1 Mesure d'une viscosité - CCINP

Une bille de masse $m = 230$ g est suspendue à un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 dont l'autre extrémité est suspendue à un plafond. La bille est immergée dans un mélange liquide de glycérine et d'eau dont la viscosité est η, ce qui produit une force de frottement de la forme (loi de Stokes) :

$$\overrightarrow{f} = -6\pi R\eta\overrightarrow{v}$$

où R est le rayon de la bille.

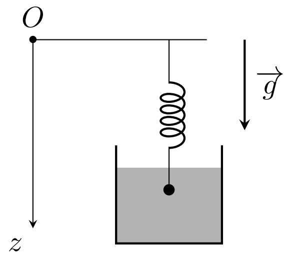


FIGURE 1 –

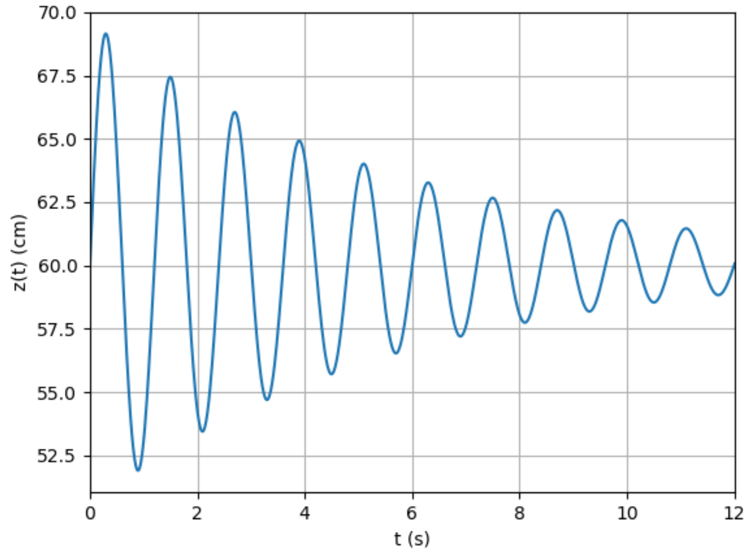


FIGURE 2 –

1. Exprimer la longueur à l'équilibre z_e du ressort.
2. Établir l'équation différentielle du mouvement sous forme réduite avec une pulsation propre ω_0 et un facteur de qualité Q. On observe des oscillations amorties dont l'enregistrement a été réalisé sur la figure ci-contre, avec les conditions initiales $z(0) = z_e$ et $\dot{z}(0) = v_0 > 0$. En déduire l'expression littérale de $z(t)$.
3. a) Quelle est la relation entre T (pseudo-période), T_0 (période propre) et Q ?

   b) On appelle t_1 la date du premier maximum et $t_n > t_1$ celle du $n^{\text{ème}}$. Déterminer la relation entre $z(t_n) - z_e$ et $z(t_1) - z_e$ en fonction de n et de Q.

   c) Déduire de ces données expérimentales la valeur de Q puis la viscosité η du fluide sachant que $R = 1{,}0$ cm.

2 Promenade - CCINP Exercice ouvert

Un homme part se promener en marchant à une vitesse de 2 km.h^{-1}. Une heure après, un autre homme part avec un chien pour le rejoindre, en marchant à une vitesse de 4 km.h^{-1}. Le chien étant agité, il fait des aller-retours entre les deux hommes, à une vitesse de 10 km.h^{-1} jusqu'à ce que les deux hommes se rejoignent. Quelle distance D le chien a-t-il parcouru ?

3 Lentille divergente - CCINP Exercice ouvert

On considère une lentille mince divergente L, de centre optique O et de distance focale image f', dans l'approximation de Gauss. AB est un objet transversal dont A appartient à l'axe optique. On donne:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

1. Existe-t-il un objet réel AB dont l'image l'image est virtuelle, droite et agrandie ?
2. Dans quelle zone de l'espace doit être situé A pour que l'image soit réelle, inversée et agrandie ?

4 Solénoïde épais - Mines / Ponts

On considère un solénoïde constitué d'un milieu conducteur compris entre les rayons R_1 et $R_2 > R_1$, d'axe Oz.

