

Corrigé partie physique

1 À propos du champ magnétique (d'après Centrale PC 2010 + Centrale TSI 2011)

I. LES PROPRIÉTÉS DU CHAMP MAGNÉTIQUE

1) Forme locale : $\boxed{\operatorname{div} \vec{B} = 0}$ et forme intégrale à l'aide du théorème d'Ostrogradki :

$$\boxed{\oint_{S_{\text{fermée}}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \operatorname{div} \vec{B} \, d\tau = 0}$$

En particulier, cela signifie :

- que le flux de \vec{B} à travers une surface qui s'appuie sur un contour fermé (\mathcal{C}) ne dépend pas de la surface (pourvu qu'elle s'appuie sur le contour).
 - que le flux de \vec{B} se conserve à travers chaque section d'un tube de champ magnétique.
- 2) • Carte (a) : $\vec{A} = A(x, y) \vec{u}_y$ mais on remarque que \vec{A} est invariant par translation dans la direction Oy . Il en résulte que sa composante ne dépend pas de y et donc :

$$\vec{A} = A(x) \vec{u}_y \implies \operatorname{div} \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial A}{\partial y} = 0$$

C'est donc un champ à flux conservatif.

- Carte (b) : manifestement $\vec{A} = A(r, \theta) \vec{u}_\theta$ et on voit que sa composante ne dépend pas de θ . Elle ne dépend que de r et elle décroît si r augmente. On a alors (formulaire) :

$$\vec{A} = A(r) \vec{u}_\theta \implies \operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} = 0$$

C'est aussi un champ à flux conservatif.

- Carte (c) : on a ici un champ radial : $\vec{A} = A(r, \theta) \vec{u}_r$ où $A(r, \theta)$ ne dépend pas de θ ; on a donc $A = A(r)$ et cette composante augmente avec r . Il vient (formulaire) :

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r A(r))}{\partial r} \neq 0$$

puisque $r A(r)$ est croissante comme produit de deux fonctions croissantes de r . Ce champ n'est donc pas à flux conservatif.

- Carte (d) : ici on a $\vec{A} = A(r, \theta) \vec{u}_\theta$, avec $A(r, \theta) = k$ constante (c'est à dire indépendante de r et de θ). On a donc :

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta} = 0$$

et c'est donc un champ à flux conservatif.

- 3) • Carte (a) : $\vec{A} = A(x) \vec{u}_y$. On a donc :

$$\operatorname{rot} \vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \frac{\partial A(x)}{\partial x} \vec{u}_z \neq \vec{0}$$

puisque $A(x)$ varie avec x . Ce champ n'est donc pas à rotationnel nul.

- Carte (b). On utilise le formulaire :

$$\vec{\text{rot}} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA(r))}{\partial r} \vec{u}_z$$

Il se pourrait dans ce cas que \vec{A} soit de rotationnel nul : il faudrait que $rA(r)$ soit constant, c'est à dire que $A(r) = k/r$ avec k constante ; on aurait alors $A(r)$ décroissant en $1/r$. Dans tous les autres cas, $\vec{\text{rot}} \vec{A} \neq \vec{0}$.

- Carte (c). On utilise encore le formulaire et on trouve directement que $\vec{\text{rot}} \vec{A} = \vec{0}$.
- Carte (d). Ici $\vec{A} = k \vec{u}_\theta$, avec k constante. On a donc (formulaire) :

$$\vec{\text{rot}} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rk)}{\partial r} \vec{u}_z = \frac{k}{r} \vec{u}_z \neq \vec{0}$$

Ce champ n'est donc pas à rotationnel nul.

- 4) Dans l'ARQS, le terme $\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ est négligeable dans l'équation de Maxwell-Ampère et donc :

$$\boxed{\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$

On en déduit que si (\mathcal{C}) est un contour fermé, en utilisant le théorème de Stokes il vient :

$$\oint_{(\mathcal{C})} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \vec{\text{rot}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \mu_0 i_S(t)$$

où S est une surface quelconque qui s'appuie sur (\mathcal{C}) et $i_S(t)$ est l'intensité électrique qui traverse S .

