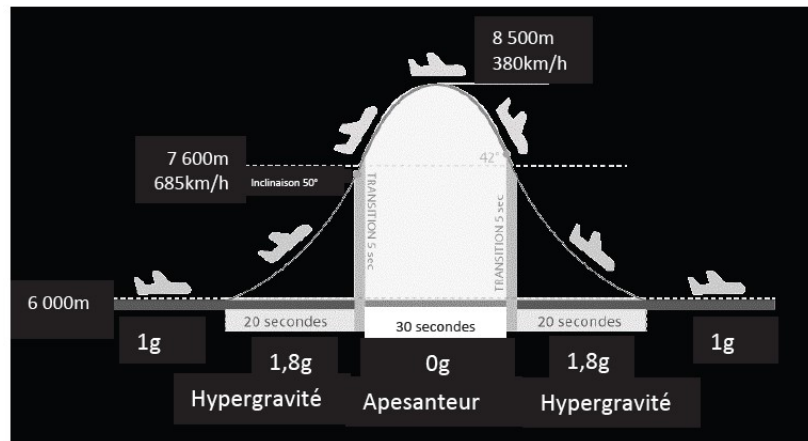


Illustration extraite du site airzerog.com/fr/

Figure 2 - Vol zéro-g

Lors d'un vol parabolique, ou vol zéro-g, (figure 2) les pilotes de l'avion effectuent une trentaine de fois une manoeuvre particulière dite " manoeuvre parabolique " au cours de laquelle l'état d'apesanteur est recréé à bord pendant 30 secondes.

- Q3.** La portion parabolique de la trajectoire de l'avion doit être confondue avec la parabole de chute libre de même sommet, c'est à dire que, durant cette phase du mouvement, l'avion est en chute libre.
- Expliquer pourquoi il y a apesanteur dans cette partie de la trajectoire.
  - Vérifier la valeur de la durée de l'apesanteur à partir des caractéristiques du début du mouvement parabolique ( $V_0 = 685 \text{ km.h}^{-1}$ , inclinaison par rapport au plan horizontal  $\alpha = 50^\circ$ ).

## Partie II - Mise en orbite de Voskhod-2

### Données de la partie II

Notations :

Constante de gravitation universelle :  $G$

Masse de la Terre :  $M_T$

Valeurs numériques :

Rayon de la Terre :  $R_T = 6370 \text{ km}$

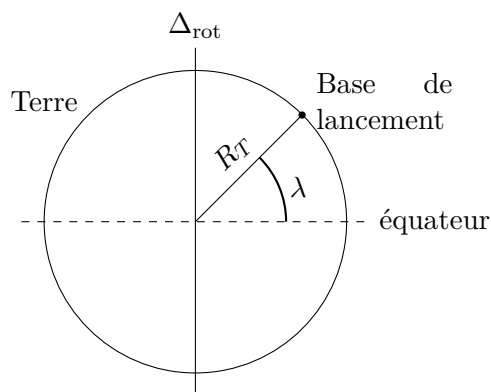
Vitesse angulaire de rotation de la Terre sur elle-même :  $\omega_T = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$

Accélération de la pesanteur à la surface de la Terre :  $g_0 = \frac{G M_T}{R_T^2} = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

*On voit les deux cosmonautes, vêtus de leur combinaison, monter à bord du vaisseau spatial placé dans la fusée. Le lancement de la fusée qui transporte la cabine Voskhod-2 se fait depuis le cosmodrome de Baïkonour au Kazakhstan situé à la latitude  $45^\circ 57' 53''$  Nord dans une zone désertique propice aux communications radio.*

Dans cette partie, le référentiel géocentrique ( $\mathcal{R}_{\text{géo}}$ ) sera considéré comme étant galiléen.

