

DS n°6bis (CCS-Mines)
 (Samedi 4 février 2023 – Durée 4 h)

1 Production du dihydrogène

Le di-hydrogène peut être produit à partir d'un hydrocarbure très courant : le méthane. L'équation de la réaction mise en jeu est :



On donne à 298 K les grandeurs de formation :

Espèces	CO	H ₂ O	CH ₄	H ₂
$\Delta_f G^0$ en kJ.mol ⁻¹	-137,2	-228,6	-50,3	
$\Delta_f H^0$ en kJ.mol ⁻¹	-110,5	-241,8	-74,4	

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

1. Définir la grandeur de formation $\Delta_f H^0$. Quelle est sa valeur pour H₂(g) ?
2. Dans le cas général, calculer la variance de cet équilibre. Que devient cette variance en partant d'un mélange équimolaire de CH₄ et H₂O ?
3. Calculer à 298 K les grandeurs standard de réaction $\Delta_r H^0$, $\Delta_r G^0$ et $\Delta_r S^0$ associées à cette équation - bilan. Pouvait-on prévoir le signe de $\Delta_r S^0$?
4. Étudier qualitativement l'influence d'une augmentation de température à pression constante ainsi que d'une augmentation de pression à température constante sur le rendement en di-hydrogène. On justifiera les réponses.

La réaction est réalisée à la température de 1223 K et sous une pression constante P = 10 bar. Dans toute la suite, on se placera dans l'approximation d'Ellingham : $\Delta_r H^0$ et $\Delta_r S^0$ indépendantes de la température.

5. Calculer la valeur de la constante d'équilibre K^0 à 1223 K.
6. On part d'un mélange équimolaire de CH₄ et H₂O : n_0 moles de CH₄ et n_0 moles de H₂O. Le taux de conversion α du méthane est la proportion de méthane transformé à l'équilibre :

$$\alpha = \frac{n_0 - n_{\text{éq}}(\text{CH}_4)}{n_0}$$

Établir la relation entre α et la constante d'équilibre K^0 . En déduire que $\alpha \approx 0,62$.

7. Calculer les pressions partielles (toujours en partant d'un mélange équimolaire de CH₄ et H₂O).

L'état d'équilibre obtenu précédemment se trouve modifié par l'ajout, à température et pression constantes, d'une petite quantité d'eau dn.

8. Déduire, par un raisonnement rigoureux, le sens de déplacement de l'équilibre.

En réalité, l'équilibre chimique précédent s'accompagne toujours de l'équilibre suivant :



La pression totale demeurant égale à 10 bar, on peut considérer que cet équilibre ne modifie pas de façon sensible les quantités de matière et donc les pressions partielles en CO, H₂ et H₂O établies à la question 7. Le mélange gazeux obtenu contient alors des traces de dioxyde de carbone.

On mesure la pression partielle en CO_2 à l'équilibre : $P(\text{CO}_2) = 4,4 \cdot 10^{-2}$ bar

Un problème lié aux impuretés gazeuses du mélange est que du carbone solide est susceptible de se déposer sur les parois, selon deux réactions :

- Équilibre de Boudouard : $2 \text{CO}_{(g)} = \text{CO}_{2(g)} + \text{C}_{(\text{graphite})}$ [3] pour lequel : $\Delta_r G^0(T) = -172,5 + 0,176 T$ ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$);
- Réaction directe de craquage du méthane : $\text{CH}_{4(g)} = \text{C}_{(\text{graphite})} + 2 \text{H}_{2(g)}$ [4] pour laquelle : $\Delta_r G^0(T) = 74,4 - 0,081 T$ ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$).

9. Écrire, puis calculer les enthalpies libres de réaction $\Delta_r G_3$ et $\Delta_r G_4$ de ces réactions dans les mêmes conditions de température et de pression qu'aux questions 6. et 7., en utilisant les pressions partielles obtenues précédemment.
10. Étudier, dans chacun des cas, la possibilité pour le carbone de se déposer.

Masses molaires en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: $M(\text{H}) = 1$; $M(\text{C}) = 12$ et $M(\text{O}) = 16$.

2 Voyager vers Proxima du Centaure

Pour accomplir un voyage hypothétique vers Proxima du Centaure, on envisage un vaisseau à voile solaire, propulsé grâce à la réflexion du rayonnement électromagnétique du Soleil sur la voile. Plus la voile est grande et réfléchissante, plus grande est la force de propulsion.

