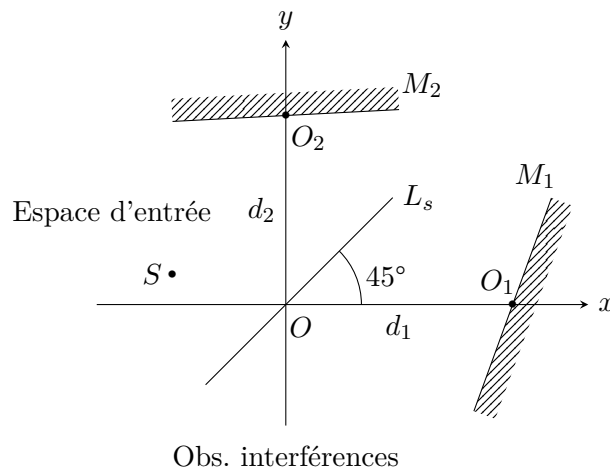


## Fiche synthèse interféromètre Michelson

## I. Présentation générale



Étant donné un repère d'espace  $(Oxy)$ , l'interféromètre comporte :

- un miroir plan  $M_1$  de centre  $O_1 \in Ox$ . On peut faire pivoter  $M_1$  autour de  $O_1$ . De plus, la distance  $d_1 = OO_1$  est réglable ;
- un miroir plan  $M_2$  de centre  $O_2 \in Oy$ . Il est possible de faire pivoter très légèrement  $M_2$  autour de  $O_2$ , mais  $M_2$  reste toujours quasiment orthogonal à  $Oy$ . De plus la distance  $d_2 = OO_2$  est fixe (par construction) ;
- une lame  $L_s$  fixe et orientée à  $45^\circ$  de  $Ox$  et  $Oy$  appelée lame séparatrice. Dans un modèle idéal d'interféromètre  $L_s$  est infiniment fine. Elle divise tout rayon lum. en un rayon réfléchi et un rayon transmis.

On appelle *épaisseur optique* de l'interféromètre la longueur :

$$e = |d_1 - d_2|$$

## 1) Deux représentations de l'interféromètre

Dans le but de rendre les raisonnements plus faciles, on utilise deux représentations de l'interféromètre. On suppose que l'i.m. est éclairée grâce à une source ponctuelle  $S$  située à distance finie.

a) *Représentation avec deux sources ponctuelles*  $S_1$  et  $S_2$

$$\text{Voie 1 : } S \xrightarrow{M_1} S'_1 \xrightarrow{L_s} S_1$$

où  $S'_1$  est le symétrique (image) de  $S$  par rapport au plan de  $M_1$  et où  $S_1$  est le symétrique (image) de  $S'_1$  par rapport au plan de  $L_s$ .

$$\text{Voie 2 : } S \xrightarrow{L_s} S^* \xrightarrow{M_2} S_2$$

où  $S^*$  est le symétrique (image) de  $S$  par rapport au plan de  $L_s$  et où  $S_2$  est le symétrique (image) de  $S^*$  par rapport au plan de  $M_2$ .

La différence de marche entre deux rayons venant se couper en un point  $M$  dans l'espace d'observation des interférences est alors :

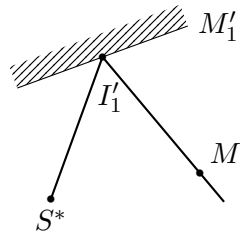
$$\delta(M) = (SM)_1 - (SM)_2 = n_a S_1 M - n_a S_2 M$$

où  $n_a$  est l'indice de l'air.

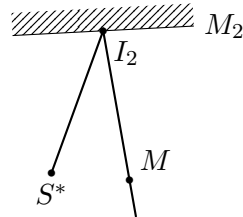
b) *Représentation par symétrisation du miroir*  $M_1$

On introduit le miroir fictif  $M'_1 =$  symétrique de  $M_1$  par rapport au plan de la séparatrice  $L_s$ . On préfère aussi faire en sorte que les rayons proviennent de  $S^*$ . On a alors :

Voie 1 :



Voie 2 :



