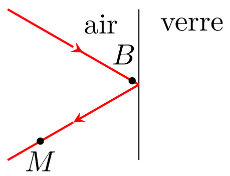
3 Panneaux solaires anti-reflet

Les panneaux solaires les plus performants ont actuellement un rendement de 25%. On cherche à savoir ici quel gain on peut obtenir en utilisant une couche anti-reflet. L'ensemble des cellules photovoltaïques est protégé par une plaque de verre d'indice N =1,50. Les coefficients de réflexion r et transmission t d'un dioptre sont donnés par

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \qquad \textit{et} \qquad t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

1. *On suppose qu'une onde incidente monochromatique, d'éclairement E_0 et de longueur d'onde $\lambda_0 = 600$ nm et de pulsation ω_0 arrive sur la plaque. En considérant $n_{air} = 1$, quelle est la puissance perdue par réflexion sur un panneau ?*



Supposons que la vibration lumineuse incidente soit $\underline{s}_0(t) = A\exp(i\omega t)$ juste à l'entrée de la plaque de verre, en B. L'éclairement associé est donc $E_0 = \dfrac{|\underline{s}_0(t)|^2}{2} = \dfrac{A^2}{2}$. L'onde réfléchie en M s'écrira donc :

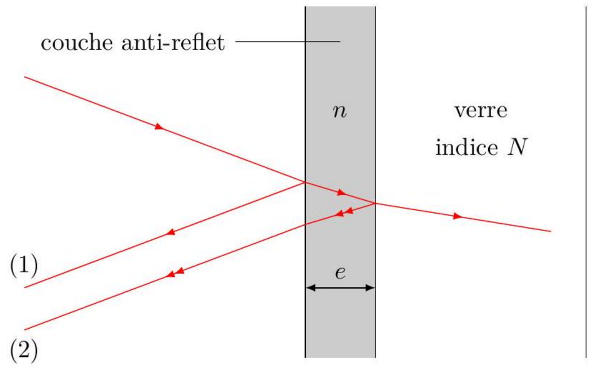
$$\underline{s}_r(M,t) = \frac{1-N}{1+N}\,\underline{s}_0(t-\tau) = \frac{1-N}{1+N}\,A\,e^{i\omega t}\,e^{-i\omega\tau}$$

où τ est le temps de propagation de B en M. L'éclairement (ou intensité) de l'onde réfléchie est alors :

$$\boxed{E_r = \frac{|\underline{s}_r(M,t)|^2}{2} = \left(\frac{1-N}{1+N}\right)^2 E_0 = \ 0{,}04\ E_0}$$

Ainsi, 4% de la puissance incidente est réfléchie (ce qui est peu) et donc 96% de la puissance est transmise à la lame.

Une couche d'épaisseur e d'un milieu transparent d'indice n tel que $1 \leqslant n \leqslant N$ est déposée sur le verre. On ne tiendra compte que des deux premières réflexions sur chacun des dioptres.



2. *Expliquer qualitativement comment un tel dispositif peut réduire la puissance réfléchie.*

   L'œil qui n'accomode pas peut être assimilé à un lentille mince (le cristallin), la surface sensible (rétine) étant placée dans son plan focal image. Ainsi les deux rayons réfléchis (1) et (2) vont venir interférer sur la rétine. Si les interférences sont destructives un tel dispositif peut donc réduire le puissance réfléchie.

3. *On suppose que l'onde incidente arrive en incidence normale. Quels sont les éclairements E_1 et E_2 des ondes réfléchies ? Exprimer la différence de marche δ ; en déduire l'épaisseur minimale de la couche anti-reflets. En utilisant le script Python grâce au script Python* CoucheAntiReflets.py, *déterminer la valeur optimale de n.*

   Nous reprenons les notations de la question 1. Le signal lumineux incident en B juste à l'entrée de la couche anti-reflet d'indice n est $\underline{s}_0(t) = A\,e^{i\omega t}$. On a ensuite :

   - Voie 1 : une réflexion air - couche et temps de propagation jusqu'à lœil τ_1 :

   $$\underline{s}_1(M,t) = \frac{1-n}{1+n}\ s_0(t-\tau_1) = \frac{1-n}{1+n}\ A\,e^{i\omega t}\,e^{-i\omega\tau_1}$$

   d'où :

   $$\boxed{E_1 = \frac{|\underline{s}_1(M,t)|^2}{2} = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2\ \frac{A^2}{2} = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2\ E_0}$$

   - Voie 2 : une transmission air - couche, puis une réflexion couche - lame de verre suivie d'une transmission couche - air. Le temps de propagation jusqu'à lœil est τ_2 :

   $$\underline{s}_2(M,t) = \frac{2}{1+n}\,\frac{n-N}{n+N}\,\frac{2n}{1+n}\ s_0(t-\tau_2) = \frac{2}{1+n}\,\frac{n-N}{n+N}\,\frac{2n}{1+n}\ A\,e^{i\omega t}\,e^{-i\omega\tau_2}$$

   d'où :

   $$\boxed{E_2 = \frac{|\underline{s}_2(M,t)|^2}{2} = \left(\frac{2}{1+n}\right)^2\left(\frac{n-N}{n+N}\right)^2\left(\frac{2n}{1+n}\right)^2\ E_0}$$

   La différence de marche en incidence normale est $\boxed{\delta = 2ne}$ correspondant à un aller retour dans le couche d'indice n.