- Q4.** Le vaisseau libéré par la fusée décrit dans le référentiel géocentrique une orbite elliptique dont la distance minimale au foyer est à l'altitude de 167 km et dont la distance maximale au foyer est à l'altitude de 475 km. Que vaut son demi-grand axe  $a$ ? Par la suite, on assimile l'orbite à un cercle de rayon  $a$  : évaluer la vitesse du satellite en  $\text{km.h}^{-1}$  et la période  $T$  du satellite en heure.
- Q5.** a) Quelle énergie faut-il fournir dans le référentiel géocentrique pour placer le satellite sur l'orbite circulaire de rayon  $a$ ? On l'exprimera avec le rayon de l'orbite  $a$ , le rayon de la Terre  $R_T$ , la masse du satellite  $m$ , l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre  $g_0$ , la vitesse angulaire de rotation de la Terre  $\omega_T$  et la latitude  $\lambda$  de la base de lancement. Faire l'application numérique pour une masse  $m = 1\,000\text{ kg}$ .



- b) En réalité l'énergie à fournir à la fusée est beaucoup plus grande. Expliquer pour quelle(s) raison(s).

*Dans le centre technique de Baïkonour, on entend les scientifiques dirent que les deux pilotes vont quitter la zone de visibilité.*

- Q6.** Le satellite Vo (Voskhod), supposé ponctuel, a une orbite circulaire de rayon  $a$  autour de la Terre de centre  $C$  (figure 3). On appelle  $B$  le point qui se confond avec Baïkonour sur la surface de la Terre et  $Q$  la projection verticale de  $B$  sur l'orbite de Vo. La durée de visibilité  $\theta$  du vaisseau V par le centre technique  $B$  correspond à l'intervalle de temps entre son apparition en  $A$  à l'horizon de  $B$  et sa disparition en  $D$  à l'horizon de  $B$ .

Exprimer le rapport entre cette durée de visibilité  $\theta$  et la période de révolution  $T$ , en fonction de  $a$  et de  $R_T$ , en "oubliant" la rotation de la Terre. Calculer la valeur numérique de  $\theta/T$ .

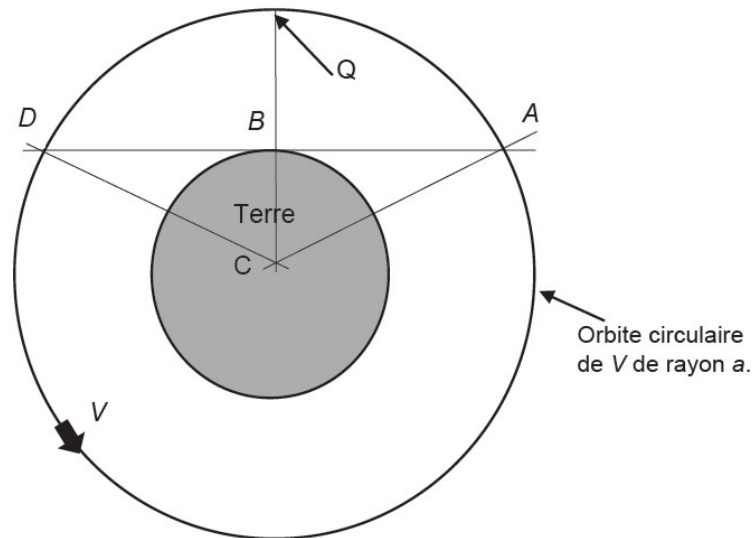
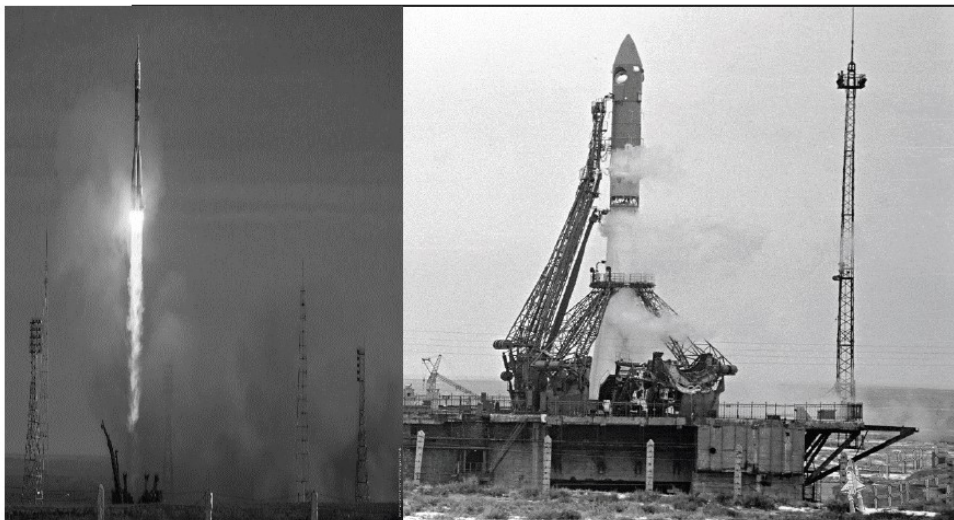