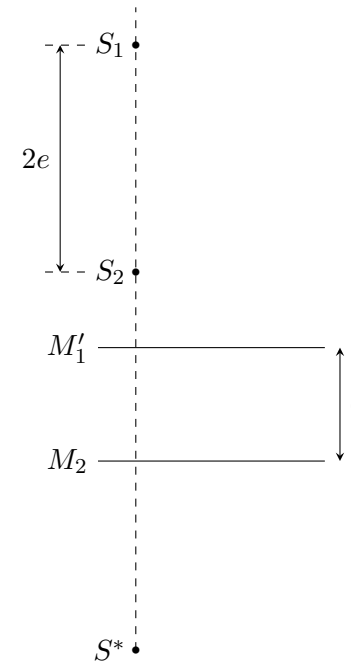
La différence de marche entre les deux rayons qui viennent se couper en  $M$  est alors :

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (SM)_1 - (SM)_2 = (S^*M)_1 - (S^*M)_2 \\ &= n_a \{S^*I'_1 + I'_1M\} - n_a \{S^*I_2 + I_2M\} \end{aligned}$$

## II. Réglage en lame d'air

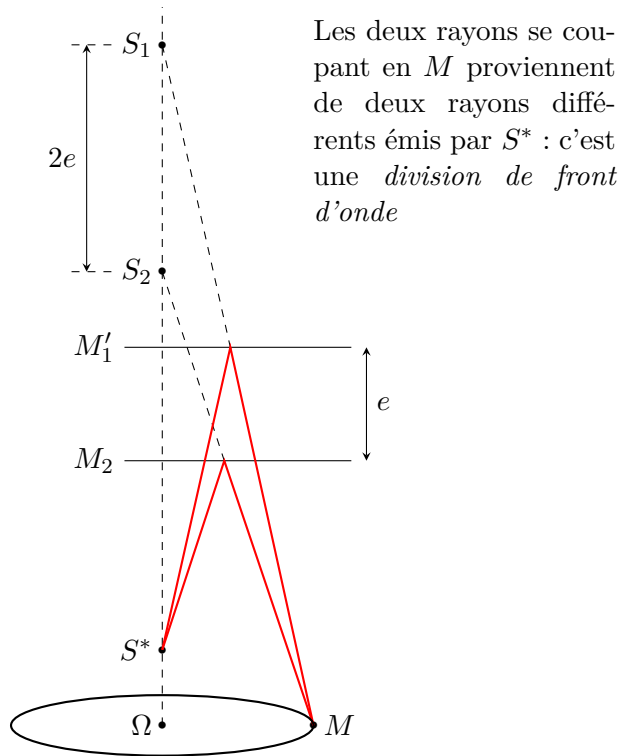
Dans le réglage en lame d'air on a  $M_1 \perp Ox$  et  $M_2 \perp Oy$ . Dans ce cas :

- $S_1$  et  $S_2$  sont alignées parallèlement à  $Oy$  avec  $S_1S_2 = 2e$  ;
- $S_1$  est le symétrique de  $S^*$  par rapport à  $M'_1$  et  $S_2$  est le symétrique de  $S^*$  par rapport à  $M_2$ .



1) Observation à distance finie

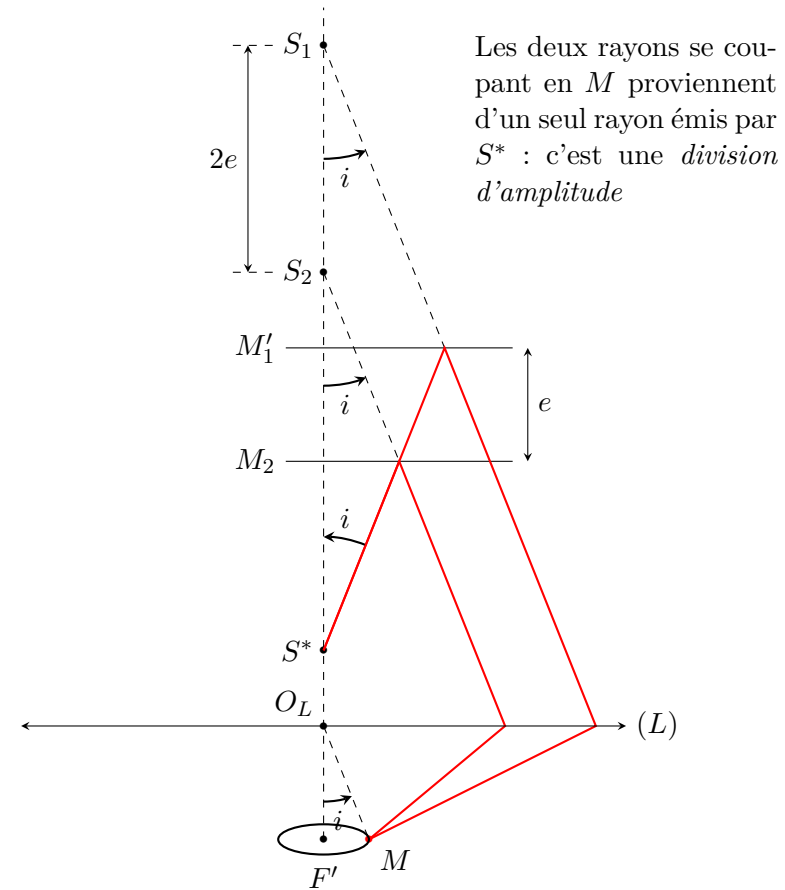
Lorsque l'interféromètre est éclairé par une source ponctuelle  $S$ , si on place un écran ( $E$ ) orthogonalement à la droite ( $S_1S_2$ ) on observe des anneaux (à condition que  $M$  ne soit pas dans la zone d'incohérence de la lumière utilisée) de centre  $\Omega$ .



