

1. Toute l'électrostatique (théorème de Gauss, équations locales et gravitation) en cours et exercices selon programme de colles précédent.
2. Révision MPSI : mouvement d'une particule dans  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ .
3. Ajouter en cours et exercices :

## DISTRIBUTIONS DE COURANT ET MAGNÉTOSTATIQUE

### I. Vecteur densité de courant

- Matériaux conducteurs et isolants. Porteurs de charges mobiles (P.C.M.)
- Vitesse de dérive  $\vec{v}_\alpha(M, t)$  pour des PCM d'un type donné (numéroté par un entier  $\alpha$ ). Vecteur densité de courant volumique  $\vec{j}(M, t)$ .
- Intensité électrique  $i_S(t)$  traversant une surface  $S$  orientée :

$$i_S(t) = \Phi(\vec{j}/S) = \iint_S \vec{j}(M, t) \cdot \overrightarrow{dS_M} \quad (\text{relation admise})$$

- Relation entre le signe de  $i_S$  et le sens de déplacement des P.C.M.

### II. Équation de conservation de la charge électrique

- Conservation de la charge électrique. Formulation par une équation intégrale et par une équation locale :

$$\frac{dQ_{\text{int}}}{dt} = - \iint_{S_F} \vec{j}(M, t) \cdot \overrightarrow{dS_M} \quad \text{et} \quad \text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

- Cas particulier du régime stationnaire (permanent) :  $\text{div} \vec{j} = 0$ .  $\vec{j}$  est un champ vectoriel à flux conservatif.

- Conséquences : intensité à travers une courbe fermée orientée, conservation de l'intensité le long d'un tube de courant, cas particulier d'un fil électrique sans bifurcation, loi des nœuds.
- Modélisation usuelle de  $\vec{j}(P)$  dans un fil en régime stationnaire.
- Conducteur ohmique. Conductivité électrique, loi d'Ohm locale. Application : calcul de la résistance électrique d'un bout de fil de longueur  $L$ , en régime stationnaire.

### III. L'interaction magnétique

- Origine. Action d'un courant sur un aimant. Action d'un aimant sur un courant.
- Hypothèse d'Ampère. Définition du champ magnétique par la force de Lorentz. Ordres de grandeur.
- Principe de superposition. Linéarité

### IV. Symétries et théorème d'Ampère

- Plan de symétrie  $\pi_{\text{sym}}$  d'une distribution de courant  $D_{\text{courants}}$  = plan d'antisymétrie de  $\vec{B}$ . Plan d'antisymétrie  $\pi_{\text{antisym}}$  de  $D_{\text{courants}}$  = plan de symétrie de  $\vec{B}$ .
- Exemples d'un cylindre infini parcouru par  $\vec{j}$  uniforme axial et d'une spire circulaire.
- Théorème d'Ampère.
- Applications :
  - Calcul de  $\vec{B}$  produit par un cylindre infini.
  - Champ magnétostatique produit par un solénoïde infini en admettant que  $\vec{B} = \vec{0}$  en dehors du solénoïde.
  - Champ magnétostatique créé par une nappe de courant délimitée par deux plans parallèles.

- Cas particulier de la nappe surfacique d'épaisseur nulle : densité surfacique de courant  $\vec{j}_S$ . Relation de passage de  $\vec{B}$  à la traversée d'une surface parcourue par des courants surfaciques  $\vec{j}_S$ .

## V. Équations locales de la magnétostatique

- Conservation du flux de  $\vec{B}$  : formulations intégral et locale. Équation de Maxwell - Thomson (ou Maxwell - flux) :  $\text{div } \vec{B} = 0$ .
- Formulation locale du théorème d'Ampère. Équation de Maxwell - Ampère de la magnétostatique :  $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ .
- Application au calcul de  $\vec{B}$  par un cylindre infini avec  $\vec{j}$  uniforme et axial et par une nappe de courant délimitée par deux plans parallèles.

## QUESTIONS DE COURS :

1. Expression du vecteur densité de courant  $\vec{j}$  en fonction de la vitesse de dérive des PCM. Lien avec l'intensité électrique  $i_S$ .
2. Démontrer l'équation de conservation de la charge : intégrale puis locale.
3. Montrer qu'en régime stationnaire,  $\vec{j}$  est à flux conservatif. En montrer les conséquences suivantes : intensité électrique conservée le long d'un tube de courant, loi des nœuds.
4. Énoncé du théorème d'Ampère. Application au calcul de  $\vec{B}$  pour un cylindre infini parcouru par  $\vec{j}$  axial et uniforme.
5. Énoncé du théorème d'Ampère. Application au calcul de  $\vec{B}$  pour un solénoïde infini en admettant que  $\vec{B} = \vec{0}$  à l'extérieur.
6. Énoncé du théorème d'Ampère. Application au calcul de  $\vec{B}$  pour une nappe de courant délimitée par deux plans infinis et parcourue par  $\vec{j}$  uniforme.
7. Les équations locales de la magnétostatique. Démonstration de l'équation de Maxwell - Ampère.