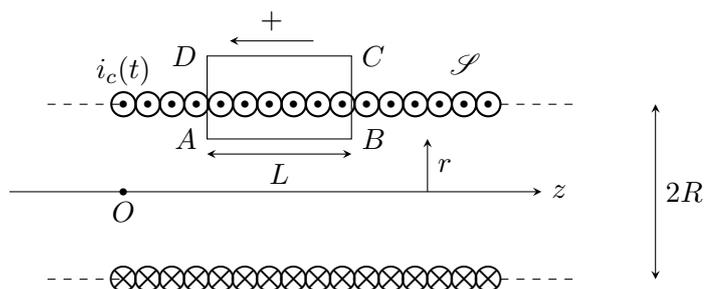
- 5) a) Il faut que la longueur ℓ soit très grande devant le rayon R . En pratique, la valeur du champ magnétique calculée dans l'approximation du solénoïde infini est valable tant qu'on reste loin des extrémités de la bobine.
- b) Soit $M(r, \theta, z)$ un point intérieur à \mathcal{S} . Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie des courants contenant M . On en déduit que :

$$\vec{B}(M, t) = B(r, \theta, z, t) \vec{u}_z$$

Il y a de plus invariance par toute translation de direction Oz et par toute rotation d'axe Oz et donc :

$$\boxed{\vec{B}(M, t) = B(r, t) \vec{u}_z}$$

- c) On choisit comme contour d'Ampère un rectangle $ABCD$ **orienté** disposé comme ci-dessous, le côté AB étant à la distance r de l'axe :



On a donc :

$$\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{AB} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B(r, t) L$$

L'intensité électrique qui traverse ce contour est $i_S(t) = \frac{N}{\ell} \times L i_c(t)$. On en déduit que :

$$B(r, t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i_c(t) \quad \text{et donc} \quad \boxed{\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{\ell} i_c(t) \vec{u}_z}$$

d) Application numérique : $\|\vec{B}\| = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ T} = 5 \text{ mT}$, ce qui n'est pas très important. Pour augmenter la valeur de $\|\vec{B}\|$ il faudrait :

- augmenter le rapport N/ℓ donc augmenter N pour ℓ fixé mais on va être limité par le diamètre de la section du fil utilisé.
- augmenter i_c mais cela va augmenter l'effet Joule dans la résistance du fil et provoquer l'échauffement de celui-ci (cela peut aller jusqu'à faire fondre le fil).

II. INTERACTION ENTRE DEUX BOBINES

6) Le flux du champ magnétique créé par (\mathcal{S}) à travers une spire de (\mathcal{B}) est :

$$\Phi_1 = \iint_S \vec{B}_{\mathcal{S}} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \frac{N}{\ell} i_c(t) \pi r_b^2$$

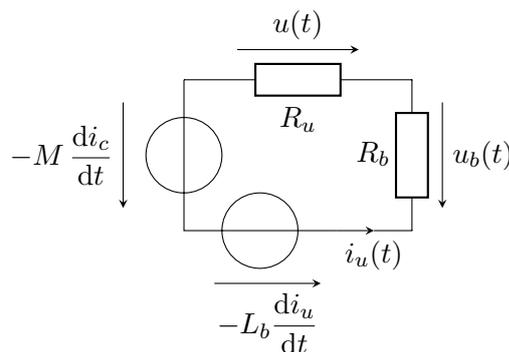
Le flux total est la somme des flux à travers chaque spire, ce qui donne :

$$\Phi = \mu_0 \frac{N}{\ell} i_c(t) \pi r_b^2 \times N_b = M i_c(t)$$

d'où :

$$\boxed{M = \mu_0 \frac{N}{\ell} \pi r_b^2 \times N_b}$$

7) a) On fait un schéma électrique équivalent au circuit dans lequel est placée (\mathcal{B}), en tenant compte de la fém induite par le champ magnétique de (\mathcal{S}) et de la fém induite par le champ magnétique propre de (\mathcal{B}) (inductance propre L_b) :



Une loi des mailles conduit à :

$$-M \frac{di_c}{dt} - L_b \frac{di_u}{dt} - u_b(t) - u(t) = 0$$

avec avec $u(t) = R_u i_u(t)$ donc $u_b(t) = R_b i_u(t) = \frac{R_b}{R_u} u(t)$, ce qui conduit à l'équation :

$$\boxed{\frac{L_b}{R_u} \frac{du}{dt} + \left(1 + \frac{R_b}{R_u}\right) u = -M \frac{di_c}{dt}}$$