Figure 3 - Orbite du satellite

Pour la question **Q7**, nous faisons l'hypothèse de travail que le champ de pesanteur est uniforme dans la zone où  $V_0$  se déplace et possède la valeur  $g_0$ . L'instant  $t = 0$  est l'instant de départ de la fusée.



Photographies extraites de forum-conquêtespatiale.fr

- Q7.** Le vaisseau est lancé par une fusée (photo ci-dessus) qui peut, à l'aide de tuyères, éjecter des gaz avec une vitesse de  $u = 13 \text{ km.s}^{-1}$  (par rapport au référentiel de la fusée). La trajectoire de la fusée est supposée rectiligne et verticale. Quand on applique le principe fondamental de la dynamique au système fusée (de masse variable) dans le référentiel géocentrique et qu'on projette sur le vecteur unitaire  $\vec{e}_z$  vertical ascendant, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$m(t) \frac{dv}{dt} = -m(t)g_0 + D_m u \quad (1)$$

où  $m(t)$  est la masse de la fusée à l'instant  $t$  et  $D_m$  est le débit massique des gaz éjectés, c'est à dire la masse de gaz éjectée par unité de temps.

Tout se passe comme si s'exerçait à l'instant  $t$  sur la fusée, en plus du poids, une force de poussée égale au produit de la vitesse relative d'éjection par le débit massique des gaz éjectés. Les forces de frottement sont négligées.

- Montrer que  $D_m = -\frac{dm}{dt}$ .
- La fusée chargée (vaisseau, 2 passagers, combustible de masse initiale  $m_{\text{comb}}$ , car-casse, matériel ...) possède une masse initiale  $m_0 = M + m_{\text{comb}}$ . Montrer qu'elle ne peut décoller que si le débit massique est suffisant.
- Tant qu'il y a du combustible la masse  $m(t)$  de la fusée chargée s'écrit  $m(t) = m_0 - \alpha m_{\text{comb}} t$  où  $\alpha$  est un coefficient constant positif. À partir du moment où tout le combustible a été brûlé et éjecté, la masse de la fusée reste constante.

Écrire les équations différentielles relatives à la vitesse pendant les deux phases du mouvement. Que vaut la vitesse  $v_1$  à l'instant  $t_1 = 1/\alpha$  de la fin de la combustion ?

On prendra  $M = 30$  tonnes,  $m_{\text{comb}} = 90$  tonnes et  $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . En intégrant l'expression (1) de  $v(t)$ , on peut montrer que l'altitude atteinte à l'instant  $t_1$  vaut :

$$h = \frac{u}{\alpha} \left( 1 - \frac{M}{m_{\text{comb}}} \ln \left( \frac{m_0}{M} \right) \right) - \frac{g_0}{2\alpha^2}$$

Calculer la valeur numérique de  $h$ .

- À quel instant  $t_2$  la vitesse devient-elle nulle ? Écrire le théorème de l'énergie cinétique entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ . En déduire l'altitude  $H$  maximale que la fusée peut atteindre.  
Discuter l'hypothèse d'uniformité du champ de pesanteur terrestre.
- Commenter les valeurs numériques obtenues pour  $h$  et  $H$  en les comparant aux données de **Q4**. Donner l'ordre de grandeur de la durée entre le départ de la fusée et la mise sur orbite du vaisseau habité.

Sur la figure 4, on a les relevés des positions successives datées du vaisseau au moment de la sortie de Leonov (de 8h30 à 8h50 pour sa sortie et son séjour dans le sas de communication entre la cabine et le vide).

Sur la figure 5, on a les relevés des positions datées du vaisseau au cours de sa dernière orbite.