Une onde plane progressive monochromatique, se propageant selon \vec{u}_x depuis les $x < 0$, arrive sur la voile solaire, métal de conductivité réelle γ , assimilée dans un premier temps à un demi espace infini $x > 0$ (dénommé dans la suite approximation espace infini).

L'onde incidente dans le demi espace vide des $x < 0$ s'écrit, en notation complexe,

$$\vec{E}_i = E_0 \exp(j(\omega t - kx)) \vec{u}_y$$

et arrive en $x = 0$ sur un métal de conductivité γ .

Q 33. Rappeler sans démonstration l'équation dont le champ électrique est solution dans le vide. En déduire la relation de dispersion liant k et ω en fonction de la célérité c de l'onde. Comment qualifier la propagation de cette onde ?

Q 34. Établir l'expression du champ magnétique associé à cette onde incidente.

Q 35. Déterminer l'expression de la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting associé à cette onde incidente.

Cette onde incidente donne naissance à l'interface avec la voile solaire à :

— une onde réfléchi (se propageant selon $-\vec{u}_x$ dans l'espace $x < 0$) de la forme

$$\vec{E}_r = r E_0 \exp(j(\omega t + kx)) \vec{u}_y ;$$

— une onde transmise (se propageant selon $+\vec{u}_x$ dans l'espace $x > 0$) de la forme

$$\vec{E}_t = t E_0 \exp(j(\omega t - k_m x)) \vec{u}_y.$$

Dans le métal (demi espace $x > 0$), le champ électrique de l'onde transmise vérifie l'équation différentielle

$$\Delta \vec{E}_t = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}_t}{\partial t^2}. \quad (\text{III.1})$$

Q 36. Proposer une simplification de l'équation (III.1) pour une onde, dans le domaine du visible ou de l'infrarouge, se propageant dans l'or de conductivité $\gamma = 45 \times 10^6 \text{ S}\cdot\text{m}^{-1}$.

Q 37. Exprimer le vecteur d'onde complexe \underline{k}_m en fonction d'une longueur δ dont on donnera l'expression et la signification.

Q 38. Proposer une épaisseur raisonnable pour la voile solaire afin que l'approximation espace infini puisse être conservée. Sachant que la masse volumique de l'or est $\rho = 19,3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, estimer la masse d'une voile solaire de surface 100 m^2 .

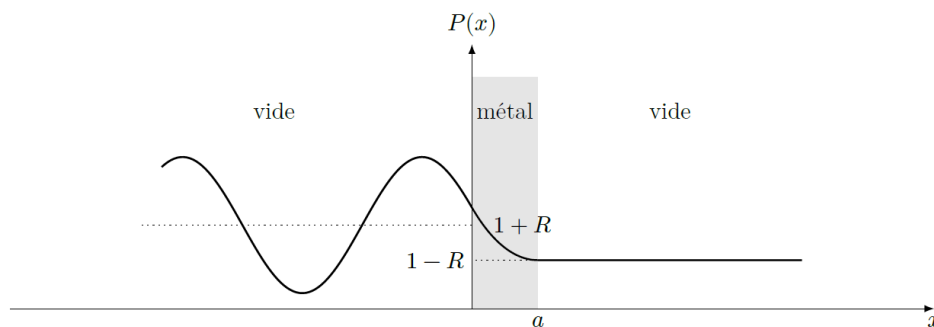


Figure 6

La figure 6 représente l'évolution spatiale de la norme du vecteur de Poynting moyen pour une voile pour laquelle l'approximation espace infini n'est plus vérifiée. R est le coefficient de réflexion en énergie de la voile.

Q 39. Commenter cette figure. À quel phénomène la situation étudiée est-elle analogue ?

Q 40. En utilisant le modèle corpusculaire de la lumière, proposer une expression de la force qui s'exerce sur la voile en fonction, entre autres paramètres, de la puissance électromagnétique moyenne incidente par unité de surface et de R , coefficient de réflexion en énergie de la voile. Évaluer l'ordre de grandeur de cette force à proximité de la Terre où la puissance surfacique du rayonnement solaire est d'environ $1000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

Données

Perméabilité magnétique du vide

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$$

Permittivité diélectrique du vide

$$\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$$

Charge élémentaire

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Constante d'Avogadro

$$\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Constante de Boltzmann

$$k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

Constante des gaz parfaits

$$R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Constante de Planck

$$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Vitesse de la lumière dans le vide

