DS-6bis (Centrale-Mines) - Barème

	👎	👍	👍👍
Connaissance du cours			
Quantité de questions traitées			
Détail/Rigueur de la rédaction			
Utilisation appropriée de schémas			
Soin de la rédaction			
Commentaires pertinents			

	CHIMIE - Problème 1 : Production du dihydrogène	élève	prof	max
Q.1	• déf avec formation d'une mole à partir de corps simples dans leur ESR • $\Delta_f H^0(\mathrm{H}_{2(g)}) = 0$ car $H_2(g)$ corps simple dans son ESR à 298K			1
Q.2	• $\Delta_r H^0 = 205.7\ kJ.mol^{-1}$ • BONUS si endothermique • $\Delta_r G^0(298K) = 141.7\ kJ.mol^{-1}$ • $\Delta_r S^0 = 214.8\ J.K^{-1}.mol^{-1}$ • $\Delta_r S^0 > 0$ en lien avec le désordre qui augmente avec la quantité de gaz			2(+0.5)
Q.3	• d'après Le Châtelier • $P \nearrow \Rightarrow \xleftarrow{2}$ • d'après Vant'Hoff • $T \nearrow \Rightarrow \xrightarrow{1}$			2
Q.4	• $\Delta_r G^0(1223K) = -57\ kJ.mol^{-1}$ • $K^0 = 2,73.10^2$ • BONUS si réaction avancée mais pas totale			1(+0.5)
Q.5	• tableau d'avancement • BONUS si colonne total gaz • $\xi = \alpha n_0$ • $x(\mathrm{CH_4}) = \frac{1-\alpha}{2(1+\alpha)}$, $x(\mathrm{H_2}) = \frac{3\alpha}{2(1+\alpha)}$ et $x(\mathrm{CO}) = \frac{\alpha}{2(1+\alpha)}$ • $K^0 = \frac{x(\mathrm{CO})\,x^3(\mathrm{H_2})}{x(\mathrm{CH_4})\,x(\mathrm{H_2O})}\left(\frac{P}{P^0}\right)^2$ • $\Rightarrow \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} = \sqrt{\frac{4K^0}{2700}} = 0{,}636$ • résolution à la calculatrice $\alpha \simeq 0.62$ • BONUS si cohérent avec valeur de K^0			3(+1)
Q.6	• $P(\mathrm{CH_4}) = P(\mathrm{H_2O}) = 1{,}17$ bar, $P(\mathrm{CO}) = 1{,}91$ bar et $P(\mathrm{H_2}) = 5{,}74$ bar			0.5
Q.7	• $Q_2 = \frac{n(\mathrm{CO})\,n(\mathrm{H_2})^3}{n(\mathrm{CH_4})\,[n(\mathrm{H_2O})+\mathrm{d}n]\,[n_g+\mathrm{d}n]^2}\left(\frac{P}{P^0}\right)^2 < Q_1 = K^0(T)$ • $\Delta_r G_2 = RT\ln\left(\frac{Q_2}{K^0(T)}\right) < 0 \Rightarrow \xrightarrow{1}$ • BONUS si conforme avec modération			1(+0.5)
Q.8	• $\Delta_r G_3 = \Delta_r G_3^0(1223K) + RT\ln\left(\frac{P(\mathrm{CO_2})P^0}{P(\mathrm{CO})^2}\right)$ • $\Delta_r G_3 = -2{,}15\ \mathrm{kJ.mol^{-1}}$ • $\Delta_r G_4 = \Delta_r G_4^0(T) + RT\ln\left(\frac{P(\mathrm{H_2})^2}{P(\mathrm{CH_4})P^0}\right) = 9{,}26\ \mathrm{kJ.mol^{-1}}$			1.5
Q.9	• $\Delta_r G_3 < 0 \Rightarrow \xrightarrow{1}$ et le graphite va se déposer • $\Delta_r G_4 > 0 \Rightarrow \xleftarrow{2}$ et le graphite va disparaître			1
	Total			13