2) Observation à l'infini ou dans le plan focal image d'une lentille CV

Toujours avec un éclairage produit par une source ponctuelle  $S$ , si on place l'écran ( $E$ ) dans le plan focal image d'une lentille ( $L$ ) placée

orthogonalement à la droite ( $S_1S_2$ ) on observe encore des anneaux de centre  $F'$  (foyer image de ( $L$ )). On parle ici d'*anneaux d'égale inclinaison* puisqu'ils sont formés de rayons qui sont tous émis ou réfléchis avec le même angle  $i$  par rapport à la droite ( $S^*S_1S_2$ ).



La différence de marche entre les deux rayons en  $M$  est alors :

$$\delta(M) = 2n_a e \cos i$$

### 3) Cas d'une source étendue

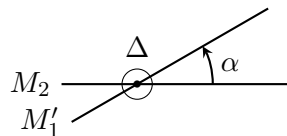
Les différentes sources ponctuelles produisent leur propre système d'anneaux, décalés les uns par rapport aux autres et comme on doit additionner les intensités, il s'ensuit que :

- à distance finie, il y a un brouillage plus ou moins important des anneaux ;
- en revanche, dans le plan focale image de la lentille (L), les anneaux sont toujours aussi nets : on dit que *les franges (nettes) sont localisées à l'infini*.

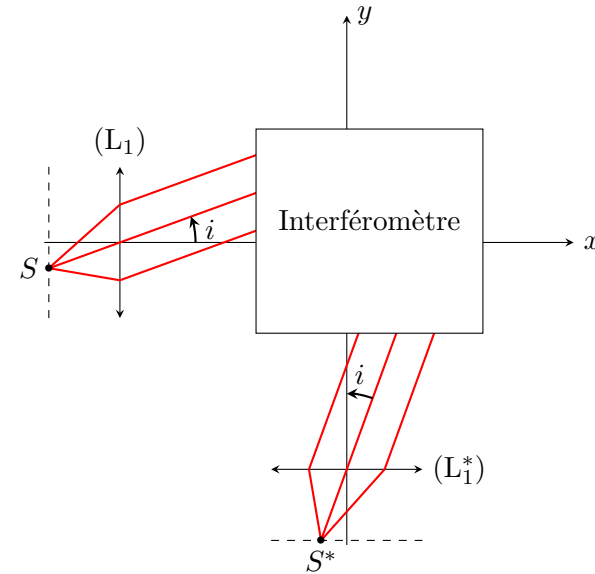
### III. Réglage en coin d'air

Dans le réglage en coin d'air, le miroir  $M_1$  n'est plus orthogonal à  $Ox$  et fait un angle  $\alpha > 0$  avec celui-ci. En revanche on peut toujours supposer que  $M_2$  reste  $\perp Oy$ . En pratique  $e = |d_1 - d_2|$  est petit et  $\alpha \approx 10^{-4}$  rad.

Les miroirs  $M_2$  et  $M'_1$  forment alors un dièdre d'arête  $\Delta$ .