- b) On utilise les grandeurs complexes $\underline{i}_c(t) = I_m e^{j\omega t}$ et $\underline{u}(t) = U_m e^{j(\omega t + \varphi_u)}$. On en déduit que :

$$\left(\frac{jL_b\omega}{R_u} + 1 + \frac{R_b}{R_u} \right) \underline{u} = -j\omega M \underline{i}_c$$

qui, compte tenu des approximations $R_u \gg L_b\omega$ et $R_u \gg R_b$ se transforme en :

$$\underline{u} = -j\omega M \underline{i}_c \quad \text{d'où} \quad \boxed{U_m = |\underline{u}| = M\omega |\underline{i}_c| = M\omega I_m = 2\pi M f I_m}$$

Ainsi, U_m varie proportionnellement à la fréquence f . On fait donc une régression linéaire sur les couples (f, U_m) ; on trouve un coefficient de corrélation $r = 0,99997 > 0,99$ ce qui valide le modèle. Le coefficient directeur de la régression est $a = 3,97 \cdot 10^{-3}$, ce qui donne :

$$\boxed{M = \frac{a}{2\pi I_m} = 6,31 \cdot 10^{-4} \text{ H}}$$

On en déduit :

$$\boxed{N_b = \frac{M\ell}{\mu_0 N \pi r_b^2} \stackrel{AN}{=} 100}$$

La petite bobine possède donc 100 spires.

- c) Il y a N_b spires sur une longueur ℓ_b . Le diamètre de la section du fil du bobinage est donc $D = \ell_b/N_b = 0,8$ mm. La longueur totale du fil de (\mathcal{B}) est $L = 2\pi r_b \times N_b = 12,6$ m. La résistance de la bobine est donc :

$$R_b = \frac{L}{\gamma_{Cu} \pi (D/2)^2} \approx 0,42 \Omega$$

L'inductance propre de (\mathcal{B}) peut être évaluée en faisant comme s'il s'agissait d'un solénoïde infini. Le flux propre est :

$$\Phi_p = \mu_0 \frac{N_b}{\ell_b} i_u(t) \times \pi r_b^2 N_b \quad \text{d'où} \quad L_b = \mu_0 \frac{N_b^2}{\ell_b} \times \pi r_b^2 \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

La plus grande fréquence de l'expérience est $f_m = 1000$ Hz et donc $L_b\omega$ est toujours inférieur à $1,3 \Omega$.

Il n'est donc pas très difficile de choisir une résistance $R_u \gg R_b$ et $R_u \gg L_b\omega$. Dès que $R_u \geq 100 \Omega$, cela convient parfaitement.

- 8) D'après l'équation de Maxwell-Faraday, le champ magnétique variable $\vec{B}(t)$ créé par le solénoïde (\mathcal{S}) crée un champ électrique \vec{E}_1 tel que $\text{rot} \vec{E}_1 = -\partial \vec{B} / \partial t$.

- a) On utilise le théorème de Stokes. Soit (\mathcal{C}) un contour fermé et (S) une surface quelconque orientée qui s'appuie sur (\mathcal{C}). On a :

$$\boxed{\oint_{(\mathcal{C})} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \frac{d}{dt} \left(\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \right)}$$

Il s'agit de la **loi de Faraday**.

- b) Il y a invariance par toute rotation autour de Oz et par toute translation le long de Oz : $E(r, t)$ ne dépend donc ni de θ , ni de z . En faisant circuler \vec{E}_1 sur le cercle de rayon r et d'axe Oz , on obtient :

$$2\pi r E(r, t) = -\frac{d}{dt} (B(t) \pi r^2) = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

et donc :

$$E(r, t) = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} = -\mu_0 \frac{N}{\ell} \frac{r}{2} \frac{di_c}{dt}$$

- c) On utilise la loi d'Ohm locale :

$$\vec{j}_1 = \gamma_{Al} \vec{E}_1 = -\mu_0 \gamma_{Al} \frac{N}{\ell} \frac{r}{2} \frac{di_c}{dt} \vec{u}_\theta$$

