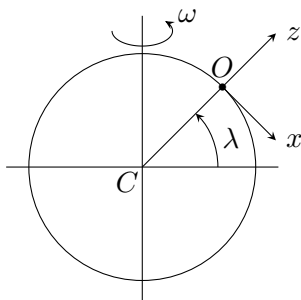


# 1 Déviation d'un objet lâché du haut de la tour Montparnasse

Le référentiel géocentrique est supposé galiléen. Le référentiel terrestre ( $\mathcal{R}_T$ ) est en rotation uniforme autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire  $\omega$ . On considère un repère  $(Oxyz)$  lié à ( $\mathcal{R}_T$ ) tel que la latitude du point  $O$  soit  $\lambda = 49^\circ$  (latitude de Paris).

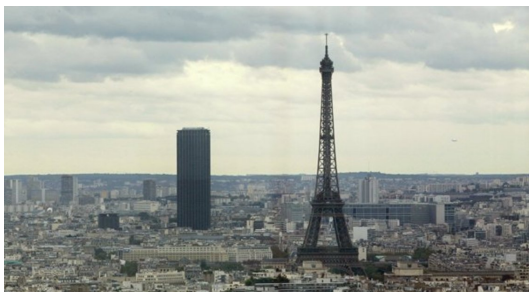


**Données :**

- Rayon terrestre :  $R_T = 6371$  km
- Masse de la Terre :  $M_T = 5,97 \times 10^{24}$  kg
- Constante de gravitation :  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  uSI

1. Estimer la valeur numérique de l'accélération de la pesanteur  $g$  au point  $O$ .


*On lâche une bille de plomb sans vitesse initiale du haut de la tour Montparnasse (209 m), un jour sans vent.*



2. Expliquer pourquoi la bille ne tombe pas exactement au pied de la tour.
3. On donne les équations du mouvement de la bille dans le référentiel terrestre :

$$\begin{cases} \ddot{x} &= 2\omega \sin(\lambda) \dot{y} \\ \ddot{y} &= -2\omega \sin(\lambda) \dot{x} - 2\omega \cos(\lambda) \dot{z} \\ \ddot{z} &= -g + 2\omega \cos(\lambda) \dot{y} \end{cases}$$

Expliquer d'où proviennent ces équations ainsi que les approximations qui ont été faites pour les établir. Résoudre ces équations à l'ordre 1 en  $\omega$  et en déduire la déviation que subirait la bille par rapport à un fil à plomb suspendu en haut de la tour. On justifiera clairement les approximations faites.

4.  Discuter de la validité de la résolution précédente en complétant le fichier Python *DeviationEst-TourMontparnasse.py* de façon à faire une résolution complète du système d'équations. En déduire les déviations vers l'est et vers le sud.

## 2 Pendule aux grandes oscillations

On considère un pendule simple constitué d'une masse  $m$  accrochée en un point  $O$  fixe à un fil inextensible, sans masse, de longueur  $\ell$ . On note  $\theta$  l'angle entre le pendule et la verticale. Le pendule est lâché d'un angle  $\theta_0$ ,  $0 < \theta_0 < \pi/2$ , sans vitesse initiale.

1. Montrer que l'angle  $\theta$  vérifie l'équation :

$$\frac{\dot{\theta}^2}{2} - \omega^2 \cos(\theta) = \text{constante}$$

Préciser les expressions de  $\omega$  et de la constante.

2. Montrer que l'expression de la période peut s'écrire :

$$T = \frac{2T_0}{\pi} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{2(\cos\theta - \cos\theta_0)}}$$


On précisera l'expression de  $T_0$ .

3. On réalise le changement de variable  $\sin\phi = \frac{\sin(\theta/2)}{\sin(\theta_0/2)}$ . En déduire que  $T$  se met sous la forme :

$$T = T_0 f\left(\sin\frac{\theta_0}{2}\right) \quad \text{avec} \quad f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2\phi}}$$

4. Montrer que, pour de petites oscillations, l'expression précédente conduit à la formule approchée de Borda :

$$T \simeq T_0 \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16}\right)$$

5.  On se place dans le cas particulier où  $\ell = 1,0$  m et  $g = 9,8$  m.s<sup>-2</sup>.

En utilisant le script Python du fichier *PenduleGrandesOscillations.py*, déterminer l'angle limite  $\theta_\ell$  au delà duquel la période  $T$  s'écarte de plus de 1% de  $T_0$ , puis de plus de 1% de l'expression de la période approchée avec la formule de Borda.



