

SESSION 2020



MP2PC

□ 1 – Définition du cours. $\vec{v}_g = \vec{v}_{I_2 \in \mathcal{S}_2 \mathcal{R}} - \vec{v}_{I_1 \in \mathcal{S}_1 \mathcal{R}}$

Cette relation est valable pour tout référentiel. On trouve la vitesse d'entraînement dans chaque terme de la soustraction.

□ 2 – On passe de l'adhérence au glissement dès que $T = f_s N$

□ 3 – On passe du glissement à l'adhérence dès que $\vec{v}_g = \vec{0}$

□ 4 – **Phase 1** : accélération de \mathcal{S}_1 car $F = \alpha mg > f_s mg$. Durant cette phase, le fil est tendu.

Phase 2 : Le solide \mathcal{S}_1 ne subit plus que $-f_g mg \vec{e}_x$ selon la direction horizontale. Le solide est freiné jusqu'à l'arrêt $\vec{v}_g = \vec{0}$. Le fil n'est plus tendu.

□ 5 – Durant la phase 1, on écrit le théorème de la résultante cinétique pour chacun des deux solides :

$$\mathcal{S}_1 \begin{cases} F - T = m\ddot{X} \\ -mg + N = 0 \end{cases} \quad \mathcal{S}_2 \begin{cases} -F + \alpha mg = \alpha m\ddot{Z} \\ 0 = 0 \end{cases}$$

□ 6 – La Loi de Coulomb pour le glissement s'écrit $T = f_g N$

□ 7 – a) Le fil est inextensible donc $\dot{X} = \dot{Z}$ et $\ddot{X} = \ddot{Z}$

b) On a donc, d'après la question 5 :

$$F = -\alpha m\ddot{Z} + \alpha mg \quad \text{soit} \quad F = \alpha m(g - \ddot{X}) \quad \text{et donc} \quad m\ddot{X} = \alpha m(g - \ddot{X}) - f_g mg$$

$$\iff \ddot{X} = \left(\frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1} \right) g$$

On intègre avec $\dot{X}(t=0) = 0$

$$\dot{X} = \left(\frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1} \right) gt$$

c) La phase s'arrête quand $H(t) = 0$. On intègre encore une fois avec $X(t=0) = 0$:

$$X = \frac{1}{2} gt^2 \left(\frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1} \right)$$

Le solide s'arrête lorsque $X(t_1) - X_0 = H_0 \iff X(t_1) = H_0$. On aboutit à $t_1 = \sqrt{\frac{2H_0}{g} \frac{\alpha + 1}{\alpha - f_g}}$

d) On reporte dans $\dot{X}(t_1)$ dans b)

$$V_1 = \left(\frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1} \right) \sqrt{2gH_0 \frac{\alpha + 1}{\alpha - f_g}} \iff V_1 = \sqrt{2gH_0} \sqrt{\frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1}}$$

□ 8 – On s'intéresse maintenant à la deuxième phase du mouvement :

a) \mathcal{S}_1 subit \vec{P} et \vec{R} soit $m\ddot{X} = -f_g mg \iff \ddot{X} = -f_g g$ qu'on intègre avec $\dot{X}(t_1) = V_1$:

$$\dot{X}(t) = V_1 - f_g g(t - t_1)$$

et une seconde intégration avec $X(t_1) = H_0 + X_0$ aboutit à :

$$X(t) = V_1(t - t_1) - f_g g \frac{(t - t_1)^2}{2} + H_0 + X_0$$

b) La fin du glissement correspond à $\dot{X}(t_f) = 0 \iff (t_f - t_1) = \frac{V_1}{f_g g}$.

On a par définition $D = X(t_f) - X_0 \iff \dots D = \frac{1}{2} \frac{V_1^2}{f_g g} + H_0$.

De plus on a établi en 7)d) $V_1^2 = 2gH_0 \times \frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1}$.

Quelques calculs amènent à $f_g = \frac{\alpha}{1 + (\alpha + 1) \frac{D - H_0}{H_0}}$.

