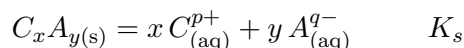


DM n18 : pour le mardi 2 avril 2024

1 Solubilité

Revoir le cours de MPSI (ou le document de cours sur le site MP1) sur la dissolution - précipitation d'un composé ionique solide peu soluble.

On rappelle que lorsqu'un composé solide ionique $C_xA_{y(s)}$ peu soluble est introduit dans une solution aqueuse on assiste à l'équilibre de dissolution :



dont la constante d'équilibre K_s est appelé *produit de solubilité* du composé ionique.

- 1) Définir la solubilité s d'un composé solide ionique $C_xA_{y(s)}$ peu soluble.
- 2) a) Calculer la solubilité du fluorure de baryum $BaF_{2(s)}$ dans l'eau pure. On donne $pK_s = 6$ pour $BaF_{2(s)}$.
b) Le fluorure de sodium $NaF_{(s)}$ est un composé ionique totalement soluble dans l'eau : $NaF_{(s)} \rightarrow Na_{(aq)}^+ + F_{(aq)}^-$.

On introduit n_0 moles de $NaF_{(s)}$ dans 200 mL d'eau pure (en négligeant la variation de volume). On y ajoute (toujours sans variation de volume) n moles $BaF_{2(s)}$. Quelle est la valeur de n_0 si la solubilité du fluorure de baryum est $s = 5 \times 10^{-4}$ mol.L⁻¹ ?

- 3) On mélange un volume $V = 10$ mL d'une solution de sulfate de sodium ($2 Na_{(aq)}^+ ; SO_{4(aq)}^{2-}$) à $C = 8,0 \times 10^{-2}$ mol.L⁻¹ et un même volume $V = 10$ mL d'une solution de nitrate d'argent ($Ag_{(aq)}^+ ; NO_{3(aq)}^-$) de concentration $2C = 1,6 \times 10^{-1}$ mol.L⁻¹. On donne : $K_s(Ag_2SO_{4(s)}) = 1,5 \cdot 10^{-5}$ à 25°C.
 - a) Observe-t-on un précipité de chlorure d'argent $Ag_2SO_{4(s)}$?
 - b) Si oui, quelles sont les concentrations des ions à l'équilibre et le nombre de moles de solide formé ?
- 4) Pour $AgCl_{(s)}$: $pK_s = 9,8$ à 25°C.
 - a) À $V_0 = 10$ mL d'une solution de nitrate d'argent ($Ag_{(aq)}^+ ; NO_{3(aq)}^-$) de concentration $C_0 = 0,1$ mol.L⁻¹, on ajoute progressivement une solution de chlorure de potassium ($K_{(aq)}^+ ; Cl_{(aq)}^-$) à la même concentration C_0 . Quel est le volume V_1 de solution à ajouter pour que le précipité apparaisse ?
 - b) On continue à ajouter ($K_{(aq)}^+ ; Cl_{(aq)}^-$). Montrer que le précipité disparaît à partir d'un volume V_2 . Déterminer numériquement ce volume.

2 Interféromètre de Michelson en lame d'air

On étudie un interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue et qui émet une lumière dont le spectre est formé d'une seule raie longueur d'onde centrale $\lambda = 550$ nm.

On observe la figure d'interférence sur un écran situé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente L de distance focale image $f' = 50$ cm et d'axe Oy . L'ensemble est placé dans l'air, dont l'indice est pris égal à 1.

- 1) On observe des anneaux sur l'écran. En déduire l'orientation relative des deux miroirs. Pourquoi faut-il placer l'écran dans le plan focal image de la lentille ?