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Constante universelle de la gravitation

$$\mathcal{G} = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$$

Masse de l'électron

$$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Masse du proton

$$m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Rayon moyen de la Terre

$$R_T = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$$

Distance Terre-Soleil

$$D_{TS} = 1,50 \times 10^8 \text{ km}$$

Masse de la Terre

$$M_T = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

Rayon du Soleil

$$R_S = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$$

Masse du Soleil

$$M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

3 A propos de l'or

III Propriétés optiques du métal or

On souhaite modéliser les propriétés optiques de l'or à l'état métallique à l'aide du modèle de Drude. Pour ce faire, on considère que le métal est composé d'un ensemble d'ions supposés fixes, qui constituent le réseau cristallin, et d'un gaz d'électrons libres de se déplacer sur des distances très largement supérieures aux distances interatomiques. Chaque électron porte la charge $-e$ et possède une masse notée m_e .

En l'absence d'excitation électromagnétique extérieure, l'état du métal est stationnaire et qualifié d'état de repos. Il est désigné par les grandeurs physiques suivantes, indicées par 0, indépendantes du temps. Les champs électrique et magnétique au repos, en un point M , sont identiquement nuls : $\vec{E}_0(M) = \vec{0}$ et $\vec{B}_0(M) = \vec{0}$. Les électrons sont animés d'un mouvement d'agitation thermique, mais la vitesse moyenne des électrons qui se situent au voisinage d'un point M est nulle : $\vec{v}_0(M) = \vec{0}$. Au repos, le métal est électriquement neutre à l'échelle locale : le nombre moyen d'électrons par unité de volume est égal au nombre moyen d'ions par unité de volume. On note n_{e0} le nombre moyen d'électrons par unité de volume dans l'état de repos du métal, supposé uniforme.

La propagation d'une onde électromagnétique vient perturber localement l'état de repos du métal. On suppose que cette perturbation est d'amplitude suffisamment faible pour que les différentes grandeurs physiques puissent s'écrire comme la somme de la valeur de cette grandeur au repos, indicée par 0 et d'une valeur perturbée, indicée par le chiffre 1. Ainsi, le champ électrique, le champ magnétique, le champ de vitesse des électrons et le nombre moyen d'électrons libres par unité de volume s'écrivent respectivement comme suit :

$$\begin{aligned}\vec{E}(M, t) &= \vec{E}_0(M) + \vec{E}_1(M, t) = \vec{0} + \vec{E}_1(M, t), \\ \vec{B}(M, t) &= \vec{B}_0(M) + \vec{B}_1(M, t) = \vec{0} + \vec{B}_1(M, t), \\ \vec{v}(M, t) &= \vec{v}_0(M) + \vec{v}_1(M, t) = \vec{0} + \vec{v}_1(M, t), \\ n_e(M, t) &= n_{e0} + n_{e1}(M, t).\end{aligned}$$

Les grandeurs $\vec{E}_1(M, t)$, $\vec{B}_1(M, t)$, $\vec{v}_1(M, t)$ et $n_{e1}(M, t)$ sont associées à la propagation de l'onde électromagnétique dans le milieu. Leurs amplitudes respectives sont supposées suffisamment faibles pour qu'on se limite à un traitement linéaire : tous les calculs se limiteront à des termes qui s'expriment au premier ordre vis-à-vis des amplitudes indicées par le chiffre 1. Ci-dessous est présenté un exemple de linéarisation au premier ordre du produit de deux grandeurs $a(M, t)b(M, t)$ où le terme du second ordre est finalement négligé :

$$\begin{aligned}a(M, t)b(M, t) &= (a_0 + a_1(M, t))(b_0 + b_1(M, t)) \\ &= \underbrace{a_0 b_0}_{\text{ordre 0}} + \underbrace{a_0 b_1(M, t) + b_0 a_1(M, t)}_{\text{ordre 1}} + \underbrace{a_1(M, t)b_1(M, t)}_{\text{ordre 2 négligeable}} \\ &\simeq a_0 b_0 + a_0 b_1(M, t) + b_0 a_1(M, t).\end{aligned}$$

III.A – Mouvement des électrons libres

On s'intéresse dans un premier temps au mouvement des électrons libres. Le gaz d'électrons libres est assimilé à un fluide. On note respectivement m_e et $-e$ la masse et la charge électrique d'un électron. On suppose qu'en plus de la force d'interaction avec le champ électromagnétique de l'onde, les électrons sont soumis à une force dissipative qui modélise leurs interactions avec le réseau cristallin : $-\frac{m_e}{\tau} \vec{v}_1(M, t)$. Le mouvement des électrons est supposé non relativiste ($\|\vec{v}_1\| \ll c$, où c est la célérité de la lumière dans le vide). Dans l'approximation linéaire, l'équation du mouvement des électrons se met sous la forme approchée

$$m_e \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t}(M, t) = -e \vec{E}_1(M, t) - \frac{m_e}{\tau} \vec{v}_1(M, t). \quad (\text{III.1})$$

Q 24. Expliquer pourquoi, compte tenu des hypothèses retenues, la composante magnétique de la force exercée par l'onde électromagnétique sur les électrons n'apparaît pas dans l'équation du mouvement (III.1).