□ 9 – On applique le théorème de l'énergie cinétique à $\mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2$ durant la première phase. $\Delta E_c = \Delta E_{c,1} + \Delta E_{c,2} = W(\vec{P}_2) + W(\vec{T}) \iff \frac{1}{2}(\alpha + 1)V_1^2 = \alpha mgH_0 - f_g mgH_0 = mgH_0(\alpha - f_g) \iff$

$V_1^2 = 2gH_0 \left(\frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1} \right)$. On retrouve la relation établie dans 7)d).

On applique le TEC à \mathcal{S}_1 seul cette fois. \mathcal{S}_2 est au sol. Le fil n'est plus tendu. Seule la force de frottement travaille : $\Delta E_{c,1} = W(\vec{T}) \iff -\frac{1}{2}V_1^2 = -f_g mg(D - H_0)$ soit $V_1^2 = 2f_g g(D - H_0)$.

Combinant les deux résultats, on obtient $D - H_0 = H_0 \left(\frac{\alpha - f_g}{\alpha + 1} \right)$ et on retrouve $f_g = \frac{\alpha}{1 + (\alpha + 1) \frac{D - H_0}{H_0}}$

établi en 8)b).

□ 10 – On réalise l'application numérique avec $\alpha = \frac{\alpha m}{m} = \frac{60}{50} = 1,2$, $H_0 = 40$ cm et $D = 150$ cm.

$f_g = 0,46$. Ce qui est tout à fait envisageable comme ordre de grandeur.

□ 11 – Question classique de cours. On est à la limite du glissement $T = f_s N$ et ici $N = mg \cos \theta$. Le solide subit le poids et la force de frottement et est encore immobile : $mg \sin \theta = f_s mg \cos \theta \iff$

$f_s = \tan(\theta_{\text{lim}})$

□ 12 – L'application numérique donne $f_s = 0,57$. On a bien $f_s > f_g$ comme attendu.

□ 13 – Tant que la vitesse de glissement est nulle, $\vec{v} = \vec{v}_{\text{tapis}} = \vec{V}$. On a ainsi $X(t) = Vt + X_0$.

Il y a glissement dès que $T = f_s N$. Dans \mathcal{R}_T galiléen (\mathcal{R}' l'est aussi puisqu'il est en translation rectiligne uniforme dans \mathcal{R}_T galiléen), le PFD s'écrit :

$$\begin{cases} -kX + T = 0 \\ -mg + N = 0 \end{cases}$$

a) A la limite de glissement, on a $T = f_s N = f_s mg$ et $kX_1 = f_s mg$ soit $X_1 = \frac{f_s mg}{k}$.

b) et $t_1 = \frac{X_1 - X_0}{V} \iff t_1 = \frac{\frac{f_s mg}{k} - X_0}{V}$.

□ 14 – Dès le début de glissement, $T = f_d N = 0$ puisque $f_d = 0$ dans notre cas.

a) L'application du PFD donne $m\ddot{X} = -kX$ soit $\ddot{X} + \frac{k}{m}X = 0$. On reconnaît l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

b) \nexists force dissipative. L'énergie mécanique se conserve : $E_m = E_c + E_p$ avec $E_p = \frac{1}{2}kX^2 + E_{p,p}$ soit $E_p = \frac{1}{2}kX^2$ en prenant $E_{p,p} = 0$ à la hauteur fixe considérée. $E_c = \frac{1}{2}m\dot{X}^2$. L'énergie potentielle

est maximale quand l'énergie cinétique est nulle. On a donc $E_{m,i} = E_m(t_1) \iff \frac{1}{2}kX_1^2 + \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}kX_m^2$. On a donc la relation (homogène!) :