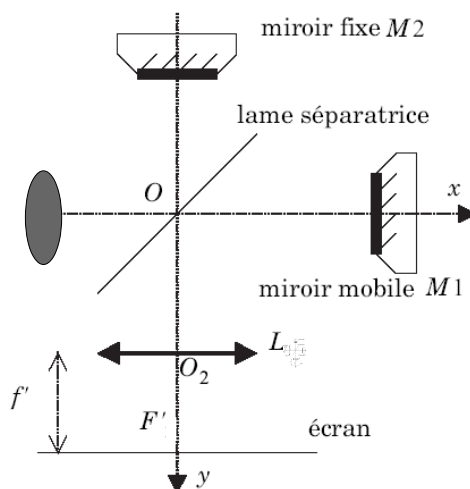


FIGURE 1 –

- 2) On suppose que $|\delta(M)| \ll \ell_c$ et on note e l'épaisseur optique.
- On relève le rayon du 1^{er} anneau sombre à partir du centre de la figure : $r_1 = 1,5$ cm et celui du 9^{ème} anneau sombre : $r_9 = 4,8$ cm. Calculer numériquement e .
 - Quel est le rayon du 2^{ème} anneau sombre ?
 - On constate que l'intervalle entre les anneaux successifs se resserre quand on passe du centre au bord de la figure d'interférences. Expliquer ce phénomène.

3 Expérience de Michelson et Morley - CCINP MP (Facultatif)

Après le succès des théories ondulatoires de Young et de Fresnel, il restait aux physiciens à expliquer la propagation de la lumière. En 1873, Maxwell publie la forme définitive de ses équations de l'électromagnétisme. À l'instar d'une onde mécanique, la lumière est conçue comme la vibration d'un "milieu support" présent partout dans l'univers : l'éther luminifère. Puis en 1905, Einstein fonde la théorie de la relativité restreinte sur le principe de relativité (qui énonce que toutes les lois physiques sont invariantes par changement de référentiel galiléen (ou inertiel)) et sur le postulat de l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide : le caractère absolu du temps est remis en question, la transformation de Galilée est remplacée par celle de Lorentz, l'éther luminifère peut enfin être abandonné. La question de son existence restera cependant une des grandes quêtes de la Physique jusque dans les années 1930.

Point de vue général

On souhaite reprendre les raisonnements historiques à propos de l'éther tenus par les physiciens pré-relativistes. On introduit pour cela le référentiel terrestre noté $(\mathcal{R}_{\text{obs}})$ dans ce problème et on considère l'éther comme un fluide en mouvement à la vitesse \vec{w} dans $(\mathcal{R}_{\text{obs}})$. La lumière, qui est une vibration de l'éther, se propage dans celui-ci de manière isotrope : quelle que soit sa direction, le vecteur vitesse de propagation de la lumière dans un référentiel ou l'éther est immobile est noté \vec{c} , a pour norme $c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (valeur qui sera arrondie à $3\cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour les applications numériques).

Consigne : en nous plaçant à l'époque des physiciens pré-relativistes, nous utiliserons la transformation galiléenne des vitesses et ferons comme si nous ne savions pas que c est une constante

universelle de la Physique.

Partie I - L'expérience "MM" : Michelson et Morley (1887)

Le schéma de principe du dispositif que Michelson et Morley utilisèrent en 1887 est représenté en figure 1. Il s'agit d'un interféromètre de Michelson réglé au contact optique, L étant la longueur commune des bras de l'interféromètre : $L = OH_1 = OH_2$. L'ensemble Séparatrice-Compensatrice est modélisé comme une lame semi-réfléchissante d'épaisseur nulle, placée à 45° du faisceau incident et n'introduisant aucun déphasage supplémentaire sur les trajets lumineux. Les deux faisceaux lumineux obtenus après division d'amplitude suivent des trajets selon les axes Ox et Oy perpendiculaires. On observe les franges d'interférences à l'aide d'un oculaire micrométrique placé à la sortie de l'appareil. À l'entrée de l'interféromètre, un filtre interférentiel isole la raie H_α du rayonnement solaire. On note ν la fréquence de la lumière monochromatique ainsi obtenue. Le référentiel d'observation (\mathcal{R}_{obs}) est ici le référentiel terrestre dans lequel les miroirs M_1 et M_2 sont immobiles. L'air est assimilé au vide et nous considérerons qu'il n'a aucune influence sur la propagation. En revanche, l'ensemble du dispositif baigne dans l'éther en mouvement à la vitesse $\vec{w} = w \vec{e}_x$ uniforme avec $w > 0$ (mouvement appelé "vent d'éther").

