

DS physique n°2bis (Centrale-Mines)
Samedi 21 octobre 2023 - Durée 4 heures

1 Résolution de problème : la centrifugeuse

La centrifugeuse est un type de manège constitué d'un cylindre vertical tournant autour de son axe. Les passagers du manège s'appuient sur la paroi intérieure du cylindre, recouverte de caoutchouc. Au-delà d'une certaine vitesse angulaire, les passagers sont "collés" sur la paroi du cylindre; plus besoin de sol, ils peuvent se mettre dans n'importe quelle position !

En utilisant des ordres de grandeurs qui vous semblent appropriés pour les différents paramètres du problème, estimer l'ordre de grandeur de la vitesse de rotation du cylindre nécessaire.



2 Quelques tests expérimentaux du principe d'équivalence

Données valables dans tout le problème

- Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre, $g_0 = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- Constante de gravitation universelle, $\mathcal{G} = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$;
- Distance moyenne Terre-Soleil, $D = 1,5 \times 10^8 \text{ km}$;
- Distance moyenne Terre-Lune, $d = 3,84 \times 10^5 \text{ km}$;
- Période de révolution de la Terre, $T_T = 365 \text{ jours}$;
- Période de révolution sidérale de la Lune, $T_L = 27,2 \text{ jours}$;
- Rayon terrestre moyen, $R_T = 6,38 \times 10^3 \text{ km}$;
- Altitude moyenne du satellite MICROSCOPE, $d_s = 7,10 \times 10^2 \text{ km}$.

Rappel mathématique

Pour un champ scalaire f défini par la fonction de trois variables $f(M) = f(x, y, z)$ en coordonnées cartésiennes, la variation locale au voisinage d'un point M s'exprime, au premier ordre, sous la forme :

$$df = f(M') - f(M) = \overrightarrow{\text{grad}}f(M) \cdot \overrightarrow{MM'}$$

où M' est arbitrairement proche de M , et $\overrightarrow{\text{grad}}f = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z)\vec{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z)\vec{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z)\vec{e}_z$.

Introduction

Le principe d'équivalence, qui postule l'égalité entre la masse inertielle et la masse gravitationnelle d'un corps, a été proposé par Galilée dès le XVII^e siècle à partir d'observations expérimentales lui permettant de constater l'universalité de la chute libre. Plus récemment, de telles expériences ont été largement illustrées dans des vidéos accessibles au grand public, par exemple au cours de la mission Apollo 15 sur la Lune en 1971 (<https://www.youtube.com/watch?v=oYEgdZ3iEKA>) ou de démonstrations télévisées (<https://youtu.be/E43-CfukEgs>), avec l'observation de la chute simultanée d'une plume et d'un objet massif dans le vide.

Depuis le XVII^e siècle, les expérimentateurs ont tenté, en utilisant les progrès technologiques, de tester avec toujours plus de précision ce principe d'équivalence, qui est le postulat de départ de la théorie de la Relativité Générale développée par Einstein au début du XX^e siècle. Dans le cadre relativiste, la trajectoire d'un corps tombant en chute libre ne dépend donc ni de sa structure interne, ni de sa composition. Certaines théories récentes de la gravitation, qui tentent d'unifier gravitation et mécanique quantique, remettent en cause cette propriété. C'est pourquoi les tests du principe d'équivalence restent toujours d'actualité.

Dans ce problème, nous examinons deux méthodes expérimentales qui permettent de vérifier avec une grande précision l'égalité des masses inertielle et gravitationnelle :

- la première repose sur la mesure précise de la distance Terre-Lune ; la précision actuelle sur cette mesure est d'environ 2 cm ; un nouveau projet fixe un nouvel objectif de l'ordre du millimètre (<https://www.lesechos.fr/idees-debats/sciences-prospective/la-lune-au-millimetre-1131642> 14 septembre 2019, consulté le 27 septembre 2019) ;
- la seconde, appelée mission MICROSCOPE et réalisée au sein d'un satellite lancé en avril 2016 (<https://microscope.cnes.fr/fr>, consulté le 27 septembre 2019), consiste à mesurer la différence d'accélération de deux masses de compositions différentes dans le champ de gravitation de la Terre, pour déceler une différence relative de 10^{-15} entre masse inertielle et masse gravitationnelle.

