4) Intérêt en physique atomique

Une molécule (ou un simple atome) peut posséder un moment dipolaire électrique lorsque les barycentres des charges négative et positive sont différents : $N \neq P$. Cela peut arriver de deux façons :

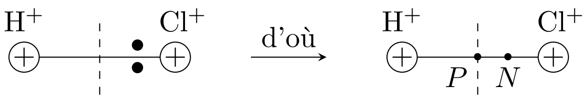
1. De façon *constitutive* (c'est à dire indépendamment de toute intervention externe) :

   Cela arrive lorsque les éléments qui constituent la molécule possèdent des *électronégativités très différentes*. On parle de **moment dipolaire électrique permanent**.

   Exemple 1 : HCl $\quad \chi(\mathrm{Cl}) > \chi(\mathrm{H})$

   $$\mathrm{H} — \overline{\underline{\mathrm{Cl}}}|$$

   On considère que le noyau, les électrons de cœur et les doublets non liant appartiennent en propre à chaque atome ; en effet, ils sont très localisés autour du centre de l'atome. D'où le modèle :

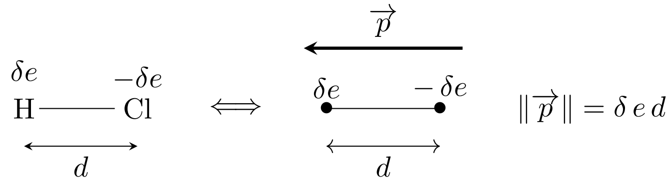
   On aura donc $\overrightarrow{p} = 2e\,\overrightarrow{NP}$. L'existence de ce moment dipolaire est permanent.

   Unité adaptée pour p : dans le système S.I. $[p] = \mathrm{C.m}$ mais c'est une unité trop grande en physique atomique. On préfère utiliser le Debye, de symbole D :

   $$\boxed{1\,\mathrm{D} = \frac{1}{3}.10^{-29}\,\mathrm{C.m}}$$

   Pour HCl on a : $\|\overrightarrow{p}\| = 1{,}08$ D

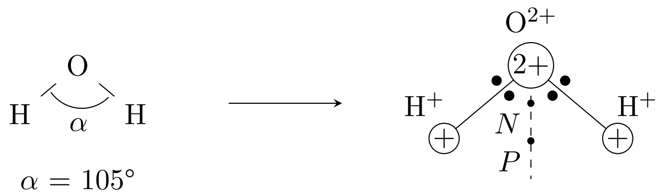
   Cependant, les chimistes préfèrent utiliser un modèle différent, appelé modèle du doublet. L'atome le plus électronégatif est doté d'une chage électrique $-\delta \times e$ et l'autre atome (moins électronégatif) est doté d'une charge $+\delta \times e$. On a donc :

   où d est la longueur de la liaison. Le nombre δ (sans dimension) est lié à l'électronégativité dans l'échelle de Pauling, selon la relation :

   $$\delta = 1 - \exp\left[-\frac{(\,\chi(\mathrm{H}) - \chi(\mathrm{Cl})\,)^2}{4}\right]$$

   Exemple 2 : $H_2O \quad \chi(\mathrm{O}) > \chi(\mathrm{H})$

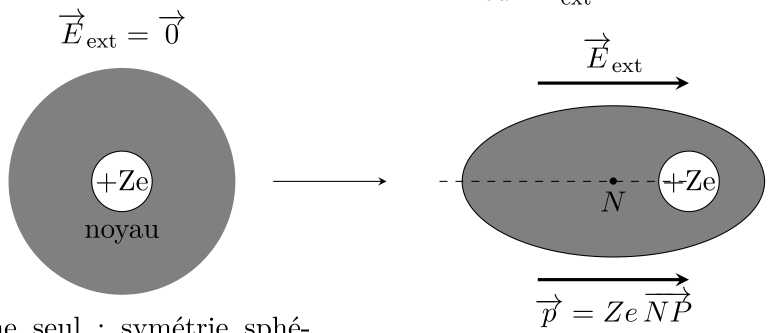
   

   $$\overrightarrow{p} = 4e\,\overrightarrow{NP} \qquad \|\overrightarrow{p}\| = 1{,}85\,\mathrm{D}$$

2. Le moment dipolaire n'existe pas naturellement mais il est créé par une *cause externe* (en pratique un champ électrique appliqué) : on parle de **dipôle induit**.

