NOM - Prénom :

DS-2bis (Centrale-Mines) - Barème

	👎	👍	👍👍
Connaissance du cours			
Quantité de questions traitées			
Détail/Rigueur de la rédaction			
Soin de la rédaction			
Commentaires pertinents			

Problème 1 : Pendule de Foucault (d'après ENS-PC-2022)

	Problème 1 : Pendule de Foucault (d'après ENS-PC-2022)	élève	prof	max
Q.1	• Def. du poids : $\overrightarrow{P} = \overrightarrow{F}_g + \overrightarrow{F}_{ie}$ • $\vec{F}_g = -\frac{GM_T m}{{R_T}^2}\overrightarrow{e}_z$ • $\vec{F}_{ie} = m\Omega^2 R_t(\cos^2\lambda\overrightarrow{e}_z - \cos\lambda\sin\lambda\overrightarrow{e}_y)$ • $\frac{\Omega^2 {R_t}^3}{GM_t} \simeq 3\times 10^{-3} \ll 1$ • $\alpha \simeq \dfrac{\Omega^2 R_T cos\lambda sin\lambda}{GM_T} = 1,5\times 10^{-3} rad \ll 1$ • schéma = BONUS			3
Q.2	• $\mathcal{R}_{ter} \simeq$ galiléen • // $\overrightarrow{e}_r$: $-m\ell\dot{\alpha}^2 = mg\cos\alpha - T$ • //$\overrightarrow{e}_\alpha$: $m\ell\ddot{\alpha} = -mg\sin\alpha$			1.5
Q.3	• Harmonique si $\alpha \ll 1$ • $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ • $T \simeq 15s$ • BONUS si valeur commentée (assez long normal car grand pendule)			1.5
Q.4	• $\Delta z \simeq \frac{\ell\alpha_{max}^2}{2}$ • $\Delta x \simeq \ell\alpha_{max}$ • $\Delta z \ll \Delta x \Rightarrow$ horizontal			1,5
Q.5	• $\Omega = \frac{2\pi}{T_{sid}} \simeq 7\times 10^{-5} rad.s^{-1} \ll \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$			0.5
Q.6	• $\overrightarrow{e}_3 = \cos\lambda\overrightarrow{e}_y + \sin\lambda\overrightarrow{e}_z$ • composante selon $\overrightarrow{e}_z$ négligée • $\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\Omega}\wedge\vec{v} = 2m\Omega\left[\sin(\lambda)\dot{y}\overrightarrow{e}_x - \sin(\lambda)\dot{x}\overrightarrow{e}_y\right]$ • on pose $\tilde{\Omega} = \Omega\sin(\lambda)$.			2
Q.7	• $\ddot{u} + 2i\tilde{\Omega}\dot{u} + {\omega_0}^2 u = 0$ • $u = A\exp(r_+ t) + B\exp(r_- t)$ • avec $r_\pm = i\left(\pm\sqrt{{\omega_0}^2 + \tilde{\Omega}^2} - \tilde{\Omega}\right)$			1.5
Q.8	• $u = x_0\frac{[r_+\exp(r_- t) - r_-\exp(r_+ t)]}{r_+ - r_-}$			0.5
Q.9	• $\tilde{\Omega} \ll \omega_0 \Rightarrow r_\pm \simeq i\left(\pm\omega_0 - \tilde{\Omega}\right)$ • et $u \simeq x_0\cos(\omega_0 t)\exp(-i\tilde{\Omega}t)$ • $O\vec{M} = x_0\cos(\omega_0 t)\left[\cos(\tilde{\Omega}t)\overrightarrow{e}_x - \sin(\tilde{\Omega}t)\overrightarrow{e}_y\right] = x_0\cos(\omega_0 t)\vec{u}(t)$ • $\vec{u}$ unitaire et tournant à $\tilde{\Omega} \ll \omega_0$ • sens indirect par rapport au vecteur $\overrightarrow{e}_z$ • pendule oscillant à ω_0 en tournant.			3
Q.10	• $\psi = -\tilde{\Omega}T = -2\pi\sin(\lambda)$ • $\psi \simeq -250°$ • oscillations qui bouclent en 24h en $\lambda = 0$ (équateur)			1.5
Q.11	• ℓ grande $\Rightarrow$ vitesse faible $\Rightarrow$ frottements plus faibles • m grande $\Rightarrow$ frottements faibles par rapport au poids • "-" de frottements $\Rightarrow$ oscille longtemps $\Rightarrow$ rotation du plan d'oscillation visible			1.5
Q.12	• impossible de s'orienter trop d'amortissement • orientation uniquement selon λ • Observation longue			1.5
	Total			19.5