L'énoncé comporte trois parties indépendantes. Dans la première partie, préliminaire, nous examinons des dispositifs mécaniques simples : le pendule simple et le pendule élastique ; dans la deuxième partie, nous étudions les conséquences d'une éventuelle différence entre masse inertielle et masse gravitationnelle sur le mouvement de la Lune ; dans la troisième partie, nous étudions le principe des mesures d'accélération de la mission MICROSCOPE, dont les données sont toujours en cours d'étude.

Dans tout le problème, pour tout objet dit «de masse m », on fera la distinction entre sa masse inertielle m_I et sa masse gravitationnelle m_G . La première intervient dans la définition de la quantité de mouvement \vec{p} de l'objet : $\vec{p} = m_I \vec{v}$, où \vec{v} est la vitesse de l'objet; la seconde intervient dans la force \vec{F} exercée sur l'objet par un champ gravitationnel \vec{g} : $\vec{F} = m_G \vec{g}$.

On introduit alors :

- pour chaque objet, le paramètre sans dimension η défini par $\frac{m_G}{m_I} = 1 + \eta$, avec $|\eta| \ll 1$,
- pour deux objets de masses m_1 et m_2 , le paramètre d'Eötvos $\mathcal{E}_{1,2} = \left(\frac{m_G}{m_I}\right)_1 - \left(\frac{m_G}{m_I}\right)_2$.

L'objectif de la mission MICROSCOPE est de vérifier le principe d'équivalence à une précision de 10^{-15} , c'est-à-dire de vérifier que, pour deux objets de compositions différentes, $|\mathcal{E}_{1,2}| < 10^{-15}$.

2.1 Tester le principe d'équivalence avec des pendules ?

2.1.1 Pendules simples de Galilée

En 1638, Galilée éprouva le principe d'équivalence en comparant les mouvements de deux pendules simples. Chaque pendule est réalisé en accrochant une masse à l'extrémité d'une corde inextensible, de longueur ℓ et de masse négligeable. Les deux masses utilisées, dites « $m^{(1)}$ et $m^{(2)}$ », sont de compositions différentes. On se place dans la limite des petits angles. On note g_0 l'intensité du champ de pesanteur au lieu considéré à la surface de la Terre; on se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen; g_0 est alors assimilé à sa partie gravitationnelle.

13. Établir, par la méthode de votre choix, l'équation vérifiée par l'angle θ , pour le pendule simple $k \in 1, 2$, dans le cas où le principe d'équivalence n'est pas vérifié. Simplifier cette équation dans la limite des petits mouvements.

14. En déduire la période T_k du pendule k , notamment en fonction du paramètre $\eta_k = \frac{m_G^{(k)}}{m_I^{(k)}} - 1$. Relier T_k à la période T_0 que l'on obtiendrait si le principe d'équivalence était vérifié.

15. Sachant que $|\eta_k| \ll 1$, exprimer le rapport $\frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}$ en fonction du paramètre d'Eötvos $\mathcal{E}_{1,2}$.

16. Estimer le nombre de périodes d'oscillation des pendules qu'aurait dû observer Galilée pour atteindre la précision visée par la mission MICROSCOPE. Est-ce réalisable? À quelle précision peut-on espérer tester le principe d'équivalence avec cette expérience?

2.1.2 Pendules élastiques et mesure d'accélération

On examine dans cette partie le principe d'un accéléromètre pendulaire. Il peut-être assimilé à un système masse-ressort amorti, dont le schéma de principe est donné en figure 1. Il se compose d'une masse d'épreuve m , astreinte à se déplacer sans frottement solide selon un axe orienté par le vecteur unitaire \vec{u} solidaire du boîtier extérieur de l'accéléromètre. La masse d'épreuve est reliée au boîtier par un ressort de raideur k . On note X la position de la masse d'épreuve par rapport au centre du boîtier; la position au repos de la masse m , lorsque l'axe \vec{u} est horizontal, est $X = 0$. On suppose que la masse m subit également une force de frottement visqueux $\vec{F} = -h\dot{X}\vec{u}$, où h est une constante positive. Sauf précision contraire, on suppose le principe d'équivalence vérifié.