Exemple : atome .

Si on applique un champ électrique extérieur $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$



Atome seul : symétrie sphérique : $N = P$ donc $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{p}$ est appelé *moment dipolaire induit* par le champ électrique extérieur appliqué. Dans le cas où $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ n'est pas trop important, on a une relation linéaire :

$$\boxed{\overrightarrow{p} = \alpha\,\varepsilon_0\,\overrightarrow{E}_{\text{ext}}}$$

où le coefficient $\alpha > 0$ est appelé *polarisabilité de l'atome*.

II. Dipôle magnétique

1) Définition

On appelle **dipôle magnétique** tout système matériel :

1. qui possède un moment magnétique $\overrightarrow{m} \neq \overrightarrow{0}$;
2. dont la taille d est très petite devant la distance r où on calcule les effets produits : $d \ll r$. Ici l'effet produit est le champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$ créé.

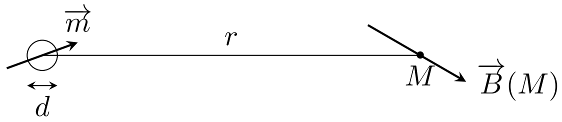


FIGURE 1 –

On montre que le champ magnétostatique $\overrightarrow{B}$ créé par un dipôle magnétique a la même expression mathématique que le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ créé par un dipôle électrostatique (figure 2).

$$\boxed{\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{r^3}\left(2\cos\theta\,\overrightarrow{e_r} + \sin\theta\,\overrightarrow{e_\theta}\right)}$$

Analogies :

$$\begin{array}{ccc} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} & \longleftrightarrow & \dfrac{\mu_0}{4\pi} \\ \overrightarrow{p} & \longleftrightarrow & \overrightarrow{m} \\ \overrightarrow{E} & \longleftrightarrow & \overrightarrow{B} \end{array}$$

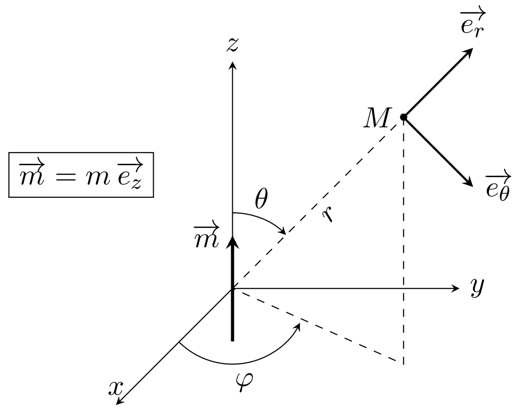
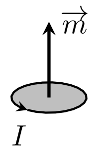


FIGURE 2 –

Exemples :

1. Petite spire de courant de diamètre $d \ll r$, parcourue par un courant constant d'intensité I.



2. Moment magnétique atomique

.

3. Champ magnétique terrestre.

Les expériences montrent que, en première approximation, le champ magnétique terrestre a une *structure dipolaire magnétique*. Tout se passe comme s'il existait un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{m}$ placé au centre de la Terre. Ce dipôle est probablement généré par les mouvements des ions et des électrons constituant le plasma (matière en fusion) du noyau terrestre.

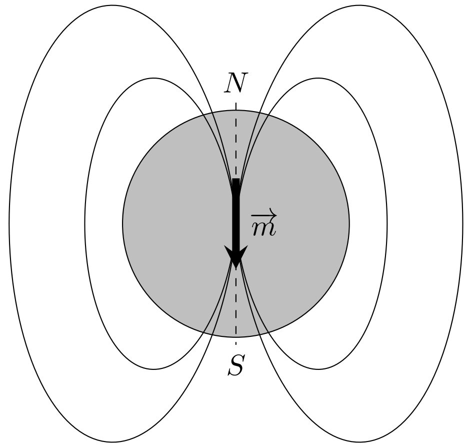


FIGURE 3 – Structure dipolaire du champ magnétique terrestre. Le moment magnétique terrestre est environ $m \approx 8{\times}10^{22}$ A.m^2.