**Q8.** Dans ses mémoires, Leonov dit :

- qu'il a commencé sa sortie à la fin de la première orbite,
- que c'est après une quinzaine de tours qu'ils ont commencé les manoeuvres de retour.

Pouvez-vous en utilisant vos résultats obtenus en **Q4**. et **Q7.d**) et la figure 4 confirmer la première proposition ?



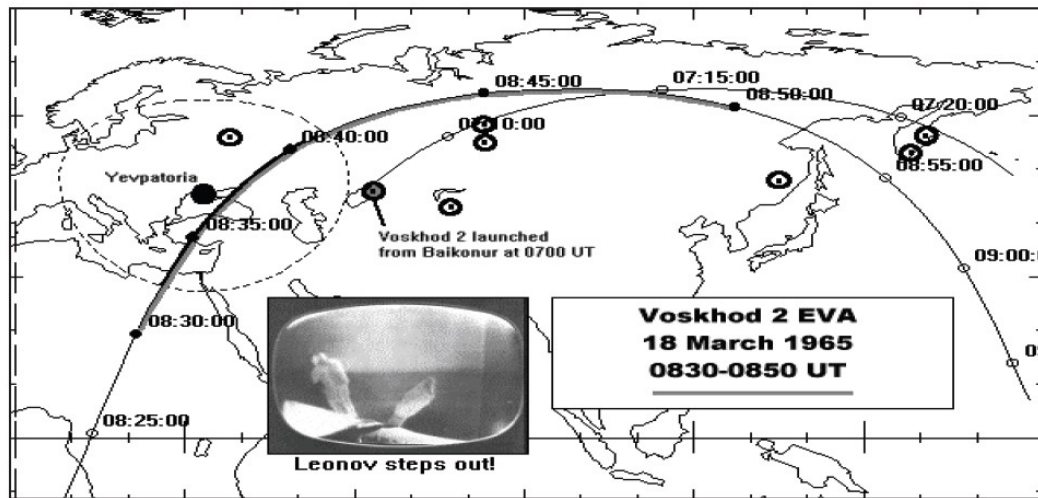
Figure extraite de Space history notes de Seven Grahn, [www.ssvn.grahn.pp.se](http://www.ssvn.grahn.pp.se)

Figure 4 - Relevés des positions au cours de la sortie

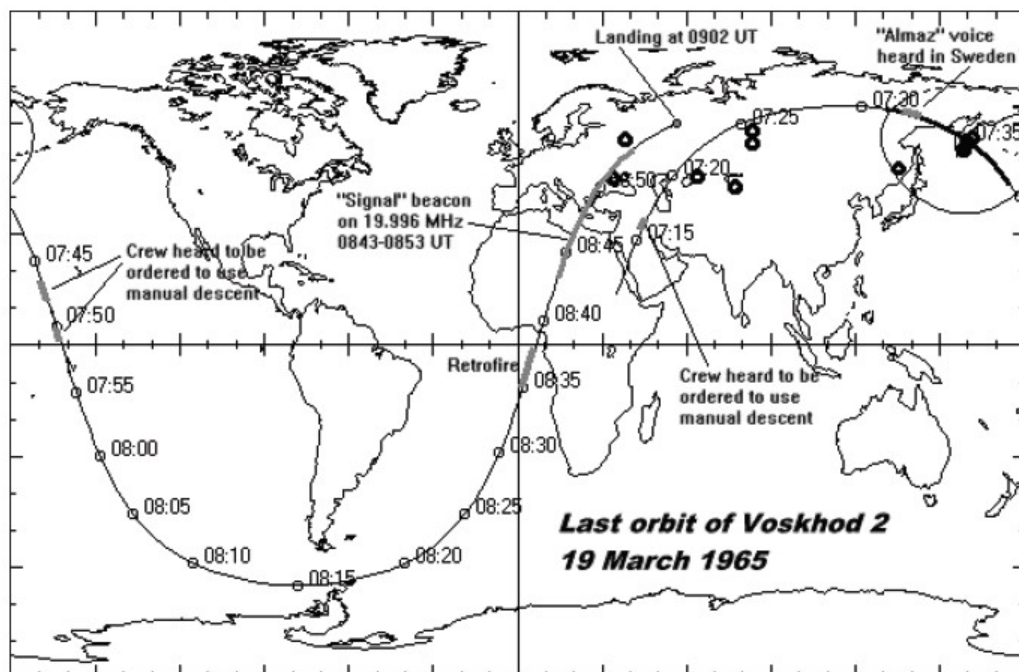
Figure extraite de Space history notes de Seven Grahn, [www.ssvn.grahn.pp.se](http://www.ssvn.grahn.pp.se)