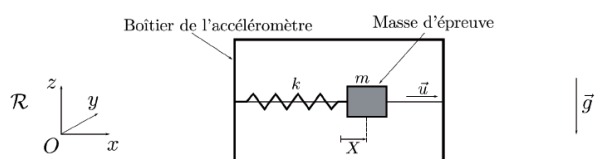


FIGURE 1 – Schéma de principe d'un accéléromètre pendulaire

Le boîtier se déplace en translation dans le référentiel terrestre (\mathcal{R}) supposé galiléen; on note \vec{a} son accélération dans ce référentiel, et $\vec{g}_0 = -g_0 \vec{e}_z$ l'accélération de la pesanteur, assimilée à sa partie gravitationnelle. Lorsque le boîtier subit une accélération, la masse d'épreuve quitte sa position d'équilibre; la mesure de la position X permet alors de déduire l'accélération du boîtier.

On suppose tout d'abord que l'accéléromètre garde une orientation fixe et horizontale selon l'axe Ox , donc $\vec{u} = \vec{e}_x$. De plus, l'accéléromètre ne se déplace que selon l'axe Ox , donc $\vec{a} = a(t)\vec{e}_x$. On note $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

17. Établir l'équation différentielle vérifiée par la position $X(t)$.

On suppose que l'accéléromètre ainsi que sa masse d'épreuve sont immobiles pour $t < 0$, et que l'accélération $\vec{a} = a\vec{e}_x$ est constante pour $t > 0$.

18. Donner la forme des solutions de l'équation différentielle en discutant selon les valeurs de h ; on ne cherchera pas à calculer les constantes d'intégration qui apparaissent dans les expressions. Représenter l'allure de $X(t)$ dans les différents cas. Montrer qu'on peut extraire la valeur de a à partir des courbes.

19. Donner le temps caractéristique τ de l'évolution de $X(t)$ dans les différents cas.

20. Donner l'allure de τ en fonction du paramètre $\gamma = \frac{h}{2m}$ à ω_0 fixé. Quel est le temps caractéristique minimal pour une pulsation ω_0 donnée?

21. Application numérique : calculer τ et le déplacement stationnaire de la masse d'épreuve dans le cas où $a = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ pour l'accéléromètre ADLX des manettes des consoles Nintendo WiiU™, pour lequel le constructeur donne : $\omega_0 = 2\pi \times 5500 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\frac{\omega_0}{\gamma} = 5$.

22. On considère que l'accéléromètre n'est plus horizontal et qu'il subit une accélération constante \vec{a} d'orientation quelconque. Montrer que ce type d'accéléromètre n'est pas capable de mesurer la composante de l'accélération selon \vec{u} , mais une grandeur que l'on exprimera en fonction de \vec{a} , \vec{u} et \vec{g}_0 , accélération de la pesanteur au lieu considéré.

23. Indiquer succinctement comment sont modifiés les résultats précédents si le principe d'équivalence n'est pas vérifié.

2.2 Tester le principe d'équivalence par la mesure de la distance Terre-Lune

On cherche à étudier le mouvement de la Lune dans le référentiel géocentrique et à comparer les cas où le principe d'équivalence est vérifié ou pas. Le référentiel barycentrique du Soleil (\mathcal{R}_K) est considéré comme galiléen. On suppose que le Soleil, la Terre et la Lune ont une distribution de masse à symétrie sphérique, de centres respectifs S , T et L ; les interactions gravitationnelles entre eux sont alors les mêmes que si leurs masses étaient localisées en leurs centres. On note $D = TS$ la distance Terre-Soleil, et $d = TL$ la distance Terre-Lune.

2.2.1 Analyse générale du problème

24. Définir le référentiel géocentrique (\mathcal{R}_G). Est-il galiléen? Justifiez votre réponse.

25. On suppose que la Terre a un mouvement circulaire uniforme, de rayon D et de vitesse angulaire Ω , dans (\mathcal{R}_K). Déterminer Ω en fonction de $m_I^{(T)}$, $m_G^{(T)}$, $m_G^{(S)}$, D et \mathcal{G} , constante de gravitation universelle.