- 9) a) En un point $M(r, \theta, z)$, le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie des courants contenant M et donc :

$$\vec{B}_1(M, t) = B_1(r, \theta, z, t) \vec{u}_z$$

De plus, les courants \vec{j}_1 sont invariants par toute rotation autour de Oz et toute translation le long de Oz et donc :

$$\vec{B}_1(M, t) = B_1(r, t) \vec{u}_z$$

- b) D'après le formulaire :

$$\vec{\text{rot}} \vec{B}_1 = -\frac{\partial B_1}{\partial r} \vec{u}_\theta = -\mu_0^2 \gamma_{Al} \frac{N}{\ell} \frac{r}{2} \frac{di_c}{dt} \vec{u}_\theta \quad \text{si } a \leq r \leq b$$

et

$$\vec{\text{rot}} \vec{B}_1 = -\frac{\partial B_1}{\partial r} \vec{u}_\theta = \vec{0} \quad \text{si } r < a$$

On en déduit que :

$$B_1(r, t) = \mu_0^2 \gamma_{Al} \frac{N}{\ell} \frac{r^2}{4} \frac{di_c}{dt} + C_1(t) \quad \text{si } a \leq r \leq b \quad \text{et} \quad B_1(r, t) = C_2(t) \quad \text{si } r < a$$

On utilise ensuite la continuité de B_1 en $r = b$ et $r = a$ pour trouver $C_1(t)$ et $C_2(t)$:

$$\mu_0^2 \gamma_{Al} \frac{N}{\ell} \frac{b^2}{4} \frac{di_c}{dt} + C_1(t) = 0 \quad \text{d'où} \quad C_1(t) = -\mu_0^2 \gamma_{Al} \frac{N}{\ell} \frac{b^2}{4} \frac{di_c}{dt}$$

et donc :

$$B_1(r, t) = \mu_0^2 \gamma_{Al} \frac{N}{\ell} \frac{(r^2 - b^2)}{4} \frac{di_c}{dt} \quad \text{si } a \leq r \leq b$$

puis (continuité en $r = a$) :

$$B_1(r, t) = \mu_0^2 \gamma_{Al} \frac{N}{\ell} \frac{(a^2 - b^2)}{4} \frac{di_c}{dt} \quad \text{si } r < a$$

- 10) a) Chaque spire de (\mathcal{B}) est maintenant soumise au champ magnétique \vec{B}_{tot} . On a donc pour une spire de (\mathcal{B}) :

$$\begin{aligned}\Phi_1(\vec{B}_{\text{tot}}/S) &= \mu_0 \frac{N}{\ell} i_c(t) \pi r_b^2 - \mu_0^2 \gamma_{\text{Al}} \frac{N}{\ell} \frac{(b^2 - a^2)}{4} \frac{di_c}{dt} \pi r_b^2 \\ &= \mu_0 \frac{N}{\ell} \pi r_b^2 \left(i_c(t) - \frac{\mu_0 \gamma_{\text{Al}} (b^2 - a^2)}{4} \frac{di_c}{dt} \right)\end{aligned}$$

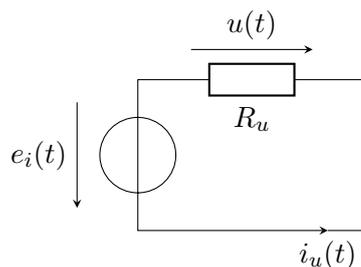
d'où le flux magnétique total à travers les N_b spires :

$$\Phi(\vec{B}_{\text{tot}}/S) = \underbrace{\mu_0 \frac{N}{\ell} \pi r_b^2 N_b}_{=M} \left(i_c(t) - \frac{\mu_0 \gamma_{\text{Al}} (b^2 - a^2)}{4} \frac{di_c}{dt} \right)$$

et donc, selon la loi de Faraday :

$$e_i(t) = - \frac{d\Phi(\vec{B}_{\text{tot}}/S)}{dt} = -M \left(\frac{di_c}{dt} - \frac{\mu_0 \gamma_{\text{Al}} (b^2 - a^2)}{4} \frac{d^2 i_c}{dt^2} \right)$$

- b) Les conditions $R_u \gg R_b$ et $R_u \gg L_b \omega$ reviennent à négliger la résistance et l'inductance propre de (\mathcal{B}). Le schéma électrocinétique équivalent est :