   L'éclairement en M (où est placé l'œil) est alors donné par la formule de Fresnel (interférence à deux ondes sinusoïdales) :

   $$E_r = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1E_2}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)$$

   Les interférences destructives sont obtenues pour $\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right) = -1$, c'est à dire :

   $$\frac{2\pi\delta}{\lambda_0} = p\,\pi \iff e = \frac{p\lambda_0}{4n},\ p\in\mathbb{N}^*$$

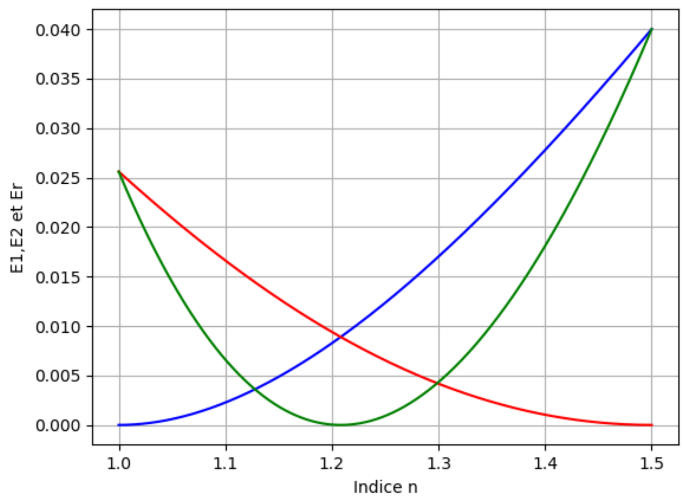
   et la couche anti-reflets la plus mince possible correspond à $p=1$, ce qui donne :

   $$\boxed{e_{\min} = \frac{\lambda_0}{4n}}$$

   Pour cette valeur de e, l'éclairement réfléchi est :

   $$\boxed{E_r = (\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2})^2}$$

Étudions E_r lorsque n varie entre 1 et N grâce au script Python fourni. En y représentant les courbes donnant E_1 et E_2 en fonction de n on constate qu'il existe une valeur de $n \approx 1{,}21$ telle que $E_1 = E_2$, ce qui annulle complètement E_r. La couche anti-reflets fonctionne alors parfaitement et son épaiseur minimale est $e_{\text{min}} = 124$ nm



La lumière du soleil n'est pas monochromatique, on considère alors que la densité spectrale de l'onde incidente est $J_0(\omega)$. Les densités spectrales des ondes réflechies sont alors $J_1(\omega) = \alpha_1 J_0(\omega)$ et $J_2(\omega) = \alpha_2 J_0(\omega)$ où les coefficients α_1 et α_2 dépendent de n et N et ont été calculés à la question 2.

L'éclairement de l'onde totale réfléchie à pour la bande de pulsations comprise entre ω et $\omega + \mathrm{d}\omega$ est :

$$\mathrm{d}E_r = \left[J_1(\omega) + J_2(\omega) + 2\sqrt{J_1(\omega)J_2(\omega)} \cos\left(\frac{\omega\delta}{c}\right) \right] \mathrm{d}\omega \qquad \textit{avec} \qquad \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \leqslant \omega \leqslant \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$$

4. *En supposant $J_0(\omega)$ constante sur tout le spectre, exprimer l'éclairement total E_r de l'onde réfléchie ; étudier le coefficient de réflexion en éclairement $R = E_r/E_0$ grâce au programme Python* CoucheAntiReflets.py. *Quelle doit être l'épaisseur de la couche pour une efficacité maximale ? Quel gain obtient-on par rapport à un panneau solaire dépourvu d'une telle couche ?*

On a :

$$\mathrm{d}E_r = J_0 \left[\alpha_1 + \alpha_2 + 2\sqrt{\alpha_1\alpha_2} \cos\left(\frac{\omega\delta}{c}\right) \right] \mathrm{d}\omega$$

avec :

$$\alpha_1 = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \left(\frac{2}{1+n}\right)^2 \left(\frac{n-N}{n+N}\right)^2 \left(\frac{2n}{1+n}\right)^2$$

Une intégration sur ω conduit à l'expression :