2) Action d'un champ magnétique extérieur sur un dipôle magnétique

Supposons maintenant qu'un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{m}$ situé au point M soit placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}(M)$, dit "extérieur", c'est à dire créé par d'autres sources que le dipôle.

2 cas se présentent :

a) Champ extérieur uniforme

Dans le cas où le dipôle est une petite spire de courant, les actions de $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ sont les forces de Laplace et on sait d'après le cours précédent qu'elles forment *un couple* :

$$\boxed{\text{Résultante :}\quad \overrightarrow{F} = \vec{0}\quad ;\quad \text{Moment :}\quad \overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}}$$

où le moment résultant est *indépendant du point par rapport auquel on le calcule.*

On admet que ce résultat ne dépend pas de la nature du dipôle magnétique (petite spire, atome, autre, ...)

Les actions magnétiques exercées par un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ uniforme sur un dipôle magnétique quelconque forment un *couple* (résultante nulle) dont le moment résultant est donné par :

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}$$

b) Champ extérieur quelconque

Les choses sont un peu plus compliquées. On admet qu'à l'ordre 1 en $\|\overrightarrow{m}\|$, les actions magnétiques exercées par $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}(M)$ sur un dipôle magnétique placé au point M ont la même expression math. que pour le dipôle électrostatique, c'est à dire :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = (\overrightarrow{m}.\overrightarrow{\nabla})\,\overrightarrow{B}_{\text{ext}}(M) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\Gamma_M} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}(M)}$$

Cas particulier :

Dans le cas particulier où le moment dipolaire est indépendant du point M où le dipôle est placé alors on peut transformer $\overrightarrow{F}$ pour la mettre sous la forme :

$$\boxed{\overrightarrow{F} = \overrightarrow{\text{grad}}\left(\overrightarrow{m}.\overrightarrow{B}_{\text{ext}}(M)\right)}$$

et on peut alors introduire une *énergie potentielle magnétique du dipôle* :

$$\boxed{E_P^{(\text{magn})}(M) = -\,\overrightarrow{m}.\overrightarrow{B}_{\text{ext}}(M) \quad \text{de sorte que} \quad \overrightarrow{F} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\left(E_P^{(\text{magn})}\right)}$$

Remarques :

Annexe : force exercée sur un dipôle par un champ extérieur

1. Cas d'un dipôle électrostatique :

Prenons le cas d'un dipôle électrostatique plongé dans un champ électrique extérieur $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}(M)$ non uniforme dans le cas général. L'expression de la force électrique exercée sur le dipôle est :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{\text{él}} = \left(\overrightarrow{p}.\overrightarrow{\nabla}\right)\overrightarrow{E}_{\text{ext}}(M) \qquad (1)}$$

valable à l'ordre 1 en d (d étant la longueur du dipôle). Si on introduit l'énergie potentielle du dipôle :

$$E_P^{(\text{él})} = -\,\overrightarrow{p}.\overrightarrow{E}_{\text{ext}}(M)$$

alors on peut énoncer :

Proposition

Dans le cas où le moment dipolaire $\overrightarrow{p}$ ne dépend pas du point M où se trouve le dipôle, alors on peut écrire :

$$\overrightarrow{F}_{\text{él}} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\,E_P^{(\text{él})}$$

Démo :

Plaçons-nous en coordonnées cartésiennes et posons :

$$\overrightarrow{E}_{\text{ext}}(M) = E_x\,\overrightarrow{e_x} + E_y\,\overrightarrow{e_y} + E_z\,\overrightarrow{e_z} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{p} = p_x\,\overrightarrow{e_x} + p_y\,\overrightarrow{e_y} + p_z\,\overrightarrow{e_z}$$

où à priori les trois composantes E_x, E_y et E_z dépendent des coordonnées x, y et z du point M. Dans le cas général, les trois composantes p_x, p_y et p_z dépendent aussi de x, y et z mais nous nous plaçons dans l'hypothèse où ce n'est pas le cas.