L'intérieur du solénoïde est vide et on considérera que le solénoïde est infini. Dans le milieu conducteur circulent des courants indépendants du temps décrits par la densité volumique de courant $\overrightarrow{j} = j_0 \overrightarrow{u_\theta}$ où j_0 est constant

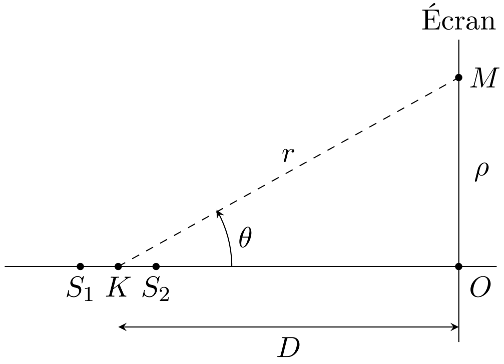
1. Déterminer le champ magnétique créé en tout point de l'espace par ce solénoïde.
2. Donner l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique. En déduire l'énergie magnétique du solénoïde pour une longueur L de ce dernier.
3. Si on suppose que l'espace entre les rayons R_1 et R_2 est en fait un bobinage serré réalisé avec un fil de cuivre de section carrée (l'arête valant a), évaluer la longueur totale du fil utilisé avec les données suivantes :

$$a = 1\,\text{mm} \;\; ; \;\; R_1 = 3\,\text{cm} \;\; ; \;\; R_2 = 5\,\text{cm}; \;\; L = 25\,\text{cm}$$

5 Interférences à deux ondes - Mines / Ponts

On considère un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et éclairé par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ. Les deux voies de l'interféromètre donnent de S deux sources lumineuses fictives S_1 et S_2 cohérentes. On note K le milieu de S_1S_2 (cf. figure).

On observe les interférences sur un écran situé à une distance D de K On donne $S_1S_2 = a$ et $KO = D$.



1. Calculer la différence de marche $\delta(M)$ entre les deux rayons arrivant en M, en fonction de a, et θ et $r = KM$. Dans le cas où $a \ll D$, donner une expression approchée pour $\delta(M)$.
2. Décrire assez précisément ce que l'on peut observer sur l'écran.

   Dans la suite on pose $\rho = OM$.
3. On règle a pour qu'il existe un maximum d'intensité en O. Déterminer la distance ρ_n à laquelle se situe la $n^{\text{ème}}$ frange brillante.

6 L'aspirine : un acide - Centrale

L'aspirine est considérée comme un monoacide AH de base conjuguée A^-. On suppose qu'il est faible. On prépare une solution aqueuse d'aspirine de concentration $c_0 = 5{,}5.10^{-3}$ mol.L^{-1} et on mesure le pH à l'équilibre. On trouve pH = 2,9.

1. Montrer que l'aspirine est bien un acide faible.
2. Déterminer son pK_A.
3. Déterminer le taux de dissociation de l'aspirine à l'équilibre.
4. Montrer que la mesure de la conductivité électrique de la solution peut permettre de mesurer le taux de dissociation α. On utilisera les conductivités molaires $\lambda^0(A^-)$ et $\lambda^0(H_3O^+)$ pour établir l'expression littérale de la conductivité σ de la solution.

7 Réacteur nucléaire - Centrale

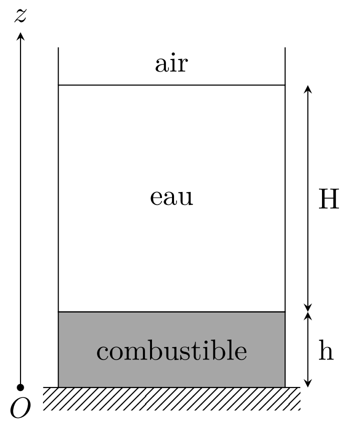
On étudie un réacteur nucléaire modélisé par un cylindre vertical de section S. Le bas du cylindre est constitué du combustible sur une hauteur $h = 1$m. On trouve au-dessus une réserve d'eau liquide de hauteur $H = 10$ m et ensuite de l'air à la pression atmosphérique $P_0 = 1$ bar et à la température $T_0 = 298$ K.