Figure 5 - Relevés des positions de la dernière orbite

Pouvez-vous, en utilisant les figures 4 et 5, confirmer la seconde proposition ?

### Partie III - Début de la sortie

Pour permettre la sortie dans l'espace, le vaisseau est équipé d'un sas gonflable amovible fixé sur le module pressurisé. Ce sas est nécessaire car la cabine de vie des pilotes est très réduite et ne peut pas être soumise au vide (contrairement aux projets américains simultanés). Dès la fin de la première orbite, Belaïev place la bouteille d'air sur le dos de son coéquipier, puis commande le déploiement du sas. Léonov y pénètre et sort quelques instants après la fermeture

de l'écouille intérieure. Leonov, aveuglé malgré sa visière, regarde la Terre, ébloui et subjugué. Il doit immortaliser ces instants où, pour la première fois, un homme se déplace dans l'espace au-dessus de l'atmosphère. Il saisit la caméra attachée au vaisseau, lui enlève le capuchon et le jette.

On suppose le référentiel géocentrique galiléen et on travaillera dans celui-ci.

**Q9. Problème :** le cosmonaute a communiqué au capuchon un très léger surplus de vitesse  $\vec{V}_0$  orthogonale à la trajectoire du vaisseau supposée circulaire et dans le plan de celle-ci. Sur la figure 6 sont représentées les trajectoires du vaisseau et du capuchon dans le référentiel géocentrique. En utilisant la loi des aires, justifier que le cosmonaute pourra récupérer le capuchon.

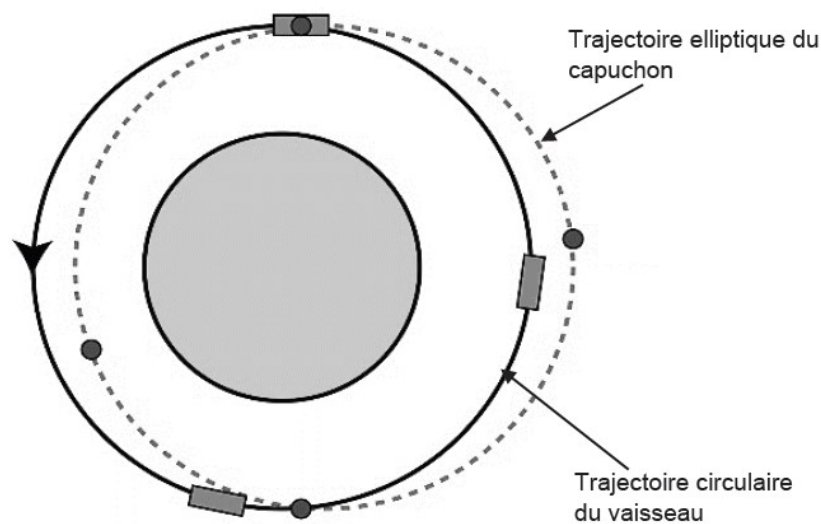


Figure 6 - Orbites du vaisseau et du capuchon



## 2 Deuxième problème

Le sujet s'intéresse à différents cas de frottements secs qui induisent des types de mouvement relatif possibles dans certaines conditions pour un couple solide1-solide2. Ces propriétés viennent du choix du support pour un mobile donné.

### Partie I - Les lois de Coulomb relatives au glissement

On rappelle ci-dessous les lois de Coulomb, en notant  $f_s$  et  $f_d$  les coefficients statique et dynamique du frottement et  $\vec{T}$  et  $\vec{N}$  les composantes tangentielle et normale de la réaction :

- En mode statique (absence de glissement donc adhérence) :  $\|\vec{T}\| < f_s \|\vec{N}\|$
- En mode dynamique (présence de glissement), on a alors l'égalité  $\|\vec{T}\| = f_d \|\vec{N}\|$  avec une composante tangentielle toujours opposée à la vitesse de glissement :  $\vec{T} \cdot \vec{v}_g < 0$  et  $\vec{T} \wedge \vec{v}_g = \vec{0}$ .