26. Exprimer l'accélération de (\mathcal{R}_G) par rapport à (\mathcal{R}_K) en fonction de Ω et du vecteur \vec{ST} . On négligera l'action de la Lune sur la Terre.

27. Établir l'équation vectorielle du mouvement de la Lune dans (\mathcal{R}_G).

28. a) Simplifier l'équation précédente en considérant que $SL \simeq ST$, et $\vec{SL} \simeq \vec{ST}$, car $d \ll D$. Quelle est la signification de cette approximation?

b) Montrer qu'alors la résultante \vec{F}_S de la force d'inertie et de la force gravitationnelle exercée par le Soleil se met sous la forme $\vec{F}_S = \alpha m_I^{(L)} \Omega^2 \mathcal{E}_{TL} \vec{ST}$, α étant une constante que l'on exprimera, et \mathcal{E}_{TL} étant le paramètre d'Eötvos de la Terre et la Lune. On justifiera que α est proche de l'unité.

29. Que devient \vec{F}_S si le principe d'équivalence est vérifié?

2.2.2 Étude de mouvements possibles de la Lune dans le cas où le principe d'équivalence est vérifié

Dans cette partie, on néglige la force \vec{F}_S .

30. Rappeler sans démonstration les trajectoires possibles de L dans (\mathcal{R}_G).

31. a) On se place dans le référentiel (\mathcal{R}'_G) muni d'un repère $(T, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$; (\mathcal{R}'_G) est en rotation par rapport à (\mathcal{R}_G) à la vitesse angulaire constante $\vec{\omega}_0 = \omega_0 \vec{e}_z$. On note $\vec{r} = \vec{TL} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$ le vecteur position de la Lune dans ce référentiel. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\vec{r}(t)$; c'est l'équation vectorielle du mouvement de L dans le référentiel tournant (\mathcal{R}'_G) . On remarquera que, comme $\vec{F}_S = \vec{0}$, le référentiel géocentrique peut-être considéré comme galiléen pour l'étude du mouvement de la Lune, à condition de ne prendre en compte que la force exercée par la Terre sur la Lune.

b) Quelles sont les positions d'équilibre de L dans (\mathcal{R}'_G) ? À quelles trajectoires correspondent-elles dans (\mathcal{R}_G) ? Exprimer la distance Terre-Lune d correspondante en fonction de $m_1^{(L)}, m_G^{(L)}, m_G^{(T)}, \omega_0$ et \mathcal{G} .

32. On se propose d'étudier maintenant les petits mouvements de L autour d'une position d'équilibre située sur l'axe Ox . On écrit alors $\vec{r} = d\vec{e}_x + \delta\vec{r}(t)$, où $\delta\vec{r}(t)$ est un vecteur pouvant dépendre du temps, de composantes x, y et z , et $\|\delta\vec{r}(t)\| \ll d$.

a) Exprimer les trois composantes de la force de gravitation \vec{F}_T exercée par la Terre sur la Lune en fonction de $d, \omega_0, m_1^{(L)}, x, y$ et z , puis leur développement limité au premier ordre en x, y et z .

b) Montrer que le système d'équations différentielles vérifiées par $x(t), y(t)$ et $z(t)$ s'écrit :

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\omega_0\dot{y} + 3\omega_0^2x \\ \ddot{y} = -2\omega_0\dot{x} \\ \ddot{z} = -\omega_0^2z \end{cases}$$

c) Quelles sont les solutions constantes? À quelles trajectoires correspondent-elles dans (\mathcal{R}_G) ?

33. On cherche maintenant pour le système d'équations précédent des solutions sinusoïdales de pulsation ω , que l'on écrira sous la forme :

$$\delta\vec{r}(t) = \mathcal{R}e\left(\vec{R}e^{i\omega t}\right)$$

où $\mathcal{R}e$ désigne la partie réelle, et où l'amplitude \vec{R} du mouvement par rapport à la position d'équilibre a pour composantes complexes $\underline{X}, \underline{Y}$ et \underline{Z} .

a) Montrer que \vec{R} est non nul uniquement si $\omega = 0$ ou $\omega = \pm\omega_0$.

b) Déterminer les solutions du système pour $\omega = \omega_0$. En déduire la forme correspondante de $x(t)$ et $y(t)$ et dessiner l'allure des trajectoires en projection sur le plan $Txyz$ dans le cas où $y(0) = 0$, en indiquant le sens de parcours.