Une loi des mailles conduit donc à :

$$u(t) = e_i(t) = -M \left(\frac{di_c}{dt} - \frac{\mu_0 \gamma_{\text{Al}} (b^2 - a^2)}{4} \frac{d^2 i_c}{dt^2} \right)$$

En régime sinusoïdal forcé, on introduit les grandeurs complexes $\underline{i}_c(t)$ et $\underline{u}(t)$. Il vient :

$$u(t) = -M \left(j\omega - \frac{\mu_0 \gamma_{\text{Al}} (b^2 - a^2)}{4} (j\omega)^2 \right) \underline{i}_c(t) = -M j\omega \left(1 - \frac{\mu_0 \gamma_{\text{Al}} (b^2 - a^2)}{4} j\omega \right) \underline{i}_c(t)$$

et donc :

$$U_m = |\underline{u}| = M\omega \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} I_m$$

avec :

$$\omega_0 = \frac{4}{\mu_0 \gamma_{\text{Al}} (b^2 - a^2)}$$

On peut proposer le code suivant :

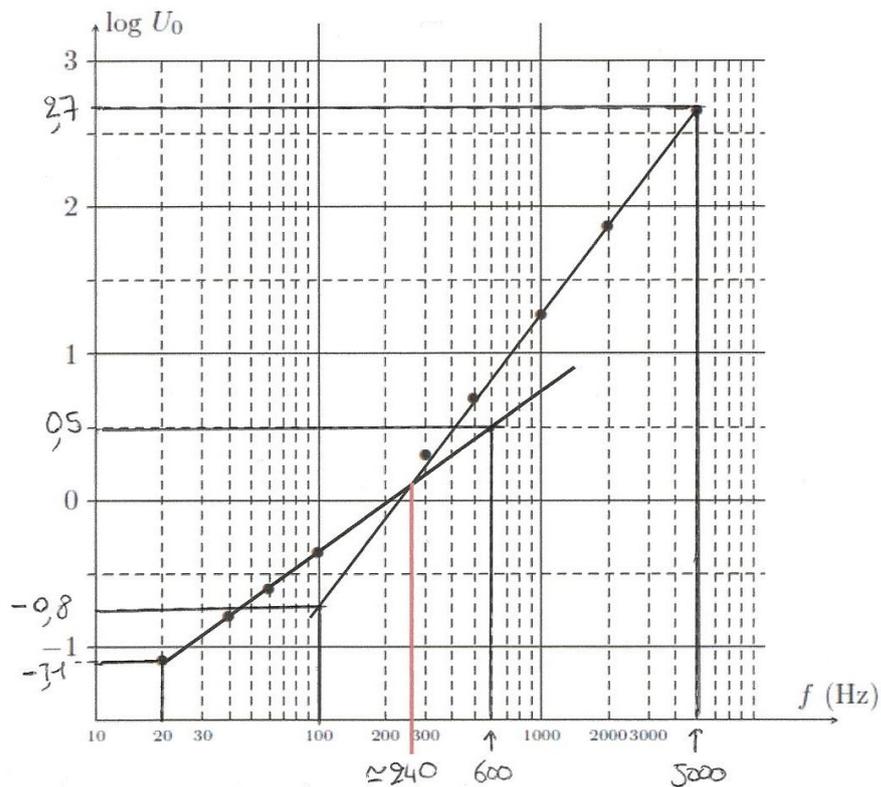
```
import numpy as np
N = 10000
a_c = 3.0e-2
```

```

b_c = 3.1e-2
gamma_c = 3.77e-7
mu0 = 4*np.pi*1e-7
L = []
for i in range(N) :
    a = np.random.uniform(0.98*a_c,1.02*a_c)
    b = np.random.uniform(0.98*b_c,1.02*b_c)
    gamma = np.random.uniform(0.98*gamma_c,1.02*gamma_c)
    w0 = 4/mu0/gamma/(b**2 - a**2)
    L.append(w0)
u_w0 = np.std(L,ddof = 1)
print(u_w0)

```

- c) Application numérique : $\omega_0 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui correspond à une fréquence $f_0 = 220 \text{ Hz}$.