- Q1.** a) Définir ce qu'on appelle la vitesse de glissement  $\vec{v}_g$  d'un solide par rapport à un autre, en un point de contact.  
 b) Doit-on préciser dans quel référentiel elle est exprimée ?
- Q2.** Expliquer à quelle condition on passe de l'adhérence au glissement.
- Q3.** Expliquer à quelle condition passe-t-on du glissement à l'adhérence.

### Partie II - Mesure du coefficient de frottement dynamique

On utilise le dispositif représenté sur la Figure 1. Un solide  $S_1$  de masse  $M$  est lié par un fil inextensible et supposé sans masse à un solide  $S_2$  de masse  $\alpha M$ , avec  $f_s < 1 < \alpha$ . Le fil sans masse, inextensible et de longueur  $L$ , passe sur la gorge d'une poulie idéale (sans masse et sans frottements). Le solide  $S_1$  se déplace sur un support fixe  $S$  horizontal.

Le référentiel terrestre ( $\mathcal{R}_T$ ) est supposé galiléen et on le munit du repère  $(Oxyz)$  dont la base associée orthonormale directe est  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . On appelle  $H(t)$  l'altitude à l'instant  $t$  du point  $B$  du solide  $S_2$  au-dessus du plancher horizontal. À l'état initial, les solides sont tous immobiles, le centre d'inertie du solide  $S_1$  est à l'abscisse  $X(t=0) = X_0$  et le point  $B$  solide  $S_2$  est à l'altitude  $H(t=0) = H_0$ .

On veut dans cette expérience déterminer la valeur du coefficient  $f_d$  de frottement relatif au glissement entre le matériau constitutif de  $S$  et celui du solide  $S_1$ . On mesure la distance  $D$  parcourue par le solide  $S_1$  sur le support  $S$ , sachant que le solide  $S_2$  touche le plancher avant que le solide  $S_1$  ne s'arrête.

On notera  $\vec{R} = -T \vec{e}_x - N \vec{e}_z$  la réaction du support sur le solide  $S_1$ .

- Q4.** Décrire qualitativement les deux phases successives du mouvement de l'ensemble en précisant pour chacune d'elles si le fil est tendu ou non tendu.
- Q5.** La nature "idéale" de la poulie et du fil permet de considérer que la norme  $F$  de la tension du fil est conservée tout le long du fil. En appliquant le théorème de la résultante cinétique (c'est à dire le théorème du centre d'inertie<sup>1</sup>) au solide  $S_1$  puis au solide  $S_2$ , écrire les 3 relations qui lient  $N$ ,  $T$ ,  $F$ ,  $g$ ,  $\alpha$ ,  $M$ , l'accélération horizontale  $\ddot{X}$  du solide  $S_1$  et l'accélération verticale  $\ddot{Z}$  du solide  $S_2$ .
- Q6.** Traduire la loi de Coulomb pour exprimer  $\vec{T}$ .
- Q7.** On s'intéresse à la première phase du mouvement.

1. Information ajoutée au sujet, non présente dans l'énoncé original. F.Rauscher.

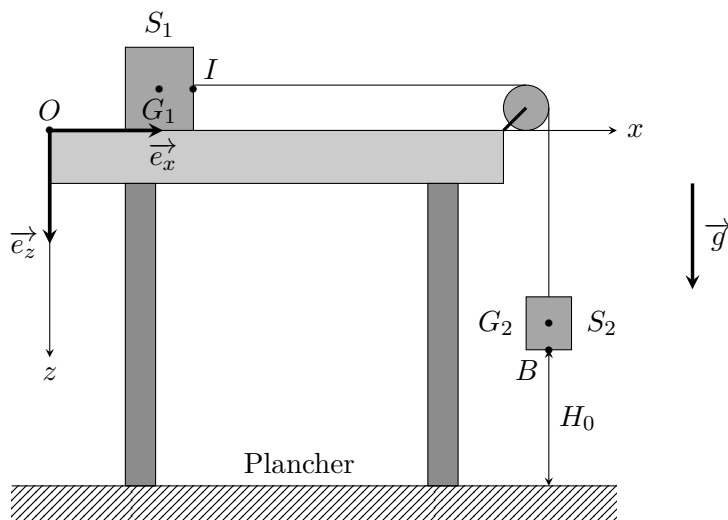


FIGURE 1 – Premier dispositif. Mesure du coefficient de frottement dynamique  $f_d$ .