$$X_m^2 = X_1^2 + \frac{V^2}{\omega_0^2}$$

□ 15 – a) On translate l'origine des temps : $t = t' + t_1$. On a donc

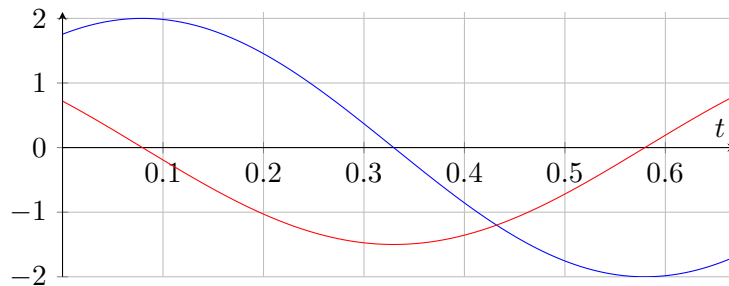
$$\begin{cases} X(t') = X_m \cos(\omega_0 t' + \varphi) \\ \dot{X}(t') = -\omega_0 X_m \sin(\omega_0 t' + \varphi) \end{cases} \quad \begin{cases} X(t'=0) = X_1 = X_m \cos \varphi \\ \dot{X}(t'=0) = V = -\omega_0 X_m \sin \varphi \end{cases}$$

Soit $\tan \varphi = -\frac{V}{\omega_0 X_1}$

b) Le glissement s'arrête dès que $v_g = 0 \iff \dot{X}(t_2) = V$

c) Représentations graphiques. Ne pas tenir compte des graduations sur les axes. EN rouge \dot{X} et en bleu X avec une valeur arbitraire du déphasage.

En rouge, on démarre en (t_1, V) et on finit en (t_2, V) comme expliqué ci-dessus.



□ 16 – $X(t_1) \simeq X_m \implies \varphi \simeq 0 \iff \tan \varphi \simeq 0 \iff V \ll \omega_0 X_1 \iff \tau_0 \ll 2\pi \frac{X_1}{V}$ ce qui est

cohérent avec $X_m^2 = X_1^2 + \frac{V^2}{\omega_0^2}$ établi en 14)b).

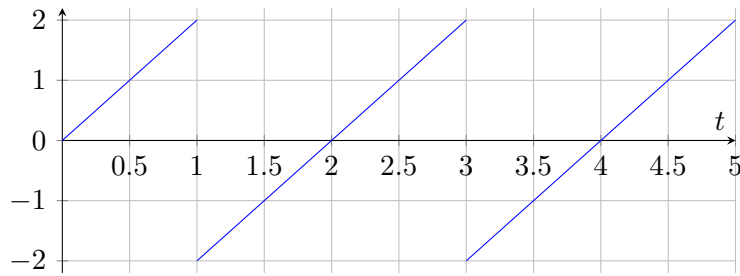
□ 17 – Dans la représentation précédente, durant le glissement, le solide passe de X_1 à $-X_1$. Soit, dans notre approximation de X_m à $-X_m$. Cela dure $\tau_0/2$. Il faut rajouter le temps nécessaire pour, en période de stick, aller de $-X_m$ à $+X_m$ soit $\frac{2X_m}{2}$. On a donc :

$$T = \frac{2X_m}{V} + \frac{\tau_0}{2}$$

Or, on est dans l'approximation $\tau_0 \ll \frac{X_1}{V}$ avec $X_1 \simeq X_m$. On a donc $T \simeq \frac{2X_m}{V} = \frac{2gf_s}{\omega_0^2 V}$

L'application numérique donne $\nu = \frac{kV}{2gmf_s} = 400 \text{ Hz}$

□ 18 – Représentation graphique. La durée de glissement n'apparaît plus. Elle est négligeable.



□ 19 – Phénomène usuel.

a) Les sons sont dans le domaine des hautes fréquences.

b) $k \propto 1/L \implies$ si $L \rightarrow L/2$ alors $k \rightarrow 2k \implies \nu \uparrow$. On atteint les ultrasons. Inaudibles pour l'oreille humaine.

□ 20 – Le solide frotte avec $f_d \approx 0$ ici : la force de frottement est nulle quand la vitesse de glissement ne l'est pas. La force de frottement est non nulle lorsque la vitesse de glissement est nulle. Dans les deux cas, il n'y a pas de travail de la force de frottement.