DM n°4 : pour le vendredi 18 octobre 2024

1 Décomposition du monoxyde d'azote. Partie obligatoire

Donnée : constante des gaz parfaits : $R = 8{,}31$ J.K^{-1}.mol^{-1}

La décomposition à $\theta = 1151$ °C du monoxyde d'azote a lieu suivant la réaction d'équation :

$$2\ NO_{(g)} \longrightarrow N_{2(g)} + O_{2(g)}$$

avec une constante de vitesse k. À volume V constant, on a déterminé la vitesse initiale v_0 de cette réaction pour plusieurs valeurs de la pression partielle initial p_0 en $NO_{(g)}$. Les résultats sont groupés dans le tableau ci-dessous. On indique que 10^5 Pa = 760 mmHg :

p_0 (mmHg)	100	150	200	300	400
v_0 (mol.L^{-1}.min^{-1})	1,4	3,0	5,5	12,5	22,5

1. Donner la relation entre p_0 et la concentration initiale C_0 en monoxyde d'azote.
2. Déterminer l'ordre de la réaction en vous basant sur les valeurs de v_0.
3. Déterminer la valeur numérique de la constante de vitesse k pour la température $\theta = 1151$ °C.

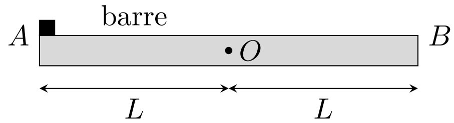
   Plusieurs mesures de k à différentes températures ont donné les résultats du tableau ci-dessous :

θ (°C)	974	1057	1260
k (L.mol^{-1}.min^{-1})	$1{,}23\times10^{-4}$	$5{,}22\times10^{-4}$	$1{,}26\times10^{-3}$

4. Écrire l'équation différentielle donnant l'évolution de la concentration $[NO](t)$. En déduire l'expression de la pression partielle $p(t)$ en NO en fonction de k, p_0, R (constante des gaz parfaits), T (température en K) et du temps t.
5. Calculer le temps de demi-réaction $\tau_{1/2}$. Application numérique à $\theta = 1057$ °C.
6. Donner l'expression de la loi d'Arrhénius et en déduire l'énergie d'activation E_a de cette réaction.

2 Glissement d'une gomme sur une barre en mouvement. Faites ce que vous pouvez.

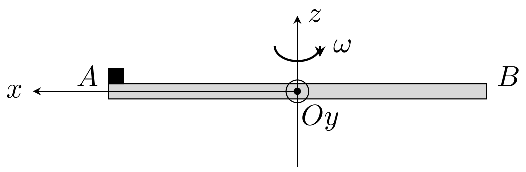
Soit une barre homogène AB, de section carrée, de masse $M = 2{,}0$ kg, de longueur $2L = 1{,}0$ m, de moment d'inertie $J = ML^2/3$ par rapport à tout axe Δ passant par son centre O et orthogonal à la barre. Dans tout le problème, on négligera la longueur de l'arête du carré de la section de la barre devant L.



On pose sur cette barre, à son extrémité A, une petite gomme (en forme de parallélépipède) de masse $m = 10$ g, que l'on supposera ponctuelle. Le contact entre la gomme et la barre est caractérisé par un coefficient de frottement statique $f_s = 0{,}2$. On désire étudier les conditions dans lesquelles la masse m reste posée sur la barre pour divers mouvements de cette barre.

Dans tout le problème on prendra $g = 9{,}81$ m.s^{-2} avec $\overrightarrow{g}$ uniforme et vertical descendant. Le référentiel terrestre ($\mathscr{R}_T$) sera considéré comme étant galiléen.

I. L'axe de rotation de la barre est vertical



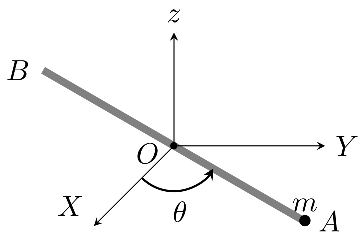
La barre est munie d'un repère d'espace $(Oxyz)$ auquel on associe la base cartésienne $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.