Configuration α : l'interféromètre est positionné de telle sorte que le trajet lumineux sur le bras n° 1 soit colinéaire au vent d'éther. Le bras n° 2 est perpendiculaire à cette direction.

Configuration β : on fait subir à l'ensemble $S = \{\text{Source, interféromètre, observateur}\}$ une rotation de 90° autour de l'axe Oz dans le sens horaire, de telle sorte que ce soit le bras n° 2 qui devienne colinéaire au vent d'éther.

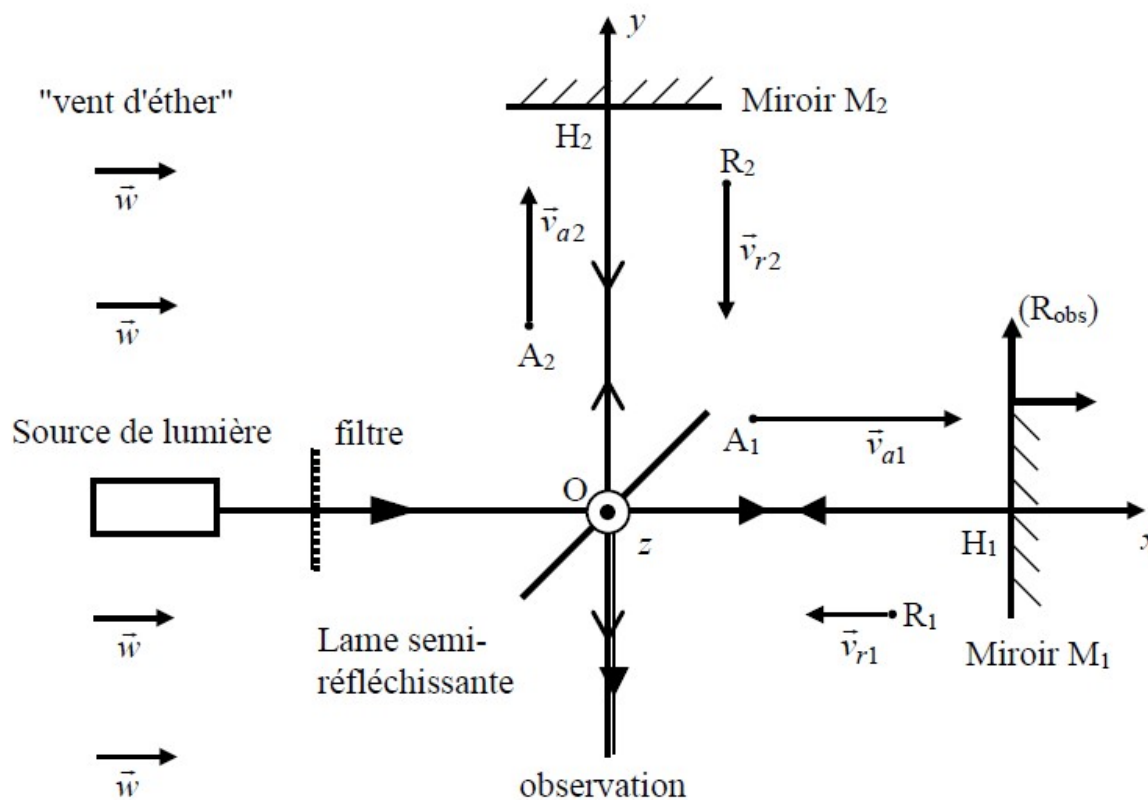


Figure 1-Schéma de l'interféromètre de Michelson dans la configuration α

L'interféromètre est dans la configuration α (figure 1). Un rayon lumineux incident sur l'axe Ox est divisé en deux rayons par la lame séparatrice qui font respectivement un aller-retour sur Ox et sur Oy .