2.2.3 Trajectoires possibles de la Lune dans le cas où le principe d'équivalence n'est pas vérifié

34. On suppose maintenant que s'exerce sur la Lune dans (\mathcal{R}'_G) , en plus de l'attraction terrestre, une force oscillante \vec{f} de faible amplitude, que l'on met sous la forme $\vec{f} = m_1^{(L)}\mathcal{R}e(\vec{A}e^{i\omega t})$, où \vec{A} est un vecteur constant de composantes complexes $\underline{A}_x, \underline{A}_y$ et \underline{A}_z . Déterminer la solution $\delta\vec{r}(t) = \mathcal{R}e(\vec{R}e^{i\omega t})$ correspondant au mouvement forcé de L sous l'effet de \vec{f} en fonction de $\underline{A}_x, \underline{A}_y, \underline{A}_z, \omega, \omega_0$ et t . Que se passe-t-il pour $\omega = \pm\omega_0$? Quelle approximation cesse alors d'être valable?

35. On suppose que les orbites de la Lune autour de la Terre et de la Terre autour du Soleil sont situées dans le même plan Txy et parcourues toutes deux dans le sens trigonométrique, et on choisit l'origine des temps pour que le Soleil se trouve sur l'axe Tx , avec $x > 0$ à l'instant $t = 0$. Déterminer alors l'expression en fonction du temps des composantes, dans (\mathcal{R}'_G) , de la force \vec{F}_S définie à la question 28. En déduire les composantes $\underline{A}_x, \underline{A}_y, \underline{A}_z$, et ω pour que la force \vec{f} introduite à la question précédente coïncide avec F_S .

36. a) En utilisant les résultats de la question 34, déterminer les expressions de $\underline{X}, \underline{Y}$ et \underline{Z} correspondant au mouvement forcé de la Lune sous l'action de \vec{F}_S , en fonction de $\alpha, \mathcal{E}_{T,L}, \Omega, \omega_0$ et D . Donner leur expression simplifiée pour $\Omega \ll \omega_0$. Pourquoi ces trajectoires ont-elles la même allure que celles déterminées à la question 33?

b) En utilisant l'expression simplifiée de la question précédente, exprimer l'amplitude maximale de la variation de la distance Terre-Lune causée par la force \vec{F}_S . Sachant que les mesures actuelles de la distance Terre-Lune sont données avec une incertitude de 2 cm et ne mettent en évidence aucune variation ayant la forme calculée, déduire une borne supérieure de $|\mathcal{E}_{T,L}|$.

2.3 La mission MICROSCOPE et ses résultats

Pour tester la validité du principe d'équivalence, la mission MICROSCOPE a placé en orbite autour de la Terre deux cylindres métalliques coaxiaux et concentriques de compositions différentes (cylindre intérieur et cylindre extérieur de la figure 2). Dans l'hypothèse où l'universalité de la chute libre serait vérifiée, les deux cylindres devraient avoir exactement la même orbite autour de la Terre. Une violation du principe d'équivalence se traduirait par un déplacement relatif des deux cylindres.

Plutôt que d'observer une différence de trajectoire, les orbites des deux cylindres sont asservies sur l'orbite du satellite qui les contient. On utilise pour cela un dispositif électrostatique qui permet d'appliquer une force $\vec{f}_{el,k}$ sur le cylindre k , où $k \in \{1, 2\}$. Une violation du principe d'équivalence se traduit dans ce cas par une différence entre les accélérations $\vec{\Gamma}_{el,k} = \frac{\vec{f}_{el,k}}{m_1^{(k)}}$ appliquées sur les deux cylindres, de masses $m^{(k)}$.