	Problème 2 : Programme d'exploration de Mars de la NASA (CCS-PC-2022)	élève	prof	max
Q.1	• $[G] = L^3.M^{-1}.T^{-2}$ et unité en $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$			0.5
Q.2	• TMC avec force centrale $\Rightarrow \overrightarrow{L}_O = \overrightarrow{cste}$			0.5
Q.3	• Mouvement plan d'après produit vectoriel • $C = \frac{L_O}{m}$ constante des aires			1
Q.4	• PFD dans $\mathcal{R}_{hélio}$ galiléen • $v = \sqrt{\frac{GM_s}{R}}$ • $v_T = 2.98 \times 10^4 m.s^{-1}$ • $v_M = 2.42 \times 10^4 m.s^{-1}$			2
Q.5	• $E_m = \frac{-GmM_s}{2R}$			0.5
Q.6	• $v = \frac{2\pi R}{T}$ • $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_s}}$			1
Q.7	• **Doc réponse** : trajectoire elliptique • tangent aux trajectoires Terre/Mars			1
Q.8	• trajectoire elliptique avec $a = \frac{a_M + a_T}{2}$ • et $E_m = \frac{-GmM_s}{a_M + a_T}$ • Au niveau de la Terre $E_m = \frac{mV_T'^2}{2} - \frac{GmM_s}{a_T}$ • or $\frac{GM_s}{a_T} = V_T^2$ d'après Q.4 • $V_T' = V_T\sqrt{\frac{2a_M}{a_T + a_M}}$ • $\Delta V_T = 2.93 \times 10^3 m.s^{-1}$			3
Q.9	• demi-ellipse $\Rightarrow$ demi-période • $\Delta t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_s}}$ • $\Delta t = 2.23 \times 10^7 s = 259 jours$ • BONUS $\Delta t < T_M = 687 jours$			2
Q.10	• pour le vaisseau $\theta_v(t=0) = \theta_T(t=0)$ • $\theta_v(\Delta t) - \theta_v(t=0) = \pi$ • et pour Mars $\theta_M(\Delta t) - \theta_T(t=0) = \pi$ • $\theta_M(\Delta t) - \theta_M(t=0) = \Omega_M \Delta t = \frac{V_M}{a_M}\Delta t$ • $\alpha_0 = \theta_M(t=0) - \theta_T(t=0) = \pi - \Omega_M \Delta t$ • $\alpha_0 = 0.775 rad = 44.4°$			3
Q.11	• le vaisseau parcourt toute l'ellipse • $\Delta t' = T = 518 jours$ • la Terre fait plus d'un tour • $\theta_T(\Delta t') = 360 + 151°$ • le vaisseau rate la Terre			2.5
Q.12	• Terre tourne plus vite $\Rightarrow$ plus que π à parcourir pour la Terre • pendant Δt (idem avant) • $\alpha_1 = \frac{2\pi \Delta t}{T_T}$ • $\alpha_1 = \pi + 1.32 rad = 180 + 75°$			2
Q.13	• Angle entre Mars et la Terre : $\alpha(t) = \alpha_0 + \frac{2\pi}{T_M}t - \frac{2\pi}{T_T}t$ • fin de la mission en t_1 tq $\alpha(t_1) = \alpha_1 + 2n\pi$ • pour $n = -1$, $t_1 = 712 jours$ • durée de la mission sur Mars $\Delta t_M = t_1 - \Delta t = 453 jours$ • durée totale de la mission sur Mars $\Delta t_{tot} = t_1 + \Delta t = 970 jours$ • période d'attente $\Delta t_{attente} = \frac{2\pi}{\omega_T - \omega_M} = 779 jours$			3
Q.14	• **Doc réponse** : angle de $\frac{3\pi}{4} rad$			0.5
Q.15	• comme $\Delta\overrightarrow{V_T'}$ colinéaire à $\overrightarrow{V}_T, \overrightarrow{V_v} \perp$ axe Soleil-Terre • alors $\dot{r} = 0$ et $r_P = a_T$.			1
Q.16	•**Doc réponse** : tracé de l'ellipse • $r(\theta = 0) = r_P = a_T = \frac{p}{1+e}$ • $r(\theta = \frac{3\pi}{4}) = a_M = \frac{p}{1 - e/\sqrt{2}}$ • $e = 0.251$ • aphélie en $\theta = \pi$ • $r_A = \frac{p}{1-e}$ • $r_A = 1.67 a_T$			3.5
Q.17	• $2a = r_P + r_A = a_T\left(\frac{2}{1-e}\right)$ • $E_m = -G\frac{mM_s}{2a}$ • $E_m = -mV_T^2\frac{(1-e)}{2}$ • BONUS : $E_m < 0$ car lié			2
Q.18	• En $r = r_P = a_T$, $E_m = \frac{1}{2}mV_T''^2 - \frac{GmM_s}{a_T}$ • $V_T'' = V_T\sqrt{1+e}$ • $V_T'' = 3.34 \times 10^4 m.s^{-1}$ • BONUS : $V_T'' > V_T$ car plus grande dépense énergétique			2
Q.19	• $\Delta V_T'' = 3.53 \times 10^3 m.s^{-1} > 0$			0.5
Q.20	• $C = \frac{L_O}{m} = a_T V_T''$			0.5
Q.21	• $dt = \frac{r^2 d\theta}{C}$ • $\Delta t' = \frac{1}{C}\int_0^{3\pi/4} = r^2 d\theta$ • $\Delta t' = \frac{a_T(1+e)^2}{V_T''} \times 2.15$ • $\Delta t' = 1.51 \times 10^7 s = 175 jours$ • transfert raccourci de $259 - 175 = 84 jours$			2.5
	Total			34.5