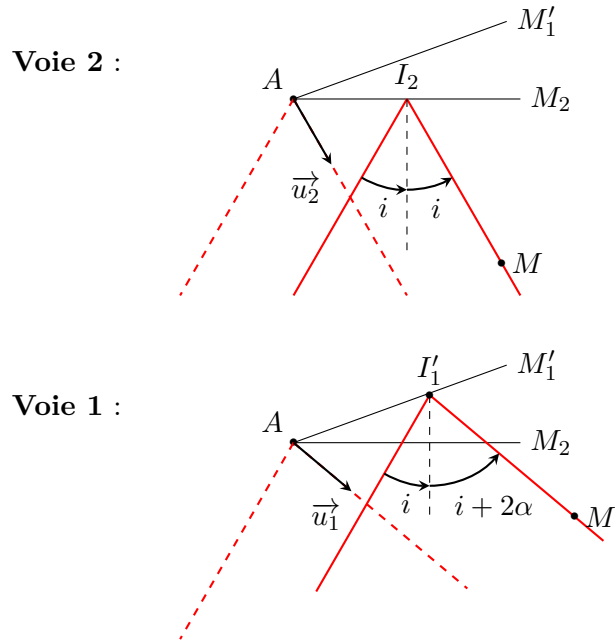
De plus, la source ponctuelle qui éclaire l'interféromètre est placée dans le plan focal objet d'une lentille ( $L_1$ ) : l'interféromètre est donc éclairé par une onde plane (càd formée de rayons parallèles entre eux) :



Dans la représentation avec les deux miroirs  $M'_1$  et  $M_2$ , tout se passe comme si les rayons venaient de  $S^*$  dans le plan focal objet d'une lentille ( $L_1^*$ ).

#### 1) Différence de marche

On introduit le point  $A \in \Delta$  dans le plan de la feuille, ainsi que les deux vecteurs unitaires  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  indiquant la direction (et le sens) des rayons réfléchis respectivement par  $M'_1$  et  $M_2$ .



En utilisant le rayon de référence provenant de  $S^*$  qui vient se réfléchir en  $A$ , le théorème de Malus permet de montrer que  $(SM)_1 = (S^*A) + \vec{u}_1 \cdot \vec{AM}$  et  $(SM)_2 = (S^*A) + \vec{u}_2 \cdot \vec{AM}$ , d'où :

$$\delta(M) = (SM)_1 - (SM)_2 = (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \cdot \vec{AM}$$

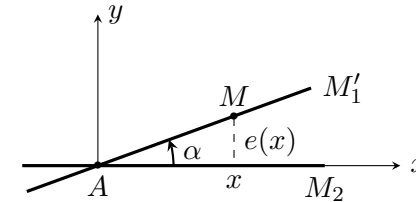
## 2) Cas d'une source étendue

Si on utilise une source étendue  $\mathcal{D}$  placée dans le plan focal objet de  $(L_1)$  alors, suite à l'incohérence spatiale des différents points sources  $S \in \mathcal{D}$ , les franges se brouillent partiellement, sauf sur un plan confondu avec  $M_1'$  (et aussi  $M_2$  puisque  $\alpha \approx 10^{-4}$  rad) où la différence de marche varie peu : c'est le *plan de localisation des franges de coin d'air*.

En un point  $M$  de ce plan, de coordonnées  $(x, y)$  dans le repère  $(Axy)$ , la différence de marche vaut :

$$\delta(M) = 2 \tan(\alpha) x = 2 e(x)$$

où  $e(x)$  est l'**épaisseur locale du coin d'air** en  $M$  : on parle de *franges d'égale épaisseur*. Ces franges sont rectilignes, parallèles à l'arête  $\Delta$  du dièdre entre les deux miroirs.



Si on vous demande de montrer cette différence de marche, vous faites comme je vous l'ai indiqué dans le cours (avec un rayon qui monte verticalement).

En éclairage monochromatique cohérent (spectre de la lumière formé d'une seule raie quasi-monochromatique de pulsation centrale  $\omega_0$ , avec  $|\delta(M)| \ll \ell_c$ ), on peut utiliser la formule de Fresnel :

$$I(M) = 2I_0 \left[ 1 + \cos \left( \frac{\omega_0 \delta(x)}{c} \right) \right]$$

et l'interfrange est donné par :

$$i_0 = \frac{\lambda_0}{2 \tan(\alpha)} \approx \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

## IV. lame compensatrice

En pratique, l'interféromètre possède une **lame compensatrice** dans la voie 2. C'est une lame de verre parallèle à la lame séparatrice

$L_s$ , identique à  $L_s$  (même verre, même épaisseur  $d$ ) qui sert à compenser la dissymétrie de la différence de marche entre les deux voies, dissymétrie provenant de l'épaisseur non nulle de  $L_s$ .