DM n°8
Pour le mardi 3 décembre 2024

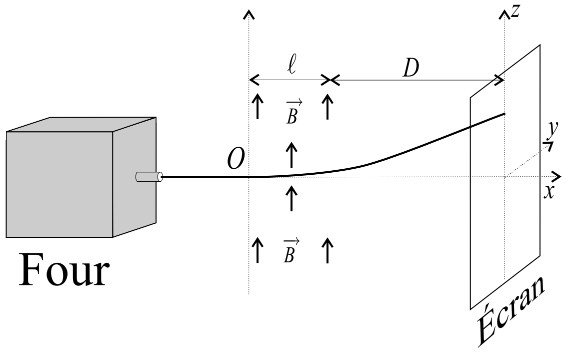
I. L'expérience de Stern et Gerlach

Dans une enceinte, où règne une faible pression, est placé un four contenant du lithium porté à la température T. Le lithium se vaporise et le gaz d'atomes obtenu se comporte comme un gaz parfait monoatomique à la température T. Un ensemble d'ouvertures pratiquées dans le four permet d'obtenir un jet d'atomes de lithium. On suppose que ce jet est monocinétique et donc que les atomes ont tous la même énergie cinétique $E_{co} = \frac{1}{2}m\|\overrightarrow{v_0}\|^2$ où m est la masse d'un atome de lithium et $\overrightarrow{v_0}$ la vitesse moyenne des atomes dans le four. On supposera qu'en sortie du four $\overrightarrow{v_0} = v_0\,\overrightarrow{e_x}$. Le poids des atomes de lithium est négligeable dans toute cette expérience.

On verra dans le cours de physique statistique que $\|\overrightarrow{v_0}\|$ est relié à T par l'équation :

$$\|\overrightarrow{v_0}\| = \sqrt{\frac{3k_B\mathrm{T}}{m}}$$

où $k_B = 1{,}38.10^{-23}$ J.K^{-1} est la constante de Boltzmann.



Données numériques :

Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}
Masse molaire du Lithium : $M = 6{,}9$ g.mol^{-1}

1. On règle la température T de façon à obtenir $E_{co} = 1{,}6.10^{-20}$ J. Calculer la valeur numérique de T.

   En sortie du four, le jet d'atomes de lithium passe dans une région où règne un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B(z)\,\overrightarrow{e_z}$ tel que $B(z) = az$ où a est une constante positive (voir Figure). On admet que cette région est de largeur ℓ et qu'en dehors de celle-ci, le champ magnétique est négligeable. On constate que le jet est dévié et que son impact sur un écran situé à l'abcisse $d = \ell + D$ se situe à une cote z_0 non nulle. Cette déviation est explicable par le fait que les atomes de lithium sont porteurs de moments dipolaires magnétiques $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ constants et que dans la zone où règne le champ magnétique ils sont soumis à une force magnétique dérivant de l'énergie potentielle $E_p = -\overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{B}$.

2. Après avoir exprimé cette force, établir, en fonction de a, $\mathcal{M}_z = \overrightarrow{\mathcal{M}}.\overrightarrow{e_z}$ et E_{co}, la relation entre z et x décrivant la trajectoire d'un atome dans la région où règne le champ magnétique linéaire.

3. Exprimer la cote z_0 en fonction de D, ℓ, E_{co}, a et $\mathcal{M}_z$.
4. On observe en fait sur l'écran deux taches symétriques par rapport à Ox. Que peut-on en déduire ?
5. On choisit $E_{co} = 1{,}6.10^{-20}$ J, a =10 T.m^{-1}, $\ell = 10$ cm, $D = 10$ m et on observe $z_0 = \pm 3$ mm. Calculer la composante $\mathcal{M}_z$ du moment magnétique des atomes de lithium.
6. On admet que le moment magnétique de l'atome de lithium est dû à son unique électron de valence. Celui-ci possède un moment cinétique interne $\overrightarrow{S}$ dit de "rotation propre" et appelé *spin*. À ce spin correspond un moment magnétique :

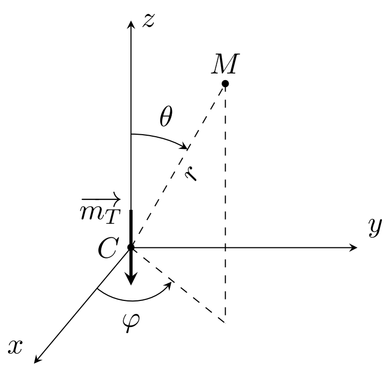
$$\overrightarrow{M} = -\,2{,}000232\,\frac{e}{2m_e}\,\overrightarrow{S}$$

Déterminer les deux valeurs possibles de la composante S_z en posant $S_z = \alpha\,\hbar$: on déterminera les deux valeurs numériques de α.

