NOM - Prénom :

MP1 - DS3bis (Centrale - Mines) - Barème

	👎	👍	👍👍
Connaissance du cours			
Quantité de questions traitées			
Détail/Rigueur de la rédaction			
Utilisation appropriée de schémas			
Soin de la rédaction			
Commentaires pertinents			

	Physique 1 : Structure interne de la Terre (d'après CCS-PSI-2024)	élève	prof	max
Q.16	• Analogies entre les forces, m et q, $\overrightarrow{\mathcal{G}}$ et $\overrightarrow{E}$, $-G$ et $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ • $\iint \overrightarrow{\mathcal{G}} \cdot \overrightarrow{dS} = -4\pi G M_{int}$			1
Q.17	• Schéma avec vect. de base en sphériques et surf. de Gauss Σ_{Gauss} sphérique • Distrib. de masse à sym. sph. (ou invariances et symétries) $\Rightarrow \overrightarrow{\mathcal{G}} = \mathcal{G}(r)\overrightarrow{u}_r$ • $\overrightarrow{\mathcal{G}} = -\frac{4\pi G\mu_0 R_T^3}{3r^2}\overrightarrow{u}_r = -\frac{GM_T}{r^2}\overrightarrow{u}_r$ si $r \geq R_T$ • $\overrightarrow{\mathcal{G}} = -\frac{4\pi G\mu_0 r}{3}\overrightarrow{u}_r = -\frac{GM_T r}{R_T^3}\overrightarrow{u}_r$ si $r \leq R_T$			2
Q.18	• Courbe $\lVert\overrightarrow{\mathcal{G}}(r)\rVert$ linéaire pour $r \leq R_T$ et hyperbolique pour $r \geq R_T$ • BONUS si $\mathcal{G}(r) < 0$ • Axes précisés et $\lVert\overrightarrow{\mathcal{G}}(R_T)\rVert = \frac{GM_T}{R_T^2}$ • BONUS si continuité de $\mathcal{G}(r)$ cohérente car $\nexists$ masse surfacique			$1_{(+1)}$
Q.19	• $\mathcal{G}_0 = \lVert\overrightarrow{\mathcal{G}}(R_T)\rVert = \frac{GM_T}{R_T^2} = 9.814\ m.s^{-2}$ • BONUS si cohérent			$0.5_{(+0.5)}$
Q.20	• $\mathcal{G}_0$ ne dép. que de R_T et M_T (th. de Gauss) $\Rightarrow$ inchangé avec 2^{nd} modèle			0.5
Q.21	• On a toujours une distribution sphérique de masse $\Rightarrow \overrightarrow{\mathcal{G}} = \mathcal{G}(r)\overrightarrow{u}_r$ *Méthode 1 : avec l'équation locale* • Analogue gravitationnelle de Maxwell-Gauss (MG) : $div\overrightarrow{\mathcal{G}} = -4\pi G\mu$ • $div\overrightarrow{\mathcal{G}} = div\left(\mathcal{G}(r)\overrightarrow{u}_r\right) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2\mathcal{G}\right)}{\partial r}$ • D'après Fig. 4 pour $r \leq R_2$: $\mathcal{G}(r) = -\mathcal{G}_0\frac{r}{R_2}$ • $div\overrightarrow{\mathcal{G}} = -\frac{3\mathcal{G}_0}{R_2}$ • (MG) pour $r \leq R_2 \Rightarrow \mu(r \leq R_2) = \mu_0\frac{R_T}{R_2}$ • D'après Fig. 4 pour $R_2 \leq r \leq R_T$: $\mathcal{G}(r) = -\mathcal{G}_0$ • $div\overrightarrow{\mathcal{G}} = -\frac{2\mathcal{G}_0}{r}$ • (MG) pour $R_2 \leq r \leq R_T \Rightarrow \mu(R_2 \leq r \leq R_T) = \frac{M_T}{2\pi R_T^2 r} = \frac{2\mu_0 R_T}{3r}$ • Utilisation de $\mathcal{G}_0 = \frac{GM}{R_T^2}$ • Résultats en fonctions des bonnes variables *Méthode 2 : avec le théorème de Gauss* • Th. de Gauss pour $r \leq R_2$: $4\pi r^2\mathcal{G}(r) = -4\pi G\int_0^r \mu(r')4\pi r'^2 dr'$ • Eq précédente $\Rightarrow$ nécessairement $\mu(r \leq R_2) = cste$ • $\mathcal{G}(R_2) = -\mathcal{G}_0 = -\frac{GM_T}{R_T^2}$ pour déterminer $\mu(r \leq R_2)$ • $\mu(r \leq R_2) = \mu_0\frac{R_T}{R_2}$ • Th. de Gauss pour $R_2 \leq r \leq R_T$: $$4\pi r^2\mathcal{G}(r) = -4\pi G\left[\int_0^{R_2}\mu(R_2)4\pi r'^2 dr' + \int_{R_2}^r \mu(r')4\pi r'^2 dr'\right]$$ • Eq précédente $\Rightarrow$ nécessairement $\mu(R_2 \leq r \leq R_T) \propto \frac{1}{r}$ • Intégration éq. précédente avec $\mu(R_2 \leq r \leq R_T) = \frac{A}{r}$ • Utilisation de $\mathcal{G}(R_2 \leq r \leq R_T) = -\mathcal{G}_0 = -\frac{GM_T}{R_T^2}$ • Identification des termes $\propto r^2$ ou des termes constants • $\mu(R_2 \leq r \leq R_T) = \frac{M_T}{2\pi R_T^2 r} = \frac{2\mu_0 R_T}{3r}$			5.5

