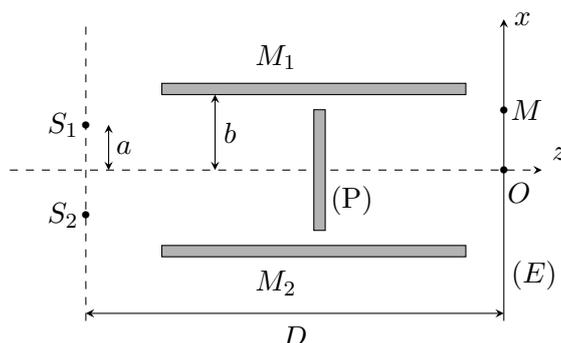


DM n°15
 Pour le vendredi 17 février 2023

I. Dispositif interférentiel

S_1 et S_2 sont deux sources ponctuelles dont le spectre est formé de la même raie quasi-monochromatique de longueur d'onde centrale λ_0 . L'ensemble (sources + miroirs M_1 et M_2) est symétrique par rapport à l'axe (Oz). La paroi (P) au centre intercepte les rayons directs. On suppose que les points M étudiés sont dans la zone de cohérence $|\delta(M)| \ll \ell_c$ pour chacune des sources S_1 et S_2 .



- 1) Pour commencer, on suppose que S_2 n'est pas présente.
 - a) Construire les deux rayons issus de S_1 qui viennent interférer en un point $M(x, 0, 0)$ sur l'écran (E).
 - b) On supposera que $D \gg |x|$, $D \gg a$ et $D \gg b$. En déduire que l'intensité en M due à S_1 peut se mettre sous la forme approchée :

$$I_1(M) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{8\pi}{\lambda} \frac{b(x+a)}{D} \right) \right]$$

où I_0 est l'intensité produite séparément par chacune des deux ondes issues de S_1 qui viennent interférer en M .

- 2) La source S_2 est maintenant présente et on suppose qu'elle produit en M deux ondes ayant séparément la même intensité I_0 , valeur identique à celle de la question précédente. Quelle est alors l'intensité $I(M)$ en M ? Simplifier son expression sachant que $\cos(p+q) = \cos(p)\cos(q) - \sin(p)\sin(q)$.
- 3) Déterminer l'interfrange i et le contraste C défini par :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

II. Détermination de la densité spectrale d'une diode laser

On souhaite caractériser le spectre d'émission d'une diode laser. Il s'agit d'un spectre formé d'une seule raie dont on souhaite déterminer la longueur d'onde centrale λ_0 et la largeur à mi-hauteur.

La densité spectrale de la diode laser est très bien modélisée par une courbe lorentzienne. En appelant nombre d'onde l'inverse de la longueur d'onde, c'est à dire $\sigma = 1/\lambda$, la densité spectrale émise par la diode laser s'écrit sous la forme :

$$J_{no}(\sigma) = \frac{J_0}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma} \right)^2} \quad \sigma \geq 0 \quad \text{et} \quad \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \ll 1$$

où σ_0 est l'inverse de la longueur d'onde centrale λ_0 et $\Delta\sigma$ un paramètre strictement positif que nous allons chercher à déterminer de façon expérimentale.

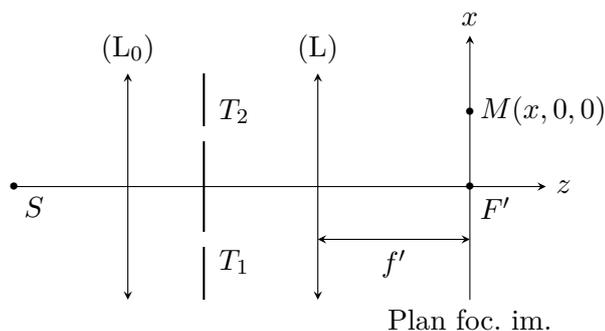
Données mathématiques :

$$\int_0^{+\infty} \frac{d\sigma}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2} = \pi \Delta\sigma$$

et

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos(2\pi\sigma u)}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2} d\sigma = \pi \Delta\sigma e^{-2\pi\Delta\sigma|u|} \cos(2\pi\sigma_0 u)$$

- 1) Que signifient les lettres de l'acronyme LASER ?
- 2) On réalise le montage des trous d'Young ci-dessous. Un diaphragme circulaire éclairé par la diode laser fournit une source ponctuelle S placée au foyer objet d'une lentille (L_0). On observe la répartition d'intensité lumineuse dans le plan focal image d'une seconde lentille (L) de distance focale image $f' = 2,00$ m, en un point M de coordonnées $(x, 0, 0)$ dans le repère ($F'xyz$).



Les deux trous sont distants de $T_1 T_2 = a$.

- a) Reproduire le montage sur votre feuille et tracer soigneusement les deux rayons qui se croisent en M .
- b) Déterminer l'intensité en un point M d'abscisse x sur le plan focal image de (L) en fonction d'une intégrale sur σ .
- c) Exprimer $I(x)$ en fonction des paramètres $I_0 = I(x = 0)$, σ_0 , $\Delta\sigma$, a et f' .

On place dans le plan focal image de la lentille (L) à l'abscisse $x_0 = 5,0$ mm une photodiode (dont la fenêtre d'entrée est supposée ponctuelle). D'autre part un dispositif non décrit permet de faire varier la distance entre les deux trous en fonction du temps selon la loi :

$$T_1 T_2 = v t$$

où $v > 0$ est une vitesse constante.

- 3) Montrer que l'intensité $I(t)$ détectée par la photodiode en fonction du temps peut se mettre sous la forme :

$$I(t) = \frac{I_0}{2} \left[1 + e^{-t/\tau} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right]$$

On explicitera la constante de temps τ et la période T en fonction de $\Delta\sigma$, σ_0 , v , x_0 et f' . Que vaut le rapport T/τ ?

- 4) Compte-tenu des ordres de grandeur relatifs de T et τ , donner une représentation réaliste de $I(t)$ en fonction du temps.
- 5) Un enregistrement de l'intensité lumineuse $I(t)$ détectée par la photodiode en fonction du temps, sur une durée totale de 500 s, a fourni le résultat donné sur les deux figures ci-dessous, pour une vitesse $v = 11,7 \mu\text{m}\cdot\text{min}^{-1}$.
- Calculer la valeur numérique de la longueur d'onde centrale λ_0 de la diode laser. Déterminer la valeur numérique de $\Delta\sigma$. On expliquera soigneusement les mesures faites sur les figures.
 - Exprimer et calculer la largeur spectrale à mi-hauteur de la diode laser en nombre d'onde $\Delta\sigma_{1/2}$, ainsi que le temps de cohérence τ_c et la longueur de cohérence ℓ_c de la raie. Que vaut la largeur à mi-hauteur en longueur d'onde $\Delta\lambda_{1/2}$?