- Exprimer le lien entre  $\ddot{X}$  et  $\ddot{Z}$  en le justifiant dans cette première phase.
  - Établir dans cette phase la vitesse  $\dot{X}(t)$  en fonction de  $\alpha$ ,  $f_d$  et  $g$ .
  - Quelle est la durée  $t_1$  de cette première phase ?
  - Quelle est la vitesse correspondante  $V_1$  atteinte par  $S_1$  à la fin de cette phase ?
- Q8.** On s'intéresse à la deuxième phase du mouvement.
- Exprimer  $X(t)$  dans cette phase en fonction de  $t$ ,  $t_1$ ,  $V_1$ ,  $X_0$ ,  $H_0$ ,  $g$  et  $f_d$ .
  - Exprimer  $f_d$  en fonction de  $\alpha$ ,  $H_0$  et  $D$ .
- Q9.** Retrouver ce résultat en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à chacune des deux phases du mouvement.
- Q10.** On réalise l'expérience plusieurs fois de suite, en partant toujours de la valeur de  $H_0 = 40,0$  cm. La masse du solide  $S_1$  vaut  $M = 50$  g et celle du solide  $S_2$  vaut  $\alpha M = 60$  g. Calculer la valeur du coefficient de frottement  $f_d$  sachant qu'on a trouvé une valeur moyenne de la distance  $\langle D \rangle$  égale à 1,50 m.

### Partie III - Mesure du coefficient de frottement statique

On pose maintenant le solide  $S_1$  sur un support  $S$  qui fait un angle  $\theta$  avec le plan horizontal. Le dispositif est représenté sur la figure 2. À partir d'une valeur nulle on fait augmenter l'angle  $\theta$  en déplaçant lentement un coin et on mesure pour quelle valeur  $\theta = \theta_{\text{lim}}$  le solide  $S_1$  se met à glisser.

- Q11.** Montrer que cette expérience permet de mesurer le coefficient de frottement statique  $f_s$ .
- Q12.** On réalise plusieurs essais successifs de décrochement et la valeur moyenne de  $\theta_{\text{lim}}$  est égale à  $29,5^\circ$ . En déduire la valeur du coefficient de frottement statique.

### Partie II – Phénomène de "slip-stick"

**Données :** accélération de la pesanteur  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

Le domaine des ondes sonores, perceptibles par l'oreille humaine, va d'une fréquence de 20 Hz à une fréquence de 20 kHz. Une grande fréquence correspond à un son aigu.

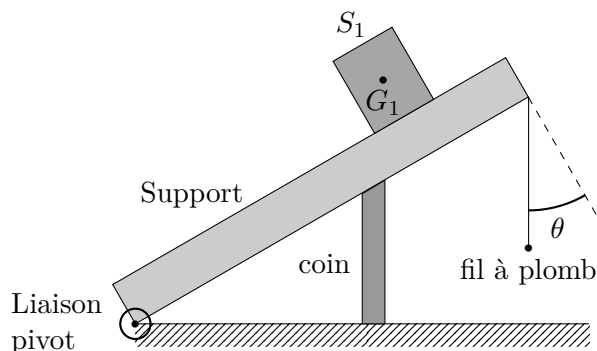


FIGURE 2 – Mesure du coefficient de frottement statique

Le phénomène "slip-stick" (littéralement glisser-coller) intervient quand les coefficients de frottement statique et dynamique ont des valeurs très différentes. Il s'agit d'un mouvement saccadé qui contient des phases de glissement et d'adhérence successives dont on décrit ci-dessous une modélisation.