	Physique 2 : Structure interne de la Terre (d'après CCS-PSI-2024) (suite)	élève	prof	max
Q.22	• Allure de la courbe • $r = R_2$ et $r = R_T$ spécifiées en abscisse • $\mu(R_2^-) = \mu_0 \frac{R_T}{R_2}$ • $\mu(R_2^+) = \frac{2}{3}\mu_0 \frac{R_T}{R_2}$ • $\mu(R_T^-) = \frac{2}{3}\mu_0$ • On lit sur la Fig. 3 : $\mu(R_2^- \simeq 3500\ km) \simeq 10\ g.cm^{-3}$ • $\mu(R_2^-) = \frac{3M_T}{4\pi R_T^2 R_2} = 10^4\ kg.m^{-3} = 10\ g.cm^{-3}$ • BONUS si $\mu_{noyau} = 10\mu_{eau}$ cohérent • $\mu_{noyau} = cste$ pas tout à fait cohérent avec le modèle PREM • On lit sur la Fig. 3 : $\mu(R_2^+ \simeq 3500\ km) \simeq 5.6\ g.cm^{-3}$ • $\mu(R_2^+) = 6.7\ g.cm^{-3}$ • Valeurs proches mais pas identiques en R_2^+ • On lit sur la Fig. 3 : $\mu(R_T^- \simeq 6350\ km) \simeq 3.4\ g.cm^{-3}$ • $\mu(R_T^-) = 3.7\ g.cm^{-3}$ • Valeurs très proches			7(+0.5)
	Total			17.5