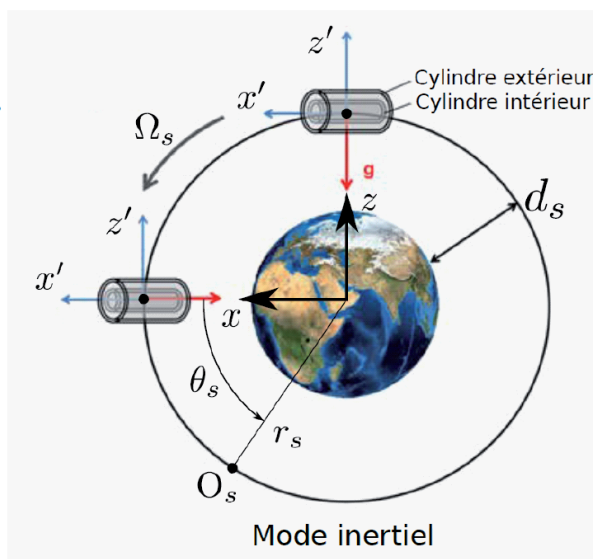


FIGURE 2 – Mode d'opération inertiel du satellite MICROSCOPE

Dans toute cette partie, les mouvements sont étudiés dans le référentiel géocentrique (\mathcal{R}_G) supposé galiléen. On note $\vec{g}(M)$ le champ gravitationnel exercé par la Terre au point M .

2.3.1 Mouvement du satellite

Le satellite MICROSCOPE de masse $m^{(s)}$ a un mouvement circulaire uniforme à l'altitude d_s . Dans les questions 37 et 38 (seulement dans ces questions), on assimile $m_1^{(s)}$ et $m_G^{(s)}$, et on pose $m^{(s)} = m_1^{(s)} = m_G^{(s)}$.

37. Démontrer l'expression de la période T_s de révolution du satellite en fonction des données.

38. Application numérique : calculer T_s , ainsi qu'une estimation du nombre total de révolutions effectuées par MICROSCOPE au cours de sa mission qui s'est déroulée du 25 avril 2016 au 16 octobre 2018.

2.3.2 Estimation de l'accélération différentielle

Dans cette partie, on cherche à exprimer la différence d'accélération $\delta \vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_{el,1} - \vec{\Gamma}_{el,2}$ des deux cylindres en fonction notamment du paramètre d'Eötvos $\mathcal{E}_{1,2}$. Pour cela, on étudie leur mouvement dans (\mathcal{R}_G).

Dans (\mathcal{R}_G), le satellite a une trajectoire circulaire uniforme de rayon r_s (figure 2), de vitesse angulaire Ω_s . On note \vec{u}_y la normale au plan de l'orbite du satellite. On note O_s le centre de masse du satellite, O_k celui de la masse k et O le centre de la Terre. Comme il n'est pas possible de faire coïncider parfaitement les centres O_1 et O_2 des cylindres, on conserve la distinction entre ces deux points. On munit (\mathcal{R}_G) du repère (O, x, y, z) . Le repère (O_s, x', y', z') est en translation circulaire par rapport au repère (O, x, y, z) . La position du satellite est repérée par l'angle que fait le vecteur position \vec{r}_s avec Ox .

La forme des cylindres est choisie afin de minimiser les éventuels couples de force gravitationnelle. Dans tout le problème, on négligera donc les couples de forces appliqués sur les masses de test.

On admet que la force gravitationnelle exercée respectivement sur les masses test et sur le satellite peut s'écrire, compte-tenu de l'échelle du satellite : $\vec{f}_{G,k} = m_G^{(k)} \vec{g}(O_k)$ et $\vec{f}_{G,s} = m_G^{(s)} \vec{g}(O_s)$, grâce à un développement limité du premier ordre.

40. Justifier que la résultante des forces appliquées à la masse test k est :

$$\vec{F}_k = m_G^{(k)} \vec{g}(O_k) + \vec{f}_{el,k}$$

41. Expliquer pourquoi la résultante des forces appliquées au satellite est :

$$\vec{F}_s = m_G^{(s)} \vec{g}(O_s) - \vec{f}_{el,1} - \vec{f}_{el,2}$$

42. En déduire l'expression des accélérations $\frac{d^2 O_s O_k}{dt^2}$.

43. Les forces $\vec{f}_{el,k}$ sont imposées afin d'asservir l'orbite des masses test sur l'orbite du satellite, c'est-à-dire afin d'annuler les accélérations $\frac{d^2 O_s O_k}{dt^2}$. En déduire l'expression approchée suivante de la différence d'accélération :

$$\delta \vec{\Gamma} = \mathcal{E}_{2,1} \vec{g}(O_s) + \vec{g}(O_2) - \vec{g}(O_1)$$