Q 25. Exprimer, dans l'approximation linéaire, la densité volumique de courant électrique $\vec{j}_1(M, t)$ dans le métal en fonction, entre autres, de la vitesse moyenne des électrons $\vec{v}_1(M, t)$, puis établir l'équation différentielle liant $\vec{j}_1(M, t)$ et $\vec{E}_1(M, t)$.

III.B – Relation de dispersion

On suppose que le métal est soumis à une onde électromagnétique, harmonique de pulsation ω , dont le champ électrique s'écrit ainsi en notation complexe :

$$\vec{E}_1(M, t) = \vec{E}_1 \exp\left(i\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x\right)\right) \vec{e}_y, \quad (\text{III.2})$$

où $\underline{n} \in \mathbb{C}$ est appelé *indice complexe* du métal. L'espace est rapporté à la base orthonormée cartésienne $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Q 26. Justifier que l'onde électromagnétique considérée peut être qualifiée de plane, progressive, transverse et que son état de polarisation est rectiligne.

Q 27. Rappeler l'expression des équations de Maxwell dans le milieu considéré, en faisant intervenir $n_{e1}(M, t)$, $\vec{j}_1(M, t)$, $\vec{E}_1(M, t)$ et $\vec{B}_1(M, t)$.

Q 28. Montrer que les caractéristiques de l'onde électromagnétique imposent $n_{e1}(M, t) = 0$.

Q 29. Établir l'équation aux dérivées partielles qui régit l'évolution spatiale et temporelle du champ électrique $\vec{E}_1(M, t)$ dans le métal. On fera apparaître la pulsation plasma définie par la relation $\omega_p = \sqrt{\frac{n_{e0}e^2}{m_e \varepsilon_0}}$.

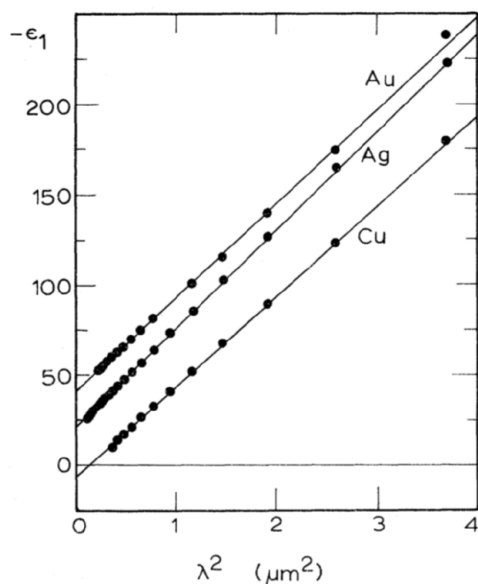
Q 30. Établir que le champ électrique (III.2) est solution de l'équation aux dérivées partielles précédente à condition que :

$$\underline{n}^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\frac{\omega}{\tau}}. \quad (\text{III.3})$$

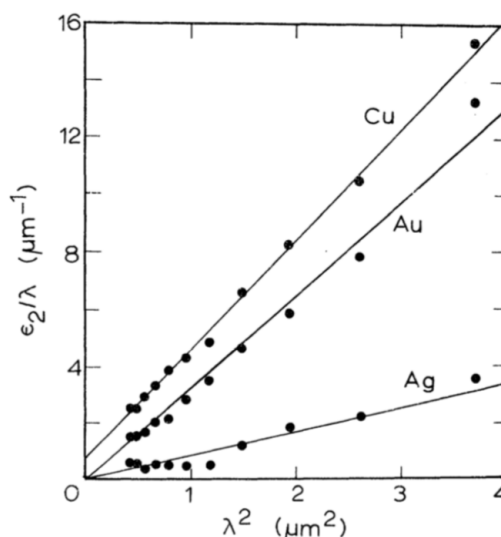
Q 31. Déterminer les expressions des constantes diélectriques ε_1 et ε_2 (qui sont des grandeurs réelles) telles que $\underline{n}^2 = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$. Exprimer ε_1 et ε_2 en fonction de ω , ω_p et τ .