- d) En posant $f_0 = \omega_0/(2\pi)$, on a donc :

$$\log U_m = \log(2\pi M I_m) + \log(f) + \frac{1}{2} \log \left[1 + \left(\frac{f}{f_0} \right)^2 \right]$$

Il y a deux asymptotes :

- Asymptote basse fréquence (BF) $f \ll f_0$: $\log U_m = \log(2\pi M I_m) + \log(f)$; c'est une droite de pente 1

- Asymptote haute fréquence (HF) $f \gg f_0$:

$$\log U_m = \log(2\pi M I_m) + 2\log(f) - \log(f_0)$$

; droite de pente 2

Les deux asymptotes se coupent en :

$$\log U_m = \log(2\pi M I_m) + \log(f) = \log(2\pi M I_m) + 2\log(f) - \log(f_0) \quad \text{donc } \boxed{f = f_0}$$

En analysant la FIGURE 5, on remarque que :

- on a bien deux droites ;
- la pente de l'asymptote BF est :

$$p_{BF} = \frac{0,5 + 1,1}{\log(600) - \log(20)} = 1,08 \approx 1$$

- la pente de l'asymptote HF est :

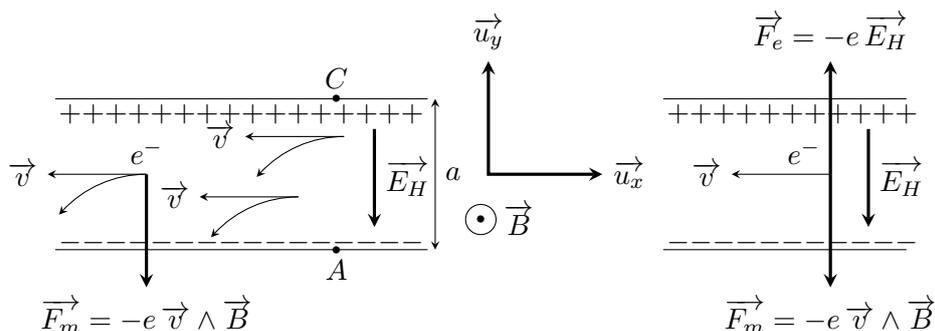
$$p_{HF} = \frac{2,7 + 0,8}{\log(5000) - \log(100)} = 2,06 \approx 2$$

- les deux asymptotes se croisent en $f_0 \approx 240$ Hz

En conclusion, mis à part une différence de 20 Hz sur f_0 , ce qui correspond à un écart relatif de 9%, les résultats expérimentaux confirment le modèle théorique.

II. L'EFFET HALL

- 11) a) Il crée une force de Lorentz qui fait dévier les électrons de leurs trajectoires rectilignes.



- b) Les électrons viennent s'accumuler vers la face inférieure qui se charge négativement et il y a un défaut d'électrons sur la face supérieure qui se charge donc positivement. Un champ électrique transverse \vec{E}_H est créé, dirigé des charges positives vers les charges négatives.

Ce champ crée une différence de potentiel $V_C - V_A > 0$ puisque le champ électrique est dirigé vers les potentiels décroissants.

- 12) a) Chaque électron de conduction est soumis à la force électrique et à la force magnétique, qui se compensent selon \vec{u}_y :

$$-e\vec{E}_H - e\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0} \quad \text{d'où } \boxed{\vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B}}$$

b) On a : $\boxed{\vec{j} = -en_e \vec{v}}$.

c) Comme :

$$I = \iint_{a \times b} \vec{j} \cdot d\vec{S} = j ab \quad \text{d'où} \quad j = \frac{I}{ab}$$

il en résulte que :

$$\vec{E}_H = \frac{\vec{j}}{en_e} \wedge \vec{B} = -\frac{jB}{en_e} \vec{u}_y = -\frac{IB}{en_e ab} \vec{u}_y = -\frac{dV}{dy} \vec{u}_y$$

et donc :

$$V(y) = \frac{IB}{en_e ab} y + \text{Cste}$$

La différence de potentiel est donc :

$$\boxed{V_H = V(y = a) - V(y = 0) = \frac{IB}{en_e b} = \frac{R_H IB}{b}} \quad \text{avec} \quad \boxed{R_H = \frac{1}{en_e}}$$

13) Applications numériques :

- a) Il y a $\frac{\mu N_A}{M}$ atomes par unité de volume, donc autant d'électrons de conduction. On en déduit :

$$n_e = \frac{8,92 \times 6,02 \cdot 10^{23}}{64} = 8,4 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \quad \text{d'où} \quad \boxed{V_H = 7,4 \cdot 10^{-8} \text{ V}}$$

Ce n'est pas une valeur mesurable malgré les valeurs réalistes pour I et B (bien que I soit grande, c'est une valeur tout à fait accessible).