2.3.3 Signal de violation du principe d'équivalence

D'après l'équation établie à la question précédente, la mesure de $\delta \vec{\Gamma}$ permet de révéler une possible violation du principe d'équivalence si les deux cylindres sont parfaitement alignés (alors O_1 et O_2 coïncident). Si les deux cylindres ne sont pas bien alignés, le second terme de l'équation précédente rend $\delta \vec{\Gamma}$ non nul, même lorsque le principe d'équivalence est vérifié.

Pour distinguer ces deux contributions à $\delta \vec{\Gamma}$, ses composantes spectrales sont analysées : on cherche à faire en sorte qu'une violation du principe d'équivalence et qu'un mauvais alignement des cylindres induisent des variations de $\delta \vec{\Gamma}$ à des fréquences différentes. On notera par la suite f_{PE} la fréquence des oscillations de $\delta \vec{\Gamma}$ induites par la violation du principe d'équivalence.

On admet que l'axe le plus sensible de mesure de $\delta \vec{\Gamma}$ est, par construction, l'axe du cylindre, et l'on ne s'intéresse dorénavant qu'à la composante $\delta \Gamma_x$.

On prendra l'origine des temps à l'instant où le satellite est à la position $(x_s = r_s, y_s = 0, z_s = 0)$.

44. Montrer qu'une violation du principe d'équivalence induirait une oscillation de $\delta \Gamma_x$ à la pulsation Ω_s .

45. Exprimer $g_x(O_2) - g_x(O_1)$ en calculant $(\vec{grad} g_x)(O_s)$. À quelle fréquence un mauvais alignement fait-il varier la composante $\delta \Gamma_x$? Commenter.

2.3.4 Analyse des résultats

La figure 3 présente la valeur de $\delta \Gamma$ mesurée à la fréquence f_{PE} , moyennée sur un nombre croissant N d'orbites du satellite autour de la Terre.

46. Pour quel type d'incertitudes s'attend-on à ce que l'amplitude du bruit décroisse en $\frac{1}{\sqrt{N}}$?

47. Justifier que le signal présenté en figure 3 n'est pas dû à une erreur systématique de mesure.

Au sein du satellite MICROSCOPE, deux paires de cylindres ont été embarquées. Une paire de cylindres identiques en platine, et une paire de cylindres différents, l'un en titane, l'autre en platine.

48. Que vaut le paramètre d'Eötvos $\mathcal{E}(Pt, Pt)$ pour la paire de cylindres en platine ?

49. La mission MICROSCOPE annonce les mesures suivantes :

$$\mathcal{E}(Pt, Pt) = [+4 \pm 4(stat.)]10^{-15}$$

$$\mathcal{E}(Pt, Ti) = [-1 \pm 9(stat.) \pm 9(syst.)]10^{-15},$$

où (stat.) indique une erreur statistique et (syst.) une erreur systématique. Le principe d'équivalence est-il invalidé ou validé par les résultats de la mission MICROSCOPE ?

50. Quelle est la précision de ce test du principe d'équivalence ?

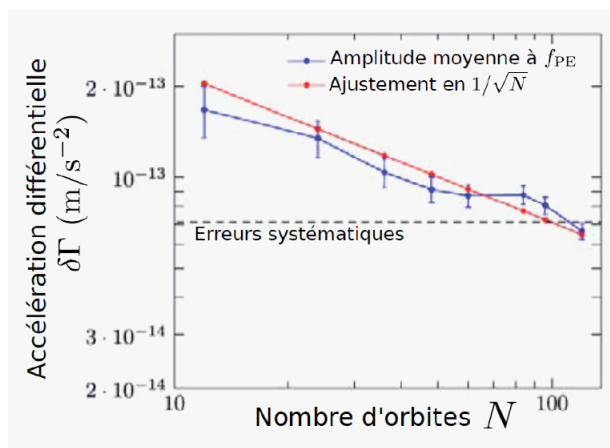


FIGURE 3 – Résultats à la fréquence f_{PE}