	Physique 2 : Étude d'un microphone électrostatique	élève	prof	max
Q.A.1	• Invariances de $\mathcal{D}_{charges}$ • Symétries de $\mathcal{D}_{charges}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{E}(M) = E(z)\overrightarrow{u}_z$			1
Q.A.2	• (Oxy) plan de symétrie de $\mathcal{D}_{charges}$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{E}(M') = sym\overrightarrow{E}(M) = -\overrightarrow{E}(M)$ • BONUS si schéma avec $\overrightarrow{E}(M)$ et $\overrightarrow{E}(M')$			0.5(+0.5)
Q.A.3	• Surf. de Gauss passant par M sur schéma • Dimensions S et $2z$ de Σ_{Gauss} sur schéma • $d\overrightarrow{S}_{bas} = -\overrightarrow{u}_z$ utilisé avec $\overrightarrow{E}(M') = -\overrightarrow{E}(M)$ • $\Phi(\overrightarrow{E}/\Sigma_{Gauss}) = 2 \times E(z)S$ • $Q_{int} = \sigma S$ • $\overrightarrow{E}(z>0) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\overrightarrow{u}_z = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}\overrightarrow{u}_z$ • $\overrightarrow{E}(z<0) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\overrightarrow{u}_z = -\frac{Q}{2\epsilon_0 S}\overrightarrow{u}_z$ d'après Q.A.2 • BONUS si vérification dimensions et/ou $\overrightarrow{E}$ diverge des $\sigma > 0$			3.5(+0.5)
Q.A.4	• $\overrightarrow{F}_{base \rightarrow membrane} = -Q\overrightarrow{E}_{base} = -\frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}\overrightarrow{u}_z$ • Force attractive • BONUS si cohérent car charges opposées			1(+0.5)
Q.A.5	• $Q = CU \Rightarrow \overrightarrow{F}_{base \rightarrow membrane} = -\frac{C^2U^2}{2\epsilon_0 S}\overrightarrow{u}_z = -\frac{\epsilon_0 S U^2}{2(e+z)^2}\overrightarrow{u}_z$			0.5
Q.C.1	• PFD $\Rightarrow m\ddot{z} = -kz - h\dot{z} - \frac{\varepsilon_0 S}{2}\frac{U(t)^2}{(e+z)^2}$			0.5
Q.C.2	• $m\ddot{\xi} = -k(z_0 + \xi) - h\,\dot{\xi} - \frac{\varepsilon_0 S}{2}\frac{(U_0+u)^2}{(e+z_0+\xi)^2}$			0.5
Q.C.3	• $(U_0 + u)^2 \approx {U_0}^2 + 2U_0\,u$ • $\frac{1}{(e+z_0+\xi)^2} \approx \frac{1}{(e+z_0)^2} - \frac{2\xi}{(e+z_0)^3}$ • Utilisation de l'éq. $-kz_0 - \frac{\varepsilon_0 S}{2}\frac{{U_0}^2}{(e+z_0)^2} = 0$ • Obtention de $m\ddot{\xi} + h\,\dot{\xi} + k'\xi = \alpha u(t)$ • $k' = k - \epsilon_0 S\frac{{U_0}^2}{(e+z_0)^3}$ • $\alpha = -\frac{\epsilon_0 S\,U_0}{(e+z_0)^2}$ • $k' = 980$ N.m^{-1} • BONUS si raideur importante • $\alpha = -5{,}5.10^{-5}$ N.V^{-1} • α très faible $\Rightarrow u(t)$ a peu d'influence et $\xi(t)$ faible			4.5(+0.5)
Q.D.1	• $A(j\omega) = \frac{\alpha}{k' + jh\omega - m\omega^2}$ • Filtre passe-bas du second ordre			1
Q.D.2	• Forme canonique : $A(j\omega) = \frac{H_0}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{k'}{m}}$ • $f_0 = 96\ Hz$			1
Q.D.3	• Si $f \ll f_0$: $A(j\omega) \approx H_0 = \alpha/k'$ et $\xi(t) = \frac{\alpha}{k'}\,u_s\cos(\omega t) = \xi_m\cos(\omega t)$ • Réponse $\xi(t)$ en phase avec l'excitation $u(t)$ • Pour avoir $\xi_m = e/100$, alors $u_s = \frac{k'e}{100\,\alpha} = 5{,}3.10^2$ V			1.5
	Total			15.5

