## 4) Intérêt en physique atomique

Une molécule (ou un simple atome) peut posséder un moment dipolaire électrique lorsque les barycentres des charges négative et positive sont différents : $N \neq P$. Cela peut arriver de deux façons :

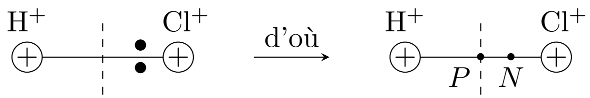
**1.** De façon *constitutive* (c'est à dire indépendamment de toute intervention externe) :

Cela arrive lorsque les éléments qui constituent la molécule possèdent des *électronégativités très différentes*. On parle de **moment dipolaire électrique permanent**.

**Exemple 1** : HCl $\chi(\mathrm{Cl}) > \chi(\mathrm{H})$

H — Cl

On considère que le noyau, les électrons de cœur et les doublets non liant appartiennent en propre à chaque atome ; en effet, ils sont très localisés autour du centre de l'atome. D'où le modèle :



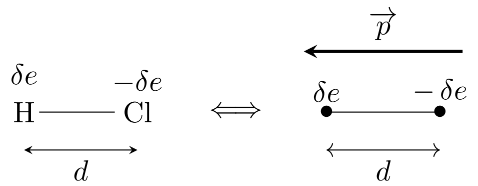

On aura donc $\overrightarrow{p} = 2e\,\overrightarrow{NP}$. L'existence de ce moment dipolaire est permanent.

Unité adaptée pour $p$ : dans le système S.I. $[p] = \mathrm{C.m}$ mais c'est une unité trop grande en physique atomique. On préfère utiliser le Debye, de symbole D :

$$\boxed{1\,\mathrm{D} = \frac{1}{3}.10^{-29}\,\mathrm{C.m}}$$

Pour HCl on a : $\|\overrightarrow{p}\| = 1{,}08$ D

Cependant, les chimistes préfèrent utiliser un modèle différent, appelé modèle du doublet. L'atome le plus électronégatif est doté d'une chage électrique $-\delta \times e$ et l'autre atome (moins électronégatif) est doté d'une charge $+\delta \times e$. On a donc :

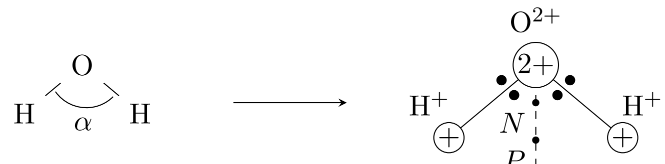



$$\|\overrightarrow{p}\| = \delta\, e\, d$$

où $d$ est la longueur de la liaison. Le nombre $\delta$ (sans dimension) est lié à l'électronégativité dans l'échelle de Pauling, selon la relation :

$$\delta = 1 - \exp\left[-\frac{(\,\chi(\mathrm{H}) - \chi(\mathrm{Cl})\,)^2}{4}\right]$$

**Exemple 2** : $H_2O$ $\chi(\mathrm{O}) > \chi(\mathrm{H})$



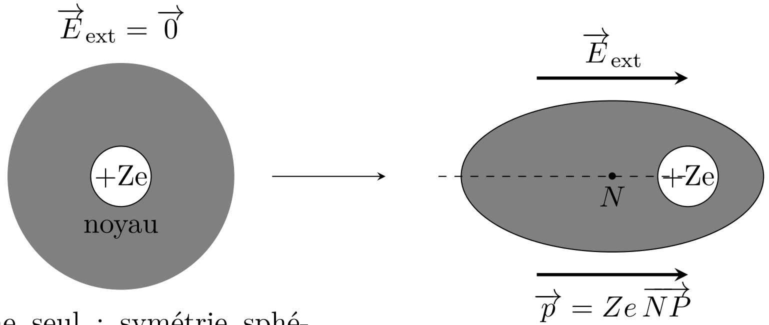

$\alpha = 105°$

$$\overrightarrow{p} = 4e\,\overrightarrow{NP} \quad \|\overrightarrow{p}\| = 1{,}85\,\mathrm{D}$$

**2.** Le moment dipolaire n'existe pas naturellement mais il est créé par une *cause externe* (en pratique un champ électrique appliqué) : on parle de **dipôle induit**.

**Exemple** : atome .

Si on applique un champ électrique extérieur $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$




Atome seul : symétrie sphérique : $N = P$ donc $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{p}$ est appelé *moment dipolaire induit* par le champ électrique extérieur appliqué. Dans le cas où $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ n'est pas trop important, on a une relation linéaire :

$$\boxed{\overrightarrow{p} = \alpha\,\varepsilon_0\,\overrightarrow{E}_{\text{ext}}}$$

où le coefficient $\alpha > 0$ est appelé *polarisabilité de l'atome*.