Q 32. En déduire les expressions asymptotiques des constantes diélectriques ε_1 et ε_2 dans la limite où $\omega\tau \gg 1$, et comparer ε_1 et ε_2 dans cette limite.

La figure 3 représente un ensemble de données expérimentales relatives aux constantes diélectriques de différents métaux. L'or correspond au symbole Au. Sur la figure de gauche est représentée l'allure de $-\varepsilon_1$ en fonction de la longueur d'onde ($\lambda = 2\pi c/\omega$) au carré, et sur la figure de droite, ε_2/λ en fonction de la longueur d'onde au carré λ^2 , dans une certaine gamme de longueurs d'onde.



(a) Tracé de $-\varepsilon_1$ en fonction de λ^2



(b) Tracé de ε_2/λ en fonction de λ^2 .

Figure 3 Évolution des constantes diélectriques de différents métaux en fonction de la longueur d'onde³ ; par souci de lisibilité, l'ordonnée à l'origine des droites représentant $-\varepsilon_1$ en fonction de λ^2 pour l'or (Au) et l'argent (Ag) est arbitraire

Q 33. Exploiter la figure 3 et les résultats théoriques précédents pour déterminer des valeurs numériques approchées du nombre moyen d'électrons libres n_{e0} dans le métal or et de la constante de temps τ . Comparer la valeur de n_{e0} obtenue à celle qu'on peut déduire des données relatives à l'or qui figurent en fin d'énoncé.

IV Résonance plasmon des nanoparticules d'or

IV.A – Pulsation propre d'une nanoparticule d'or

— Les nanoparticules d'or¹ —

Lorsqu'une particule métallique est soumise à un champ électromagnétique dont la longueur d'onde λ est beaucoup plus grande que la taille des particules, tous les électrons libres subissent le même champ et oscillent collectivement et en phase. En effet, lorsque le nuage d'électrons est déplacé par rapport aux noyaux métalliques par interaction avec le champ électrique, il se crée une force de rappel due à l'attraction coulombienne entre noyaux et électrons (figure 4). Lorsque la fréquence de l'onde incidente correspond à la fréquence propre de ces oscillations, il se produit un phénomène de résonance, appelé résonance de plasmon de surface.

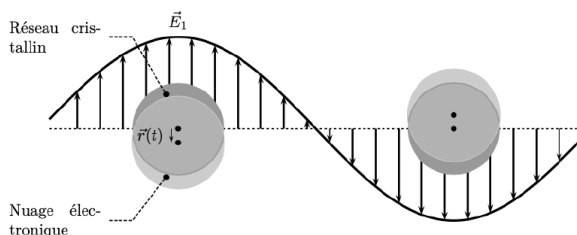


Figure 4 Représentation schématique des oscillations de plasmon pour une nanoparticule sphérique, montrant le déplacement des électrons libres par rapport au réseau cristallin des noyaux métalliques

La fréquence de résonance plasmon dépend de la nature du métal. Elle a lieu dans le domaine du visible, seulement pour l'or, le cuivre et l'argent, d'où la coloration particulière de ces nanoparticules. Si la particule est sphérique et beaucoup plus petite que la longueur d'onde (rayon $<$ quelques dizaines de nanomètres) alors la position de la résonance plasmon est indépendante de la taille de la particule [...]. Elle dépend alors des propriétés du métal et du milieu environnant. Ainsi, des nanoparticules d'or de 20 nm ont une bande de résonance plasmon vers 520-530 nm (absorption dans le vert) et sont rouges. L'or sous forme de nanoparticules perd donc sa couleur dorée si caractéristique.

Pour interpréter le rappel du nuage des électrons libres et en déduire une expression de la pulsation propre Ω de son mouvement d'oscillation, il faut s'intéresser à la séparation des charges électriques qui résulte du déplacement de ce nuage électronique. La figure 4 suggère qu'on peut modéliser cette distribution de charges électriques par la superposition de deux boules, de même rayon R , qu'on peut considérer uniformément chargées en volume, l'une correspondant au nuage des électrons libres, l'autre au réseau cristallin des noyaux métalliques, et dont le décalage est donné par le vecteur $\vec{r}(t)$. Ce déplacement reste bien inférieur au rayon R de la nanoparticule.

Q 34. Déterminer une expression du champ électrostatique à l'intérieur de la nanoparticule, qui résulte du déplacement du nuage électronique par rapport au réseau cristallin. Commenter le résultat obtenu.