	Problème 3 : À propos de mécanique dans le film "Fast and furious". CCINP MP 2021	élève	prof	max
1)	• Schéma avec $-\overrightarrow{F}$ • Schéma avec $\overrightarrow{R_1}$ et $\overrightarrow{R_2}$ en I_1 et I_2 • Schéma avec $m\vec{g}$ en G			1.5
2)	• TCI : $\overrightarrow{F}+m_0\vec{g}+\overrightarrow{R_0}=m_0\,\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{V}}{\mathrm{d}t}=\vec{0}$ • $N_0-m_0g=0$ et $F-T_0=0$ • Loi de Coulomb : $T_0=f_0N_0=f_0m_0g$ • $F=f_0m_0g$			2
3) a)	• $\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t}=0$ • $P(\overrightarrow{R_1})=P(\overrightarrow{R_2})=0$ • $P_m=\overrightarrow{F}.\overrightarrow{V}$			1.5
3) b)	• $P_m=f_0m_0gV=950$ kW • $P_m=1300$ ch • Ce chiffre est trop élevé et totalement iréaliste.			1.5
4) a)	• $J_\Delta\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=M_\Delta$ • J_δ : moment d'inertie du solide / à l'axe de rotation Δ • ω : vitesse angulaire de rotation • M_Δ projection des moment des forces appliquées au solide sur axe de rotation.			1.5
4) b)	• Roue arrière : $\overrightarrow{R_1}$ en I_1, poids et liaison pivot • Roue avant : $\overrightarrow{R_2}$ en I_2, poids, pivot • Roue avant : $\overrightarrow{\Gamma}=\Gamma\,\overrightarrow{e_y}$			1.5
4) c)	• Roue arrière : $J_1\frac{d\omega_1}{dt}=(-d/2)\overrightarrow{e_z}\wedge(N_1\overrightarrow{e_z}+T_1\overrightarrow{e_x})).\overrightarrow{e_y}=(-d/2)T_1$ • $\omega_1=$ Cste $\Longrightarrow T_1=0$ • Roue avant : $J_2\frac{d\omega_2}{dt}=(-d/2)\overrightarrow{e_z}\wedge(N_2\overrightarrow{e_z}+T_2\overrightarrow{e_x})+\Gamma_m\,\overrightarrow{e_y}).\overrightarrow{e_y}=(-d/2)T_2+\Gamma_m$ • $\omega_2=$ Cste $\Longrightarrow \Gamma_m=T_2\,\frac{d}{2}$ • BONUS Moment du poids = 0 • BONUS Moment des liaisons pivot = 0			3
5) a)	• TCI appliqué à voiture sur $\overrightarrow{e_x}$ • $2m_1\,\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=-F+T_1+T_2=0$ • $F=T_2$			1.5
5) b)	• $\Gamma_m=F\frac{d}{2}=f_0m_0g\frac{d}{2}$ • $\Gamma_m=4500$ N.m			1
6) a)	• C'est une action intérieure au système étudié			0.5
6) b)	• TCI Appliqué à voiture sur $\overrightarrow{e_z}\Longrightarrow N_1+N_2=2m_1g=mg$ • $N_1-N_2=T_2h/b=f_0m_0gh/b$ • $N_1=\frac{mg}{2}+\frac{f_0m_0gh}{2b}$ • $N_2=\frac{mg}{2}-\frac{f_0m_0gh}{2b}$			2
7) a)	• C'est la roue avant • BONUS Roue arrière ne glisse jamais ($T_1=0$)			1
7) b)	• $T_2<f_sN_2=f_s\left(\frac{mg}{2}-\frac{f_0m_0gh}{2b}\right)$ • $T_2=F=f_0m_0g$ • donc $m_0<m\,\frac{f_s}{2f_0\left(1+f_s\frac{h}{2b}\right)}=m_{0,\max}$			1.5
7) c)	• $m_{0,\max}=3{,}2.10^3$ kg = 3,2 tonnes • Ordre de grandeur réaliste • BONUS La roue avant ne glisse probablement pas			1.5
8) a)	• $T_2=0$ • $T_1=\Gamma_m\frac{d}{2}$ • TCI à voiture conduit à $T_1=F=f_0m_0g$			1.5
8) b)	• La roue arrière risque de glisser • BONUS Roue avant ne glisse jamais			1
8) c)	• Même calcul qu'en 7) b) : $m_0'<m\,\frac{f_s}{2f_0\left(1-f_s\frac{h}{2b}\right)}=m_{0,\max}'$ • BONUS $m_{0,\max}'>m_{0,\max}$: meilleure adhérence avec traction arrière			1
8) d)	• $m_{0,\max}'=4{,}6.10^3$ kg = 4,6 tonnes • Adhérence améliorée mais Γ_m inchangé			1
	Total			26

TOTAL			59