# III. Dipôle magnétique

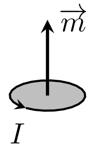
.

## 1) Définition

On appelle **dipôle magnétique** tout système matériel qui possède un moment magnétique $\overrightarrow{m} \neq \overrightarrow{0}$ ;

**Exemples** :

**1.** Spire de courant parcourue par un courant constant d'intensité $I$.




**2.** Moment magnétique atomique

**3.** Champ magnétique terrestre.

Les expériences montrent que, en première approximation, le champ magnétique terrestre a une *structure dipolaire magnétique*. Tout se passe comme s'il existait un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{m}$ placé au centre de la Terre. Ce dipôle est probablement généré par les mouvements des ions et des électrons constituant le plasma (matière en fusion) du noyau terrestre.

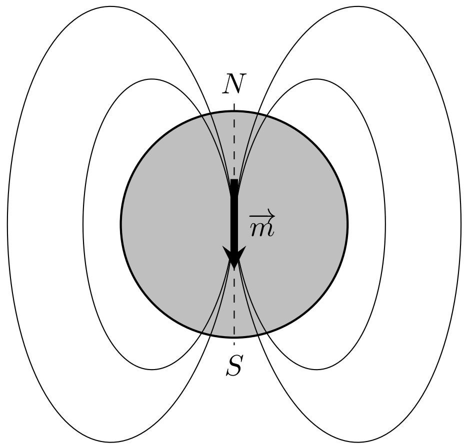



Figure 1 – Structure dipolaire du champ magnétique terrestre. Le moment magnétique terrestre est environ $m \approx 8\times10^{22}$ A.m$^2$.

## 2) Champ magnétostatique créé à grande distance du dipôle

Soit $L$ la taille du dipôle magnétostatique. En un point $M$ situé à un grande distance $r$ du dipôle, c'est à dire tel que $r \gg L$, on montre que le champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$ créé a la même expression mathématique que le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ créé par un dipôle électrostatique.

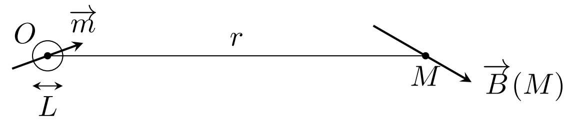



Figure 2 –

Le dipôle magnétostatique est placé autour du point $O$. On pose $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OM}$ et $r = \left\|\overrightarrow{OM}\right\|$. On a alors :

$$\boxed{\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{3\,(\overrightarrow{m}.\overrightarrow{r})\;\overrightarrow{r} - r^2\,\overrightarrow{m}}{r^5}}$$

**Analogies** :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} &\longleftrightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \\ \overrightarrow{p} &\longleftrightarrow \overrightarrow{m} \\ \overrightarrow{E} &\longleftrightarrow \overrightarrow{B} \end{aligned}$$

Cas particulier où $\overrightarrow{m} = m\,\overrightarrow{e_z}$ :

$$\boxed{\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{m}{r^3}\,\left(\,2\cos\theta\,\overrightarrow{e_r} + \sin\theta\,\overrightarrow{e_\theta}\,\right)}$$

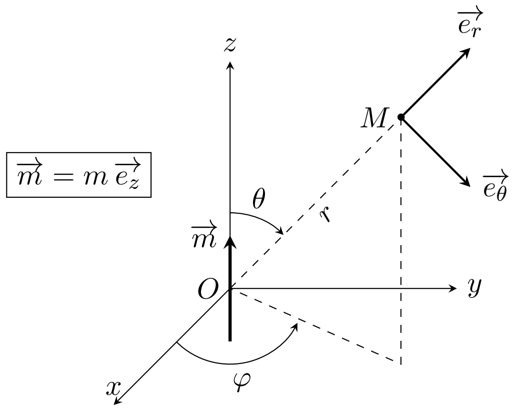



FIGURE 3 –

## 3) Action d'un champ magnétostatique extérieur sur un dipôle magnétique

Supposons maintenant qu'un dipôle magnétostatique de moment $\overrightarrow{m}$ soit placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$, dit "extérieur", c'est à dire créé par d'autres sources que le dipôle.

### a) Champ extérieur uniforme

Dans le cas où le dipôle est une petite spire de courant, les actions exercées par $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ sur le dipôle sont les forces de Laplace et on sait d'après le cours de magnétostatique qu'elles forment *un couple* :

$$\boxed{\text{Résultante : } \overrightarrow{F_L} = \vec{0} \ ; \quad \text{Moment : } \overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}}$$

où le moment résultant est *indépendant du point par rapport auquel on le calcule.*

On admettra que ce résultat ne dépend pas de la nature du dipôle magnétique (petite spire, atome, aimant, ...)

