Appareil photographique corrigé

1) On utilise la relation de conjugaison de Descartes en posant $L = \overline{AO} > 0$:

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f_1} \iff \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{L}$$

d'où :

$$\overline{OA'} = \frac{f_1\,L}{L - f_1}$$

En considérant que $\overline{OA'}$ est une fonction de L, on peut étudier ses variations en calculant sa dérivée :

$$\frac{d\overline{OA'}}{dL} = \frac{f_1(L - f_1) - f_1 L}{(L - f_1)^2} = \frac{-\,f_1^2}{(L - f_1)^2} < 0$$

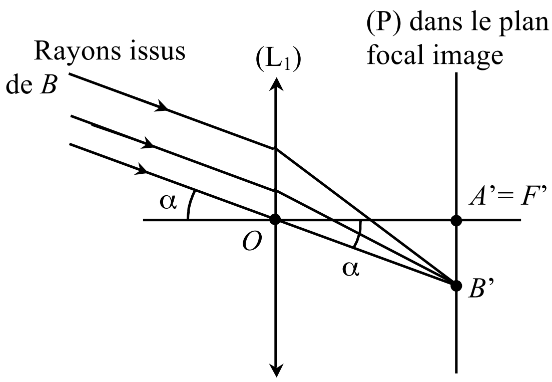
Ainsi, $\overline{OA'} = d$ est une fonction strictement décroissante de L : elle est la plus grande lorsque $L = 1{,}20$ m et elle est la plus petite lorsque $L \to +\infty$, ce qui correspond à $d = f_1$ (dans ce cas l'image A' est au foyer image F' de la lentille mince). On aura donc[1] :

$$d_{\min} = f_1 = 50{,}0 \text{ mm} \quad \text{et} \quad d_{\max} = \frac{50 \text{ x } 1200}{1200 - 50} = 52{,}2 \text{ mm}$$

et donc :

$$\boxed{d \in [\,50{,}0 \text{ mm}\,;\, 52{,}2 \text{ mm}\,]}$$

2) Remarque : dire que l'objet AB est à l'infini signifie seulement que $L >> f_1$. Dans ce cas, les rayons lumineux issus de B sont parallèles entre eux et inclinés d'un angle α par rapport à l'axe optique : après traversée de la lentille, ils convergent vers un point B' situé à l'intersection du plan focal image et du rayon passant par O (ceux issus de A étant parallèles à l'axe optique, ils convergent vers F').



Dans le triangle $OA'B'$:

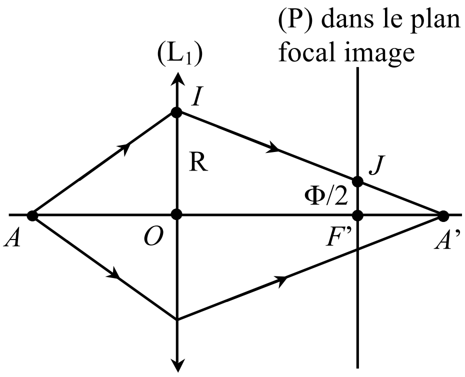
$$\tan\alpha = \frac{A'B'}{f_1} \approx \alpha$$

d'où :

$$\boxed{A'B' = f_1\,\alpha = 1{,}25 \text{ mm}}$$

3) a)

1. Les résultats sont donnés avec 3 chiffres significatifs, conformément à la précision des données de l'énoncé.



Les deux triangles $A'OI$ et $A'F'J$ sont semblables. On peut donc utiliser le théorème de Thales pour trouver :

$$\frac{\Phi/2}{F'A'} = \frac{R}{OA'} \quad \text{d'où} \quad \phi = 2\mathrm{R}\,\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OA'}} = 2\mathrm{R}\,\frac{\overline{OA'} - f_1}{\overline{OA'}}$$

Or, d'après la relation de conjugaison de Descartes (cf. question **1)**) :

$$\overline{OA'} = \frac{f_1\, L}{L - f_1}$$

ce qui conduit au résultat demandé par l'énoncé après substitution et simplification :

$$\boxed{\phi = 2\mathrm{R}\,\frac{f_1}{L}}$$

3) b) On veut :

$$\boxed{\phi < g \quad \text{d'où} \quad L > 2\mathrm{R}\,\frac{f_1}{g} = L_{\min}}$$

3) c) On peut éliminer $2\mathrm{R} = f_1/\sigma$, ce qui donne :

$$L_{\min} = \frac{f_1^2}{\sigma\, g}$$

A.N. : pour $\sigma = 2{,}8$ $L_{\min} = 89$ m et pour $\sigma = 22$ $L_{\min} = 11$ m.

3) d) La profondeur de champ est la zone située dans l'intervalle $[L_{\min}, +\infty]$, qui donne une image acceptable sur la pellicule. Plus $L_{\min}$ est petite, plus la profondeur de champ est importante. On voit donc que plus l'ouverture σ est grande, plus le rayon R du diaphragme est petit et meilleure est la profondeur de champ.

g représente la taille du "grain" (dans un appareil photo avec une pellicule réalisée à partir d'une émulsion) ou encore la taille de la cellule élémentaire photosensible dans le cas d'un appareil numérique. Deux images ponctuelles B et B' formées sur le même "grain" ne seront pas séparées et seront traitées comme un seul point.