La localisation des charges + et - sur les deux faces dépend du signe des charges des porteurs de charge mobiles et il en résulte que le signe de la tension de Hall V_H peut nous renseigner sur ces porteurs.

- b) C'est parce que n_e est plus petit que dans un métal. On a :

$$\boxed{B = \frac{n_e e b V_H}{I} = 340 \text{ mT}}$$

- c) La densité de porteurs mobiles varie avec la température. Posons $T_0 = 300 \text{ K}$. La variation relative de R_H s'écrit :

$$\begin{aligned} \left| \frac{R_H(T_0 + 10) - R_H(T_0)}{R_H(T_0)} \right| &= 1 - \exp \left[\frac{E}{R} \left(\frac{1}{T_0 + 10} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \\ &= 1 - \exp \left(- \frac{E}{R} \frac{10}{(T_0 + 10)T_0} \right) \stackrel{AN}{\approx} 20\% \end{aligned}$$

Cette variation est importante et il faut contrôler soigneusement la température pour avoir des mesures fiables.

III. RÉALISATION D'UN WATTMÈTRE À EFFET HALL

- 14) a) Comme la sonde prélève un courant négligeable, (D) est traversé par un courant d'intensité $i_c(t) = I_m \cos(\omega t)$. Utilisons les grandeurs complexes pour traiter cette question :

$$\underline{u}_D(t) = (R + jL\omega) i_c(t)$$

d'où :

$$\boxed{|\underline{u}_D(t)| = U_m = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} I_m \quad \text{et} \quad \varphi = \arg(R + jL\omega) = \arctan \left(\frac{L\omega}{R} \right)}$$

A.N. : $U_m = 95 \text{ V}$ et $\varphi = -81^\circ = -1,41 \text{ rad}$.

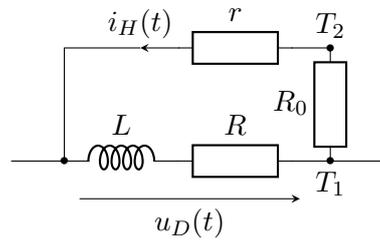
- b) On a :

$$P(t) = u_D(t) i_c(t) = U_m I_m \cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi) = \frac{U_m I_m}{2} [\cos(2\omega t + 2\varphi) + \cos(\varphi)]$$

On en déduit la puissance moyenne, sachant que $\langle \cos(2\omega t + 2\varphi) \rangle = 0$:

$$\boxed{\langle P \rangle = \frac{U_m I_m}{2} \cos(\varphi) = \frac{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2} I_m^2}{2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = \frac{R I_m^2}{2} \stackrel{AN}{\approx} 23 \text{ Watts}}$$

- 15) a) Le montage de la sonde de Hall et de la bobine peut être représenté comme sur le schéma ci-dessous :



On remarque que la tension aux bornes de l'association série $r + R_0$ est $u_D(t)$. On a donc :

$$i_H(t) = \frac{u_D(t)}{r + R_0}$$

D'autre part, le champ magnétique créé par (\mathcal{S}) s'écrit : $B(t) = \mu_0 \frac{N}{\ell} i_c(t)$. La tension de Hall s'écrit donc :

$$V_H(t) = \frac{R_H i_H(t) B(t)}{b} = \frac{\mu_0 R_H N}{\ell b (r + R_0)} u_D(t) i_c(t) \quad \text{d'où} \quad \boxed{k = \frac{\mu_0 R_H N}{\ell b (r + R_0)}}$$

- b) Comme :

$$V_H(t) = k U_m I_m \cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi) = \frac{k U_m I_m}{2} [\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + 2\varphi)]$$

Il en résulte que la puissance moyenne peut être obtenue en éliminant le terme $\cos(2\omega t + 2\varphi)$, ce qui se fait avec un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure f_c est très inférieure à $2f = 100$ Hz.