# Physique-chimie 2

CONCOURS CENTRALE SUPELEC

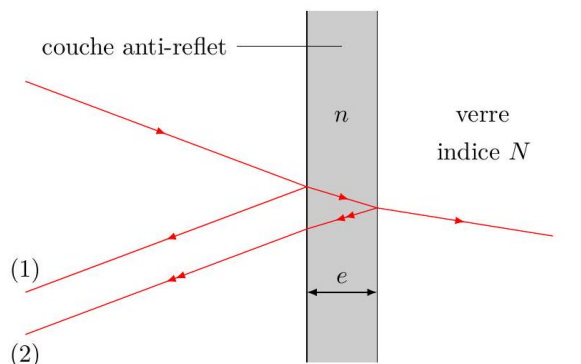
## 3 Panneaux solaires anti-reflet

Les panneaux solaires les plus performants ont actuellement un rendement de 25%. On cherche à savoir ici quel gain on peut obtenir en utilisant une couche anti-reflet. L'ensemble des cellules photovoltaïques est protégé par une plaque de verre d'indice  $N = 1,50$ . Les coefficients de réflexion  $r$  et transmission  $t$  d'un dioptré sont donnés par

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \text{et} \quad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

1. On suppose qu'une onde incidente monochromatique, d'éclairement  $E_0$  et de longueur d'onde  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$  et de pulsation  $\omega_0$  arrive sur la plaque. En considérant  $n_{\text{air}} = 1$ , quelle est la puissance perdue par réflexion sur un panneau ?

Une couche d'épaisseur  $e$  d'un milieu transparent d'indice  $n$  tel que  $1 \leq n \leq N$  est déposée sur le verre. On ne tiendra compte que des deux premières réflexions sur chacun des dioptrés.



2. Expliquer qualitativement comment un tel dispositif peut réduire la puissance réfléchi.
3. On suppose que l'onde incidente arrive en incidence normale. Quels sont les éclairements  $E_1$  et  $E_2$  des ondes réfléchies ? Exprimer la différence de marche  $\delta$  ; en déduire l'épaisseur minimale de la couche anti-reflets. En utilisant le script Python grâce au script Python *CoucheAntiReflets.py*, déterminer la valeur optimale de  $n$ .

La lumière du soleil n'est pas monochromatique, on considère alors que la densité spectrale de l'onde incidente est  $J_0(\omega)$ . Les densités spectrales des ondes réfléchies sont alors  $J_1(\omega) = \alpha_1 J_0(\omega)$  et  $J_2(\omega) = \alpha_2 J_0(\omega)$  où les coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  dépendent de  $n$  et  $N$  et ont été calculés à la question 2.

L'éclairement de l'onde totale réfléchi à pour la bande de pulsations comprise entre  $\omega$  et  $\omega + d\omega$  est :

$$dE_r = \left[ J_1(\omega) + J_2(\omega) + 2\sqrt{J_1(\omega)J_2(\omega)} \cos\left(\frac{\omega\delta}{c}\right) \right] d\omega \quad \text{avec} \quad \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \leq \omega \leq \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}.$$

4. En supposant  $J_0(\omega)$  constante sur tout le spectre, exprimer l'éclairement total  $E_r$  de l'onde réfléchie; étudier le coefficient de réflexion en éclairement  $R = E_r/E_0$  grâce au programme Python *CoucheAntiReflets.py*. Quelle doit être l'épaisseur de la couche pour une efficacité maximale? Quel gain obtient-on par rapport à un panneau solaire dépourvu d'une telle couche?
5. Comment peut-on définir un coefficient de réflexion  $R(i)$  en puissance pour une incidence  $i$  quelconque? Compléter éventuellement le programme Python pour étudier ce coefficient  $R(i)$ . Que pensez-vous de l'efficacité d'une telle couche pour des angles d'incidence importants?