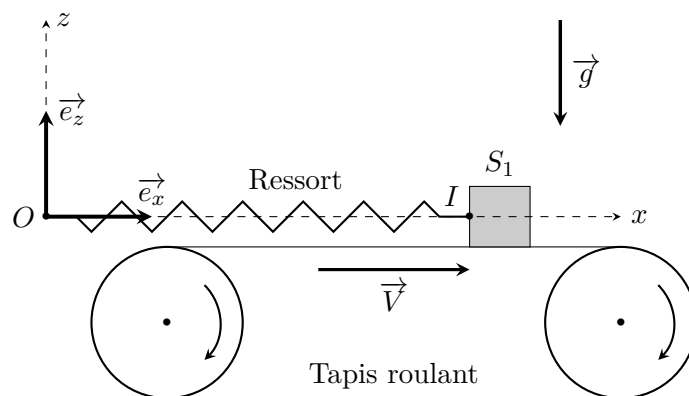


FIGURE 3 – Modélisation du "slip-stick"

Le solide  $S_1$  de masse  $M = 50$  mg est relié par un ressort de raideur  $k$  à un point fixe  $O$ . Il se déplace sur un tapis roulant horizontal caractérisé par un coefficient de frottement dynamique nul et par un coefficient statique  $f_s = 0,6$ .

La situation est représentée Figure 3. Le référentiel terrestre ( $\mathcal{R}_T$ ) est supposé galiléen et on le munit d'un repère  $(Oxyz)$  dont la base associée orthonormale directe est  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

On note  $X(t)$  l'allongement du ressort à l'instant  $t$  par rapport à sa longueur à vide  $\ell_0$ . Dans la situation initiale,  $X(t=0) = X_0 > 0$  et le solide  $S_1$  est abandonné sans vitesse initiale relativement au tapis. Celui-ci se déplace à la vitesse constante  $\vec{V} = V \vec{e}_x$  par rapport au référentiel terrestre.

La réaction du tapis roulant sur le solide  $S_1$  sera notée  $\vec{R} = T \vec{e}_x + N \vec{e}_z$ .

- Q13.** Établir les expressions de l'allongement  $X_1$  et de la date  $t_1$  associés au début de glissement du solide  $S_1$  par rapport au tapis.
- Q14.** Quelle est la nature du mouvement après la date  $t_1$  ? Déterminer par une méthode énergétique l'allongement maximal  $X_M$  atteint par la masse en fonction de  $X_1$ ,  $V$  et la pulsation propre de l'oscillateur  $\omega_0$ .

- Q15.** a) Déterminer les fonctions allongement  $X(t)$  et vitesse  $\dot{X}(t)$  pendant la phase de glissement.  
b) À quelle date  $t_2$  cette phase s'arrête-t-elle ?  
c) Représenter l'allure de  $X(t)$  et de  $\dot{X}(t)$  entre  $t = 0$  et  $t = t_2$ .
- Q16.** À quelle condition d'inégalité entre la période propre  $T_0$  et  $\frac{X_1}{V}$  peut-on considérer que l'abscisse maximale  $X_M$  est très voisine de  $X_1$  ? On suppose cette condition vérifiée dans toute la suite de cette partie.
- Q17.** Montrer qu'alors la fréquence approchée du mouvement est donnée par :  $\nu = \frac{\omega_0^2 V}{2gf_s}$ .
- Évaluer numériquement cette fréquence en supposant que la raideur vaut  $k = 4 \text{ kN.m}^{-1}$  et que la vitesse du tapis roulant vaut  $V = 6 \text{ cm.s}^{-1}$ .
- Q18.** Représenter l'allure de  $X(t)$  sur une période.
- Q19.** Ce phénomène se retrouve dans beaucoup de situations quotidiennes : craie qui crisse sur un tableau, porte qui grince, pneu qui crisse et archet de violon. Dans quel domaine de fréquences sont émis les sons associés à ces mouvements de "slip-stick". Pourquoi en cassant la craie supprime-t-on ce crissement, sachant que la raideur  $k$  d'un bâton est inversement proportionnelle au cube de sa longueur ?
- Q20.** Évaluer le travail des forces de frottement sur une période dans ce modèle. Commenter.