Prenons la composante F_x de la force (composante sur $\overrightarrow{e_x}$). On a d'après (1) :

$$F_x = \left(p_x\frac{\partial}{\partial x} + p_y\frac{\partial}{\partial y} + p_z\frac{\partial}{\partial z}\right)E_x = p_x\frac{\partial E_x}{\partial x} + p_y\frac{\partial E_x}{\partial y} + p_z\frac{\partial E_x}{\partial z}$$

Or selon l'équation de Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{E}_{\mathrm{ext}} = \overrightarrow{0}$, ce qui s'écrit en coordonnées cartésiennes :

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\overrightarrow{e_x} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\overrightarrow{e_y} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\overrightarrow{e_z} = \overrightarrow{0}$$

et implique :

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad ; \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial E_x}{\partial y}$$

Par substitution dans l'expression de F_x nous obtenons :

$$F_x = p_x\frac{\partial E_x}{\partial x} + p_y\frac{\partial E_y}{\partial x} + p_z\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

Si p_x, p_y et p_z ne dépendent pas des coordonnées x, y et z, nous pouvons les **"rentrer" dans les dérivées partielles**, ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\partial(p_xE_x)}{\partial x} + \frac{\partial(p_yE_y)}{\partial x} + \frac{\partial(p_zE_z)}{\partial x} \\ &= \frac{\partial(p_xE_x + p_yE_y + p_zE_z)}{\partial x} \\ &= \frac{\partial(\overrightarrow{p}.\overrightarrow{E}_{\mathrm{ext}})}{\partial x} \\ &= -\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial x} \end{aligned}$$

Un raisonnement analogue avec les deux autres composantes F_y et F_z de la force électrique conduit à :

$$F_y = -\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial y} \quad \text{et} \quad F_z = -\frac{\partial E_P^{(\text{él})}}{\partial z}$$

et donc :

$$\overrightarrow{F}_{\text{él}} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,E_P^{(\text{él})}$$

CQFD.

2. Cas d'un dipôle magnétique :

Un raisonnement similaire peut être fait avec un dipôle magnétique de moment magnétique $\overrightarrow{m}$ plongé dans un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B}_{\mathrm{ext}}(M)$. Dans le cas général, la force s'écrit :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{\mathrm{magn}} = \left(\overrightarrow{m}.\overrightarrow{\nabla}\right)\overrightarrow{B}_{\mathrm{ext}}(M) \qquad (2)}$$

valable à l'ordre 1 en d (d étant la taille du dipôle magnétique). Si on introduit l'énergie potentielle du dipôle magnétique :

$$\boxed{E_P^{(\mathrm{magn})} = -\,\overrightarrow{m}.\overrightarrow{B}_{\mathrm{ext}}(M)}$$

alors si $\overrightarrow{m}$ ne dépend pas du point M et uniquement dans ce cas on a :

$$\boxed{\overrightarrow{F}_{\mathrm{magn}} = -\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,E_P^{(\mathrm{magn})}}$$

On peut cependant se questionner sur un point important de la démonstration où on a besoin d'écrire : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{B}_{\mathrm{ext}} = \overrightarrow{0}$ ce qui n'est manifestement pas toujours le cas puisque l'équation de Maxwell-Ampère nous dit que :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{B}_{\mathrm{ext}} = \mu_0\,\overrightarrow{j}(M)$$

Le point important est alors que le dipôle magnétique soit situé **en dehors des courants** qui produisent $\overrightarrow{B}_{\mathrm{ext}}$, c'est à dire en des points M où $\overrightarrow{j}(M) = \overrightarrow{0}$.

En pratique, ceci est toujours réalisé ce qui fait que la démonstration est aussi valable pour les dipôles magnétiques.