On suppose que le régime est stationnaire et que la température de l'eau et du combustible ne dépendent que de z : $T = T(z)$. Dans le combustible, l'énergie apportée par les réactions nucléaires est modélisée par une puissance volumique p constante. On suppose que le fond du récipient est calorifugé. Enfin, on ne tient pas compte de la conducto-convection.

Données pour l'eau liquide :

Masse molaire $M = 18$ g.mol^{-1} ; masse volumique supposée constante ρ_e ; conductivité thermique $\lambda_e = 0{,}6$ W.m^{-1}.K^1.

Matériau combustible : conductivité thermique $\lambda_c = 28$ W.m^{-1}.K^1.



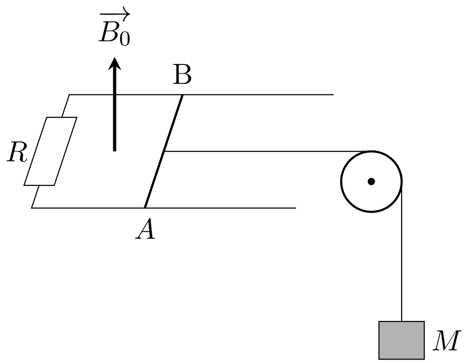
1. La température d'ébullition de l'eau est liée à la pression par la loi :
$$T_{\text{eb}} = a \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + b$$
avec a = 27 K et P la pression de l'eau. Donner la valeur de b. Déterminer l'expression de la température d'ébullition de l'eau $T_{\text{eb}}(z)$ en fonction de z.
2. Déterminer la température $T(z)$ dans le cylindre en fonction de z. Montrer qu'il existe une valeur critique $p_{\max}$ telle que si $p > p_{\max}$ alors l'eau se met à bouillir dans le réacteur nucléaire. Déterminer la valeur de $p_{\max}$.

8 Induction électromagnétique

On considère le dispositif ci-dessous. Une tige AB conductrice est posée sur deux rails conducteurs horizontaux connectés par une résistance R. On néglige la résistance électrique de la tige et des rails devant R. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B_0}$ orthogonal au plan des rails.

Au milieu de la tige AB est attaché un fil inextensible et sans masse, relié à son autre extrémité à une masse M, par l'intermédiaire d'une poulie.

À l'instant $t = 0$, la tige est abandonnée sans vitesse initiale en $x = 0$. On néglige le frottement sur les rails.



1. On suppose la poulie sans masse et sans frottements. Étudier le mouvement de la tige pour $t > 0$ en donnant sont abscisse $x(t)$.

2. Reprendre la question précédente si la poulie possède un moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation (son mouvement se faisant toujours sans aucun frottement).

9 Filtrage - CCINP

On dispose d'un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $Q = 8$ et $f_0 = 200$ Hz.

On lui applique une tension d'entrée périodique $e(t)$ de période T_s, dont la représentation sur l'intervalle de temps $[0, T_s]$ est :

$$e(t) = \begin{cases} 2E_0 t/T_s & \text{si} \quad t \in [0, T_s/2] \\ 2E_0(T_s - t)/T_s & \text{si} \quad t \in [T_s/2, T_s] \end{cases}$$

Sa décomposition en série de Fourier est donnée ci-dessous :

$$e(t) = \frac{E_0}{2} + \frac{8E_0}{\pi^2} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{\cos[\,(2p+1)\omega_s t\,]}{(2p+1)^2}$$

1. Représenter l'allure du signal $e(t)$. Représenter son spectre en amplitude.

2. Quelle est la valeur moyenne de $e(t)$? Quelle est sa valeur efficace E_{eff} ?

3. Déterminer la nature du filtre. Justifier. Quel est le signal de sortie $s(t)$ quand $f_s = f_0$?

4. Représenter le signal de sortie $s(t)$ lorsque $f_s = 2000$ Hz. Quelle est sa valeur moyenne ? Sa valeur efficace ?