Les actions magnétiques exercées par un champ magnétostatique extérieur $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ uniforme sur un dipôle magnétostatique quelconque forment un *couple* ($\overrightarrow{F_m} = \vec{0}$) dont le moment résultant est donné par :

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}$$

### b) Champ magnétostatique extérieur non uniforme

Dans le cas où la taille $L$ du dipôle magnétostatique est très petite devant la distance caractéristique de variation de $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ on peut se contenter d'un développement limité de $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ à l'ordre 1 au voisinage du centre d'inertie $G$ du dipôle.

On trouve que les actions magnétiques exercées par $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ ont la même expression que pour le dipôle électrostatique, c'est à dire :

$$\boxed{\overrightarrow{F_m} = \overrightarrow{\text{grad}}\left(\overrightarrow{m}.\overrightarrow{B}_{\text{ext}}\right)(G) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\Gamma_G} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}(G)}$$

On montre aussi que les forces magnétiques exercées sur le dipôle sont conservatives. On peut leur associer l'énergie potentielle :

$$\boxed{E_P^{(\text{magn})} = -\,\overrightarrow{m}.\overrightarrow{B}_{\text{ext}}(G)}$$

appelée *énergie potentielle magnétique du dipôle* :

La résultante des forces magnétiques exercées par $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ sur le dipôle magnétique peut aussi être calculée grâce à la formule :

$$\boxed{\overrightarrow{F_m} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\,E_P^{(\text{magn})}(G)}$$

où il faut considérer que le vecteur $\overrightarrow{m}$ est constant quand on dérive $E_P^{(\text{magn})}$.

**Remarque** : .

Lorsque l'on dit qu'on place un dipôle magnétique en un point $M$, cela signifie que son centre d'inertie $G$ est en $M$.

**Annexe : force exercée sur un dipôle par un champ extérieur**

**1. Cas d'un dipôle électrostatique** :

Prenons le cas d'un dipôle électrostatique plongé dans un champ électrique extérieur $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}(M)$ non uniforme dans le cas général. L'expression de la force électrique exercée sur le dipôle est :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{\text{él}} = \left(\overrightarrow{p}.\overrightarrow{\text{grad}}\right)\overrightarrow{E}_{\text{ext}}|_G}$$

Si on introduit l'énergie potentielle du dipôle :

$$\boxed{E_P^{(\text{él})}(G) = -\,\overrightarrow{p}.\overrightarrow{E}_{\text{ext}}(G)}$$

alors on peut énoncer :

**Règle de calcul**

La force électrique peut être calculée au moyen de l'expression suivante :

$$\overrightarrow{F}_{\text{él}} = -\left\{\overrightarrow{\text{grad}}\,E_P^{(\text{él})}\right\}(G)$$

où le gradient de $E_P^{(\text{él})}$ est pris en $G$ et où on considère que $\overrightarrow{p}$ est un **vecteur constant** lors du calcul des dérivées.

**Démo** :

Plaçons-nous en coordonnées cartésiennes et posons :

$$\overrightarrow{E}_{\text{ext}}(M) = E_x(x,y,z)\,\overrightarrow{e_x} + E_y(x,y,z)\,\overrightarrow{e_y} + E_z(x,y,z)\,\overrightarrow{e_z}$$

et

$$\overrightarrow{p} = p_x\,\overrightarrow{e_x} + p_y\,\overrightarrow{e_y} + p_z\,\overrightarrow{e_z}$$

où à priori les trois composantes $E_x$, $E_y$ et $E_z$ dépendent des coordonnées $x$, $y$ et $z$ du point $M$. En ce point :

$$E_P^{(\text{él})}(x,y,z) = -\,p_x E_x(x,y,z) - \,p_y E_y(x,y,z) - \,p_z E_z(x,y,z)$$

Le gradient de cette énergie potentielle est donné par :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\,E_P^{(\text{él})} = \frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial x}(x,y,z)\,\overrightarrow{e_x} + \frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial y}(x,y,z)\,\overrightarrow{e_y} + \frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial z}(x,y,z)\,\overrightarrow{e_z}$$

En considérant que le vecteur $\overrightarrow{p}$ est constant, ce qui signifie que ses trois composantes cartésiennes $p_x$, $p_y$ et $p_z$ sont constantes, la première composante de ce gradient s'écrit :

$$\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial x}(x,y,z) = -\,p_x\frac{\partial E_x}{\partial x}(x,y,z) - \,p_y\frac{\partial E_y}{\partial x}(x,y,z) - \,p_z\frac{\partial E_z}{\partial x}(x,y,z)$$