	Problème 3 : Expérimenter avec un rouleau de scotch (d'après CCS-MP-2017)	élève	prof	max
Q.1	• $\mathcal{R}_{support}$ galiléen car translation rectiligne uniforme / $\mathcal{R}_{ter}$ galiléen			0.5
Q.2	• $\ell(t) = x_I(t) - x_L(t)$ • $\ell(t) = V_P t + \ell_0 - x_L(t)$			1
Q.3	• PFD à m dans $\mathcal{R}_{support}$ galiléen • équilibre $\Rightarrow f = -kV_P t$ • non glissement tant que $\\|f\\| < F_P$ • $t < t_0 = \frac{F_P}{kV_P}$			2
Q.4	• $\overrightarrow{f} = -(1-\epsilon)F_P \overrightarrow{u}_x$ • $\ddot{x_L} + {\omega_0}^2\, x_L = {\omega_0}^2\, V_p\, t - (1-\varepsilon)\,\frac{F_p}{m}$ • $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$			1.5
Q.5	• $C_3 = \frac{\varepsilon F_p}{k}$ • $C_1 = -C_3$ • $C_2 = -\frac{V_P}{\omega_0}$			1.5
Q.6.a)	• En $t' = 0$, c'est à dire $t = t_0$ • $\ell(0) - \ell_0 = \frac{F_P}{k}$ • $\ell(0) - \ell_0 = 1mmm$ • $v_L(0) = 0$ • **Doc réponse** : placement du point A • orientation • justification • BONUS : placement du point B			3.5
Q.6.b)	• **Doc réponse A** : "stick" entre C et A • $t'_1 \simeq \frac{3\pi}{2\omega_0}$ • $t'_2 \simeq \frac{2.25\pi}{\omega_0}$ • **Doc réponse B** : pas de "stick" car $C = A$			2
Q.6.c)	• **Doc réponse A** : "stick" correspond à $x = cste$ et $v_L = 0$ • ajout trait temporel • ajout trait portrait de phase			1.5
	Total			13.5

		élève	prof	max
	TOTAL			67.5