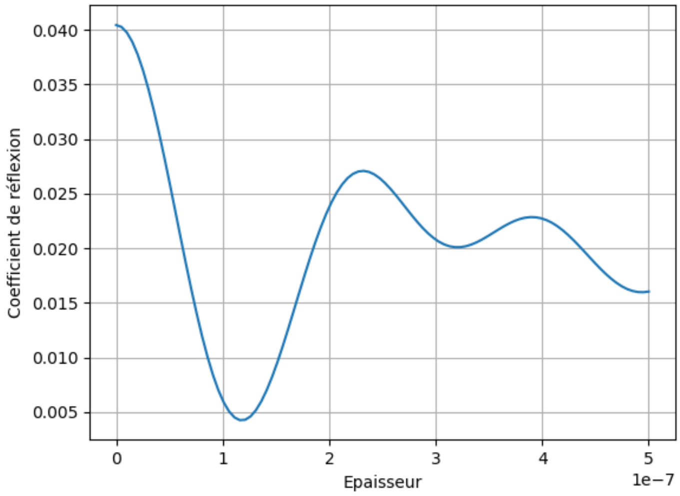
$$E_r = J_0\Delta\omega \left[\alpha_1 + \alpha_2 + 2\sqrt{\alpha_1\alpha_2}\ \mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta\omega\delta}{2c}\right) \cos\left(\frac{\omega_0\delta}{c}\right) \right]$$

où sinc est le sinus cardinal. En remarquant que $E_0 = J_0\Delta\omega$ est l'éclairement incident, on en déduit que :

$$\boxed{R = \alpha_1 + \alpha_2 + 2\sqrt{\alpha_1\alpha_2}\ \mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta\omega\delta}{2c}\right) \cos\left(\frac{\omega_0\delta}{c}\right)}$$

avec $\delta = 2ne$ (on suppose toujours l'incidence normale).

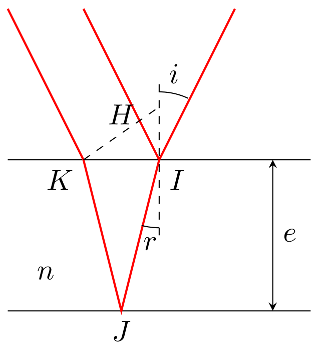
La courbe obtenue grâce au script Python (avec $n = 1{,}21$, valeur optimale obtenue à la question 3.) permet de voir que pour $e = 119$ nm, R est minimal et que $R_{\text{min}} = 4{,}3 \times 10^{-3}$. On a donc gagné un facteur 10 par rapport au coefficient de réflexion en puissance calculé à la question 1.



Toutefois, si on voulait réaliser une étude la plus précise possible, il faudrait faire varier à la fois n et e pour déterminer leur valeur optimale qui réduit R le plus possible.

5. *Comment peut-on définir un coefficient de réflexion $R(i)$ en puissance pour une incidence i quelconque ? Compléter éventuellement le programme Python pour étudier ce coefficient $R(i)$. Que pensez-vous de l'efficacité d'une telle couche pour des angles d'incidence importants ?*

En incidence oblique, il faut recalculer la différence de marche δ.



Soit M le point où est situé l'œil. Le principe du retour inverse et le théorème de Malus impliquent : $(MK) = (MH)$. La différence de marche entre les deux rayons est donc :

$$\delta = n\,IJ + n\,JK - IH \quad \text{avec} \quad IJ = JK = \frac{e}{\cos r} \quad \text{et} \quad IH = KI \sin i = 2e \tan r \, \sin i$$

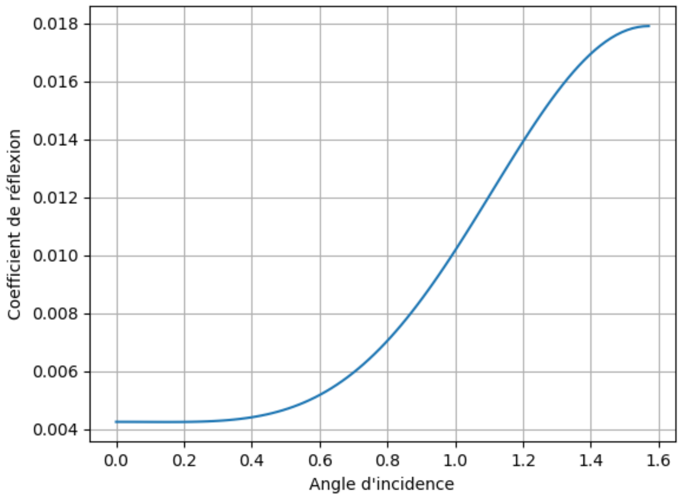
On a donc :

$$\delta = \frac{2e}{\cos r}\,(n - \sin r \, \sin i) = \frac{2ne}{\cos r}\,(1 - \sin^2 r) \quad \text{car} \quad n \sin r = \sin i$$

d'où :

$$\boxed{\delta = 2ne\cos r}$$

On modifie donc la fonction Python qui donne la différence de marche. Par souci de simplicité, on garde la valeur de $n = 1{,}21$ et de $e_{\text{min}} = 119$ nm trouvées aux questions précédentes (en toute rigueur il faudrait aussi faire varier ces deux grandeurs pour trouver exactement les conditions optimales).



On constate que R reste sensiblement constant pour $0 \leqslant i \leqslant 0{,}4$ (ce qui correspond à 23°). Au-delà, R augmente fortement pour atteindre $R = 0{,}018$ lorsque $i \to \pi/2$. Cette dernière valeur est cependant encore égale à la moitié de la valeur obtenue à la question 1. (c'est à dire 0,04).