II. Mesure de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Centrale. Facultatif

Données : rayon terrestre $R_T = 6\ 400$ km ; $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}
Latitude : position en degrés du parallèle du lieu (0° à l'équateur, +90° au pôle Nord).
Longitude : position en degrés du méridien du lieu.

On admet que le champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B}$ est assimilable au champ magnétique d'un dipôle magnétique situé au centre C de la Terre, de moment magnétique $\overrightarrow{m_T} = -\,m_T\,\overrightarrow{e_z}$ ($m_T > 0$).



Le champ magnétique est donné avec une très bonne approximation par :

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{3\,(\overrightarrow{m_T}.\overrightarrow{r}\,)\,\overrightarrow{r} - r^2\,\overrightarrow{m_T}}{r^5}$$

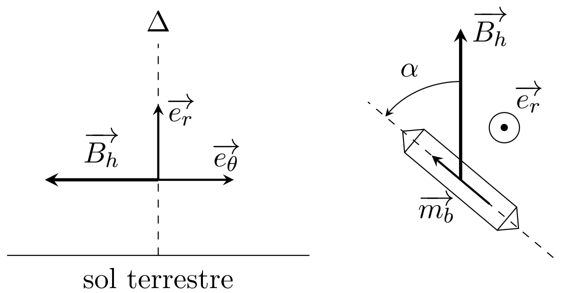
Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées sphériques (r, θ, φ) par rapport à l'axe géomagnétique Cz.

1. Expliciter les composantes de $\overrightarrow{B}$ sur la base locale sphérique $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\varphi})$.
2. On donne les coordonnées GPS de Châtenay-Malabry : latitude N 48,75°, longitude E 2,26°, altitude h = 104 m au-dessus du niveau de la mer. Champ magnétique mesuré : $B = 4{,}7.10^{-5}$ T. En déduire le moment magnétique terrestre m_T.

3. Tracer qualitativement quelques lignes de champ magnétique.

On se propose de déterminer l'intensité de la composante horizontale $B_h = |B_\theta|$ du champ magnétique terrestre en un point M à la surface de la Terre, en mesurant les petites oscillations dans un plan horizontal d'une boussole.

Celle-ci est un petit solide qui peut tourner sans frottement autour de son axe vertical Δ. Elle est assimilable à un dipôle magnétique de moment magnétique $\overrightarrow{m_b}$ (colinéaire à l'axe de l'aiguille de la boussole) et de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation. On note α l'angle entre $\overrightarrow{B_h}$ et $\overrightarrow{m_b}$.



4. Quelle est la position d'équilibre stable de la boussole dans le champ magnétique terrestre ? Justifier la réponse à l'aide d'un raisonnement sur l'énergie potentielle.
5. Établir l'équation différentielle du mouvement de l'aiguille soumise au champ magnétique terrestre.
6. En déduire la période T_0 des petites oscillations de cette aiguille autour de sa position d'équilibre stable, en fonction de B_h, J et de la norme m_b du moment magnétique de la boussole.
7. Les valeurs de m_b et J n'étant pas connues, on utilise le champ magnétique $\overrightarrow{B_e}$ créé par des bobines de Helmoltz pour s'en affranchir. Pour notre expérience, B_e est d'intensité 100 μT et il est orienté dans le même sens que la composante horizontale B_h du champ magnétique terrestre. On relève la période T_1 des oscillations de l'aiguille. On inverse ensuite le sens du courant dans les bobines et on relève la période T_2 des oscillations de l'aiguille. On mesure :
$$\frac{T_1}{T_2} = 0{,}78$$
En déduire la valeur de la composante horizontale B_h du champ magnétique terrestre.