On appelle A_1 , un point quelconque entre O et H_1 sur le trajet lumineux aller du bras n°1 et R_1 un point sur le trajet retour. On note de même A_2 et R_2 deux points entre O et H_2 sur les trajets aller et retour du bras n°2. En utilisant l'indice $i = 1$ ou 2 pour indiquer la voie de l'interféromètre et l'indice $\varepsilon = a$ ou r pour indiquer le sens aller ou retour, on note $\vec{v}_{\varepsilon i}$ la vitesse de la lumière dans (\mathcal{R}_{obs}) et $\vec{c}_{\varepsilon i}$ sa vitesse dans le référentiel lié au vent d'éther.

Par souci de lisibilité les quatre points A_1, A_2, R_1 et R_2 et les vitesses $\vec{v}_{\varepsilon i}$ ont été représentées hors des trajets des rayons lumineux.

- 1) À l'aide de la loi galiléenne de composition des vitesses, donner la relation entre les vecteurs $\vec{v}_{\varepsilon i}, \vec{v}_{\varepsilon i}$ et \vec{w} aux points aux points A_1, A_2, R_1 et R_2 . Attribuer à chaque expression fournie ci-dessous la norme $v_{\varepsilon i}$ correspondante :

$$c - w ; \sqrt{c^2 - w^2} ; c + w ; \sqrt{c^2 - w^2}$$

- 2) En déduire l'expression du décalage temporel $\tau(\alpha) = \tau_1(\alpha) - \tau_2(\alpha)$ entre les durées de parcours de la lumière arrivant à l'oculaire en suivant la voie 1 et la voie 2 dans la configuration α . Faire un développement limité de $\tau(\alpha)$ à l'ordre 2 en w/c .

En déduire le déphasage entre les deux signaux puis l'ordre d'interférence p_α en fonction de la fréquence ν , L , c et du rapport w/c .

- 3) Avec le moins possible de calculs, donner de même les expressions :
- de la différence $\tau(\beta) = \tau_1(\beta) - \tau_2(\beta)$ des durées de parcours de la lumière arrivant à l'oculaire en suivant la voie 1 (respectivement 2) dans la configuration β ;
 - du développement limité de $\tau(\beta)$ à l'ordre 2 en $\frac{w}{c}$;
 - de l'ordre d'interférence $p(\beta)$ en fonction de ν , L , c et du rapport $\frac{w}{c}$.
- 4) Soit $\Delta p = p(\beta) - p(\alpha)$ la variation de l'ordre d'interférence produite lors du passage de l'interféromètre de la configuration α à la configuration β . Montrer que :

$$\Delta p = 2L \frac{\nu}{c} \left(\frac{w}{c} \right)^2$$

- 5) En faisant l'hypothèse d'un éther immobile dans le référentiel héliocentrique et ne subissant aucun effet d'entraînement par l'atmosphère terrestre, Michelson et Morley compaient observer cette modification avec une vitesse de vent d'éther de norme $w = 30,0 \text{ km.s}^{-1}$ environ.

- a) Retrouver cette valeur numérique à partir des données suivantes :

- Constante universelle de la gravitation : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.kg}^{-2} \cdot \text{m}^2$
- Masse du Soleil : $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- Durée de l'année terrestre : $T_{\text{an}} = 365,25 \text{ jours}$

Une grande longueur des bras de l'interféromètre (obtenue par un rallongement des trajets à l'aide de plusieurs jeux de miroirs) et un oculaire micrométrique avaient été prévus afin d'assurer une détection confortable des modifications attendues de la figure d'interférences. La sensibilité du dispositif était de l'ordre de $\Delta p = 0,01$.

- b) Avec $w = 30,0 \text{ km.s}^{-1}$, $L = 11,2 \text{ m}$ et $\nu = 4,57 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, donner la valeur numérique de la variation Δp de l'ordre d'interférence escomptée par Michelson et Morley.

Aucune variation de l'ordre d'interférence ne fut jamais détectée. Le résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley a révélé la mise en défaut de la transformation de Galilée appliquée à la célérité de la lumière.