En particulier, au point $G$ :

$$\begin{aligned}-\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial x}(x_G,y_G,z_G) = p_x\frac{\partial E_x}{\partial x}(x_G,y_G,z_G) + p_y\frac{\partial E_y}{\partial x}(x_G,y_G,z_G)\\ + \,p_z\frac{\partial E_z}{\partial x}(x_G,y_G,z_G)\end{aligned}$$

Or selon l'équation de Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{\text{rot}}\,\overrightarrow{E}_{\text{ext}} = \overrightarrow{0}$, ce qui s'écrit en coordonnées cartésiennes :

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\overrightarrow{e_x} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\overrightarrow{e_y} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\overrightarrow{e_z} = \overrightarrow{0}$$

et implique, pour tout $(x,y,z)$ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial y}(x,y,z) &= \frac{\partial E_y}{\partial z}(x,y,z)\\ \frac{\partial E_x}{\partial z}(x,y,z) &= \frac{\partial E_z}{\partial x}(x,y,z)\\ \frac{\partial E_y}{\partial x}(x,y,z) &= \frac{\partial E_x}{\partial y}(x,y,z)\end{aligned}$$

et, en particulier en $G$ :

$$\frac{\partial E_z}{\partial y}(x_G, y_G, z_G) = \frac{\partial E_y}{\partial z}(x_G, y_G, z_G)$$
$$\frac{\partial E_x}{\partial z}(x_G, y_G, z_G) = \frac{\partial E_z}{\partial x}(x_G, y_G, z_G)$$
$$\frac{\partial E_y}{\partial x}(x_G, y_G, z_G) = \frac{\partial E_x}{\partial y}(x_G, y_G, z_G)$$

Par substitution dans l'expression de $-\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial x}(x_G, y_G, z_G)$ nous obtenons :

$$-\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial x}(x_G, y_G, z_G) = p_x \frac{\partial E_x}{\partial x}(x_G, y_G, z_G) + p_y \frac{\partial E_x}{\partial y}(x_G, y_G, z_G) + p_z \frac{\partial E_x}{\partial z}(x_G, y_G, z_G)$$

c'est à dire :

$$-\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial x}(x_G, y_G, z_G) = \left(\left(\vec{p}.\overrightarrow{\text{grad}}\right) E_x\right)(x_G, y_G, z_G) = F_{(\text{él}),x}$$

Un raisonnement analogue avec les deux autres composantes $F_y$ et $F_z$ de la force électrique conduit à :

$$-\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial y}(G) = F_{(\text{él}),y} \quad \text{et} \quad -\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial z}(G) = F_{(\text{él}),z}$$

et donc :

$$\boxed{\vec{F}_{\text{él}} = -\left\{\overrightarrow{\text{grad}}\, E_P^{(\text{él})}\right\}(G)}$$

CQFD.

**2. Cas d'un dipôle magnétique** :

Un raisonnement similaire peut être fait avec un dipôle magnétique de moment magnétique $\vec{m}$ plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}_{\text{ext}}(M)$. Dans le cas général, la force s'écrit :

$$\boxed{\vec{F}_m = \left(\vec{m}.\overrightarrow{\text{grad}}\right) \vec{B}_{\text{ext}}|_G}$$

Si on introduit l'énergie potentielle du dipôle magnétique :

$$\boxed{E_P^{(\text{magn})}(G) = -\,\vec{m}.\vec{B}_{\text{ext}}(G)}$$

alors on a :

$$\boxed{\vec{F}_m = -\left\{\overrightarrow{\text{grad}}\, E_P^{(\text{magn})}\right\}(G)}$$

en gardant à l'esprit qu'il faut considérer que $\vec{m}$ est un vecteur constant dans la dérivation.

On peut cependant se questionner sur un point important de la démonstration où on a besoin d'écrire : $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{B}_{\text{ext}} = \vec{0}$ ce qui n'est manifestement pas toujours le cas puisque l'équation de Maxwell-Ampère nous dit que :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{B}_{\text{ext}} = \mu_0\,\vec{j}\,(M)$$

Le point important est alors que le dipôle magnétique soit situé **en dehors des courants** qui produisent $\vec{B}_{\text{ext}}$, c'est à dire en des points $M$ où $\vec{j}\,(M) = \vec{0}$.

*En pratique, ceci est toujours réalisé ce qui fait que la démonstration est aussi valable pour les dipôles magnétiques.*