IV.B – Modélisation de la réponse d'une nanoparticule à une excitation électromagnétique

On considère une nanoparticule d'or sphérique, de rayon R , placée dans le vide. En première approche, on assimile son nuage électronique à un oscillateur harmonique, de masse égale à $\frac{4}{3}\pi R^3 n_{e0} m_e$, et de pulsation propre $\Omega = \omega_p / \sqrt{3}$ excité par le champ électrique d'une onde électromagnétique incidente. On note $\vec{E}_1(O, t)$ le champ électrique de cette onde au centre O de la nanoparticule, à l'instant t . On admet que ce centre se confond avec le centre du réseau cristallin, considéré comme fixe dans le référentiel d'étude. On suppose également que le champ électrique est uniforme à l'échelle de la nanoparticule.

Q 35. Justifier que l'équation différentielle vérifiée par le vecteur déplacement $\vec{r}(t)$ du nuage électronique par rapport au centre O de la nanoparticule s'écrit sous la forme

$$\frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} + \Omega^2 \vec{r}(t) = -\frac{e}{m_e} \vec{E}_1(O, t).$$

On se place désormais en régime sinusoïdal forcé où $\vec{E}_1(O, t) = \vec{E}_1 \cos(\omega t - \varphi) \vec{e}_y$ où φ est une constante.

Q 36. Déterminer l'expression de la représentation complexe du déplacement \vec{r} en régime sinusoïdal forcé en fonction, entre autres, de \vec{E}_1 , représentation complexe du champ électrique de l'onde incidente.

Q 37. En déduire l'expression du moment dipolaire électrique \vec{p} de la nanoparticule en fonction de \vec{E}_1 sous la forme

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \underline{\alpha}(\omega) \vec{E}_1.$$

Q 38. Expliciter la polarisabilité complexe $\underline{\alpha}(\omega)$ en fonction de ω , Ω , ω_p et R . Préciser la dimension du module $|\underline{\alpha}(\omega)|$ de la polarisabilité complexe.

La polarisabilité complexe de la nanoparticule traduit sa réponse à une excitation électromagnétique sinusoïdale extérieure.

Q 39. Étudier et interpréter qualitativement le comportement de $|\underline{\alpha}(\omega)|$ en fonction de la pulsation ω . Indiquer quelle modification principale entraîne la prise en compte d'effets dissipatifs dans le mouvement du nuage électronique.

Un modèle plus précis, tenant à la fois compte du caractère dissipatif du mouvement du nuage électronique et de l'indice optique n_0 du milieu transparent dans lequel se trouve la nanoparticule d'or, conduit à l'expression suivante de la polarisabilité complexe :

$$\underline{\alpha}(\omega) = 4\pi R^3 \frac{\underline{n}^2 - n_0^2}{\underline{n}^2 + 2n_0^2}, \quad (\text{IV.1})$$

où \underline{n}^2 est l'indice complexe de l'or au carré, donné par la relation (III.3). On montre aussi que la puissance électromagnétique absorbée par une nanoparticule d'or est proportionnelle à la valeur absolue de la partie imaginaire de sa polarisabilité complexe $\underline{\alpha}(\omega)$.

Q 40. Vérifier que la relation (IV.1) est compatible avec l'expression, déterminée à la question 37, de la polarisabilité complexe d'une nanoparticule placée dans le vide lorsqu'on néglige les phénomènes dissipatifs ($\omega\tau \gg 1$).

Q 41. Calculer la valeur de la longueur d'onde principalement absorbée par des nanoparticules d'or présentes dans le verre d'un vitrail ($n_0 = 1,5$). Conclure quant à la couleur par transmission des vitraux de la cathédrale de Chartres mentionnés dans l'introduction du sujet.

Données et formulaire

Constantes physiques

Masse de l'électron	$m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg
Charge élémentaire	$e = 1,60 \times 10^{-19}$ C
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F·m ⁻¹
Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8$ m·s ⁻¹
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31$ J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹

Formulaire

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A}$$

Données relatives à l'or

Symbole de l'élément chimique or	Au
Type de réseau cristallin	cubique à faces centrées
Rayon atomique	135 pm
Configuration électronique à l'état fondamental	[Xe] 6s ¹ 4f ¹⁴ 5d ¹⁰
Capacité thermique volumique	$C_{\text{Au}} = 2,5 \times 10^6$ J·K ⁻¹ ·m ⁻³