1) Un moteur impose à la barre un mouvement de rotation uniforme autour de (Oz) à la vitesse angulaire ω. Montrer qu'il existe une valeur critique ω_m telle que si $\omega < \omega_m$, la gomme reste posé sans glisser sur la barre.

2) Le moteur est retiré. Le référentiel terrestre étant muni du repère d'espace $(OXYz)$, la barre est astreinte à tourner dans le plan (OXY). Un ressort spirale de raideur $C = 0{,}2$ N.m.rad^{-1}, dont une extrémité est fixe, l'autre étant liée à la barre, exerce sur cette dernière un couple dont le moment s'écrit :

$$\overrightarrow{M_O} = -C\,\theta\,\overrightarrow{e_z}$$

où θ est l'angle entre OX et OA.



On écarte la barre d'un angle $\theta_0 > 0$ par rapport à sa position d'équilibre et on la lâche sans vitesse initiale. La liaison pivot en O est supposée parfaite.

a) En appliquant le théorème du moment cinétique au système { barre + gomme }, exprimer $\theta(t)$ lorsque m reste sans glisser sur la barre. On posera :

$$\Omega = \sqrt{\frac{3C}{(M+3m)L^2}}$$

b) En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la gomme de masse m dans le référentiel de la tige [1], calculer les réactions normale $\overrightarrow{N}$ et tangentielle $\overrightarrow{T}$ exercées par la barre sur m, exprimées dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$, en fonction de paramètres à prendre parmi m, L, θ_0, Ω, g et t.

1. On remarquera que la rotation de la tige n'est pas uniforme

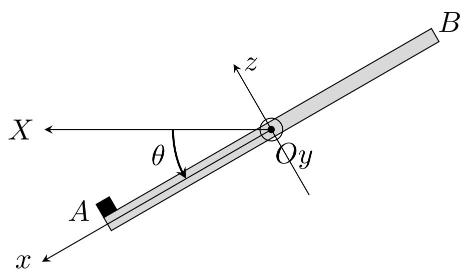
c) (Question dure) On pose $y = \sin^2(\Omega t)$. Étudier $\|\overrightarrow{T}\|$ en fonction de y. En déduire que la masse m reste posée sans glisser sur la barre si :

$$\theta_0 < \begin{cases} \dfrac{f_s g}{L\Omega^2} & \text{lorsque} \quad \dfrac{f_s g}{L\Omega^2} < 1 \\ \sqrt{\dfrac{f_s g}{L\Omega^2}} & \text{lorsque} \quad \dfrac{f_s g}{L\Omega^2} > 1 \end{cases}$$

En déduire la valeur limite de θ_0 au-delà de laquelle m quitte la barre avec les valeurs numériques de l'énoncé.

II. L'axe de rotation de la barre est horizontal

La barre est maintenant en rotation autour de l'axe horizontal Oy fixe dans le référentiel terrestre (la liaison pivot sera encore supposée parfaite), la rotation étant repérée par l'angle θ entre OX et OA, OX étant un axe fixe dans $(\mathscr{R}_T)$.



Un ressort spirale de raideur C est à nouveau attaché à la barre (son autre extrémité étant fixe), exerçant une action dont le moment peut d'écrire :

$$\overrightarrow{M_O} = -C\theta\,\overrightarrow{e_y}$$

1) a) Déterminer l'équation liant θ_{eq}, position d'équilibre du système {barre + gomme} et les données du problème en supposant que la masse m ne glisse pas.

b) En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la gomme seule déterminer les réactions tangentielle $\overrightarrow{T}$ et normale $\overrightarrow{N}$ de la barre sur m, pour cette position d'équilibre.

c) Un ressort spiral de constante $C = 0{,}2$ N.m.rad^{-1} est-il suffisant pour maintenir m sur la barre ?

2) Résolution de problème (dur) : on supprime le ressort et on lâche la barre depuis $\theta = 0$ sans vitesse initiale. Quelle est la valeur θ_m de θ pour laquelle la gomme commence à glisser sur la barre ?