4) a) Le schéma de fonctionnement de l'appareil est donné ci-dessous :

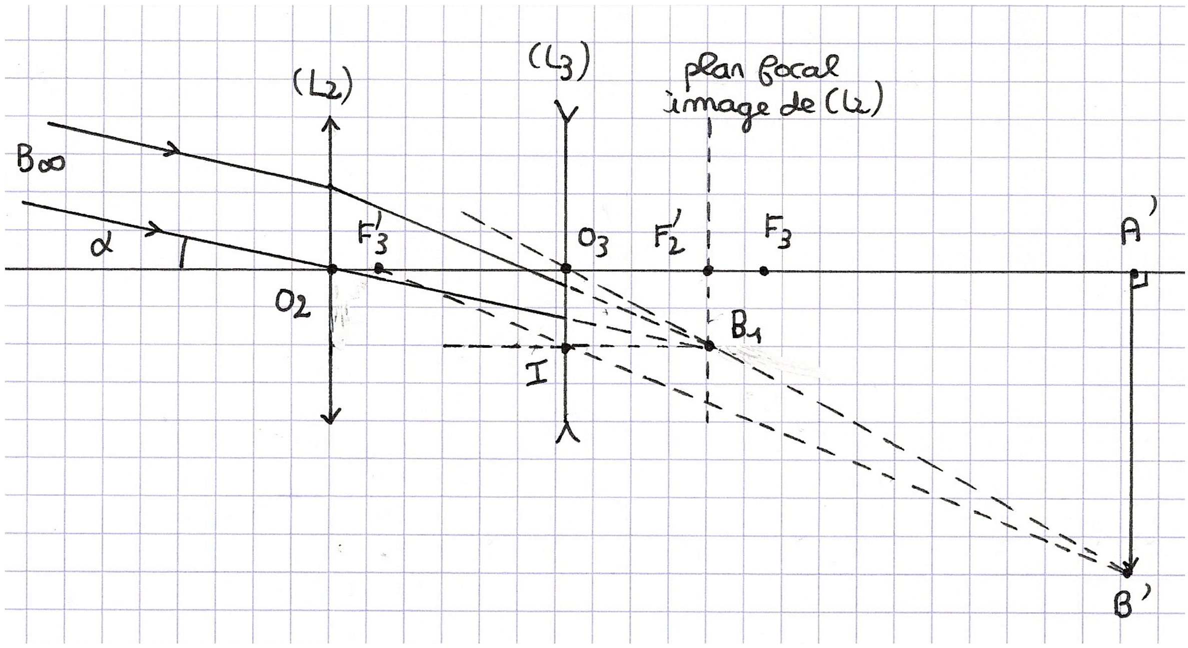
$$A_\infty \xrightarrow{(\mathrm{L}_2)} F_2' \xrightarrow{(\mathrm{L}_3)} A'$$

Un point A_∞ situé à l'infini sur l'axe optique a pour image par (L_2) le foyer image F_2'. Ce point sert d'objet pour (L_3) qui en donne une image A' (où sera placée la pellicule). On écrit la relation de conjugaison de Descartes pour (L_3) :

$$-\frac{1}{\overline{O_3F_2'}}+\frac{1}{\overline{O_3A'}}=\frac{1}{f_3} \quad \text{d'où} \quad \overline{O_3A'}=\frac{f_3\,\overline{O_3F_2'}}{\overline{O_3F_2'}+f_3}$$

et comme : $\overline{O_3F_2'}=\overline{O_3O_2}+\overline{O_2F_2'}=f_2-e$, on obtient [2] :

$$\boxed{\overline{O_3A'}=\frac{f_3\,(f_2-e)}{f_2+f_3-e}\overset{A.N.}{=}76\text{ mm}}$$



La longueur totale de l'appareil est alors :

$$\boxed{L_E=\overline{O_2A'}=\overline{O_2O_3}+\overline{O_3A'}=e+\overline{O_3A'}=107\text{ mm}}$$

4) b) La lentille (L_2) donne de l'objet $A_\infty B_\infty$ une image A_1B_1 située dans son plan focal image ($A_1=F_2'$) et dont la taille se calcule de la même manière qu'à la question **2)** :

$$A_1B_1=f_2\,\alpha$$

La lentille (L_3) donne de $A_1B_1=F_2'B_1$ une image réelle $A'B'$ dont la taille peut être calculée en utilisant le grandissement :

$$\boxed{A'B'=|\,\gamma_3\,|\,A_1B_1=\left|\frac{\overline{O_3A'}}{\overline{O_3F_2'}}\right|\,f_2\,\alpha=\frac{f_2\,f_3\,\alpha}{f_2+f_3-e}}$$

A.N. : $A'B'=5{,}0$ mm. Cette taille est plus importante que celle trouvée à la question 2, avec une seule lentille de focale $f=50$ mm. L'objet est plus grand sur la pellicule : il semble donc plus proche.

2. Les valeurs numériques sont données avec 2 chiffres significatifs, compte-tenu des données les moins précises de l'énoncé.

4) c) Voir schéma en fin de sujet. La difficulté est de construire l'image de B_1, objet virtuel pour (L_3). Pour cela, on peut utiliser deux rayons particuliers : le rayon O_3B_1 passant par le centre optique O_3 de (L_3) non dévié et le rayon incident sur (L_3) parrallèle à l'axe optique dont le prolongement passe par B_1 (il arrive en I sur la lentille) : il émerge avec un prolongement passant par F'_3, foyer image de (L_3). Les deux rayons émergents se coupent en B', ce qui permet ensuite de construire A'.

Remarque : l'échelle prise est : 1 cm réel = 1 cm dessin, plus pratique. Nous remarquons que l'on retrouve bien $\overline{O_3A'} = 76$ mm, aux erreurs de construction près.

4) d) Avec une lentille unique de distance focale f la taille de l'image sur la pellicule vaut : $A'B' = f\,\alpha$. Si on veut la même taille pour α donné, il faut choisir :

$$\boxed{f = \frac{f_2\,f_3}{f_2 + f_3 - e} \overset{AN}{=} 200 \text{ mm}}$$

Cet appareil serait environ deux fois plus encombrant ($L'_E = 200$ mm) que le téléobjectif.