	PHYSIQUE - Problème 2 : Ondes de Schumann	élève	prof	max
I.B.1)	• $R_T \gg h$ donc localement plan			0.5
I.B.2)	• Propagation simultanée de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ • Surfaces où onde prend même valeur = plans • Onde avec direction et sens de propagation • monochromatique : 1 seule fréquence			2
I.B.3)	• Les 4 équations de Maxwell • Établissement de l'équation de d'Alembert • Obtention de $k_n = \omega_n/c$			1.5
I.B.4)	• $B_n(x+2\pi R_T, t) = B_n(x,t)$ donc $2\pi R_T = n\lambda$ • $f_1 = 7{,}46$ Hz ; $f_2 = 14{,}9$ Hz ; $f_3 = 22{,}4$ Hz • Valeurs proches de celles mesurées • BONUS si très basses fréquences / ondes EM usuelles			1.5$_{(+0.5)}$
I.B.5)	• $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ donne $\vec{k}\wedge\vec{B} = -\frac{\omega}{c^2}\,\vec{E}$ (ou calcul direct) • $\overrightarrow{E_n^+} = -\,cB_{0n}\cos(\omega t - k_n x)\,\overrightarrow{e_z}$			1
I.B.6)a)	• $\overrightarrow{B_n^-}(x,t) = B_{0n}\cos(\omega t + k_n x)\,\overrightarrow{e_y}$			0.5
I.B.6)b)	• $\overrightarrow{B_n}(x,t) = \overrightarrow{B_n^+}(x,t) + \overrightarrow{B_n^-}(x,t) = 2B_{0n}\cos(\omega_n t)\cos(k_n x)\,\overrightarrow{e_y}$ • $\overrightarrow{E_n^-}(x,t) = cB_{0n}\cos(\omega t + k_n x)\,\overrightarrow{e_z}$ • $\overrightarrow{E_n}(x,t) = \overrightarrow{E_n^+}(x,t) + \overrightarrow{E_n^-}(x,t) = 2cB_{0n}\sin(\omega_n t)\sin(k_n x)\,\overrightarrow{e_y}$ • Onde stationnaire • Polarisée rectilignement			2.5
I.B.7)	• $\overrightarrow{E_2} - \overrightarrow{E_1} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\overrightarrow{n_{12}}$ et $\overrightarrow{B_2} - \overrightarrow{B_1} = \mu_0\overrightarrow{j_s}\wedge\overrightarrow{n_{12}}$ • Ionosphère et Terre conducteurs parfaits : $\vec{E} = \vec{0}$ et $\vec{B} = \vec{0}$ • En $z = 0$: $\overrightarrow{E_n}(z=0) = \frac{\sigma_n(z=0)}{\epsilon_0}\overrightarrow{e_z}$ et $\overrightarrow{B_n}(z=0) = \mu_0\overrightarrow{j_{sn}}(z=0)\wedge\overrightarrow{e_z}$ • En $z = 0$ $\overrightarrow{j_{sn}}(x,t) = -\frac{2B_{0n}}{\mu_0}\cos(\omega_n t)\cos(k_n x)\overrightarrow{e_x}$ • En $z = h$: $\overrightarrow{E_n}(z=h) = -\frac{\sigma_n(z=h)}{\epsilon_0}\overrightarrow{e_z}$ et $\overrightarrow{B_n} = -\mu_0\overrightarrow{j_{sn}}(z=h)\wedge\overrightarrow{e_z}$ • En $z = h$: $\overrightarrow{j_{sn}}(x, z=h, t) = \frac{2B_{0n}}{\mu_0}\cos(\omega_n t)\cos(k_n x)\overrightarrow{e_x}$			3
I.C.1)	• $u_{em} = \frac{\varepsilon_0\Vert\vec{E}\Vert^2}{2} + \frac{\Vert\vec{B}\Vert^2}{2\mu_0}$ • $u_{em} = \frac{4B_{0n}^2\cos^2(\omega_n t)\cos^2(k_n x)}{\mu_0}$ • $\langle u_{em}\rangle = \frac{2B_{0n}^2\cos^2(k_n x)}{\mu_0}$ • $\langle\mathcal{E}_n\rangle = \iiint_{\text{tranche}}\langle u_{em}\rangle\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \implies \langle\mathcal{E}_n\rangle = \frac{B_{0n}^2 bh\lambda_n}{\mu_0}$			2
I.C.2)a)	• $[J_n] = A.\mathrm{m}^{-2}$ et $[j_{sn}] = A.\mathrm{m}^{-1}$ donc δ_{tn} homogène à une longueur			0.5
I.C.2)b)	• $p_J = \frac{\Vert\vec{J}\Vert^2}{\gamma}$			0.5
I.C.2)c)	• $P_{Jtn} = \iiint \frac{4B_{0n}^2}{\mu_0^2\delta_{tn}^2\gamma}\cos^2(\omega_n t)\cos^2(k_n x)\mathrm{d}\tau$ • $P_{jtn} = \frac{4B_{0n}^2}{\mu_0^2\delta_{tn}^2\gamma}\cos^2(\omega_n t)\,\delta_{tn}b\int_0^{\lambda_n}\cos^2(k_n x)\,\mathrm{d}x$ • $P_{jtn} = \frac{2B_{0n}^2}{\mu_0^2\delta_{tn}\gamma}\cos^2(\omega_n t)\lambda_n b$ • $W_{jtn} = \frac{2B_{0n}^2}{\mu_0^2\delta_{tn}\gamma}\lambda_n b\int_0^T\cos^2(\omega_n t)\,\mathrm{d}t = \frac{B_{0n}^2}{\mu_0^2\delta_{tn}\gamma}\lambda_n b\,T = \frac{B_{0n}^2}{\mu_0^2\delta_{tn}\gamma}\frac{\lambda_n\,2\pi b}{\omega_n}$ • $W_{jtn} = \frac{B_{0n}^2\delta_{tn}b\pi\lambda_n}{\mu_0}$			2.5
I.C.2)d)	• $W_{Jin} = \frac{B_{0n}^2\delta_{in}b\pi\lambda_n}{\mu_0}$			0.5
I.C.2)e)	• $W_{Jn} = W_{Jtn} + W_{Jin}$			0.5
I.C.3)	• $Q_n = \dfrac{2h}{\delta_{in} + \delta_{tn}}$ • $Q_1 = 10^3$ • $Q_2 = 1{,}5.10^3$ • Q_1 et Q_2 élevés donc $W_{jn} \ll \langle\mathcal{E}_n\rangle$: méthode perturbative adaptée.			2

Total			22

	PHYSIQUE - Problème 3 : Excitation d'ondes de surface	élève	prof	max
1)	• Les 4 équations de Maxwell			0.5
2)	• PFD appliqué à un e^- : $m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = -e\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v}$			0.5
3)	• $\vec{j} = -en\vec{v}$ • $m\,\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \frac{m}{\tau}\,\vec{j} = ne^2\vec{E}$			1
4)	• Prendre divergence équation précédente • $\mathrm{div}\,\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$ • $\mathrm{div}\,\vec{j} + \partial\rho/\partial t = 0$ • $\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau}\frac{\partial\rho}{\partial t} + \omega_p^2\rho = 0$ • $\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\varepsilon_0}$ • Si $\tau \to +\infty$ $\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2} + \omega_p^2\rho = 0$ OH pulsation propre ω_p			3
5)	Pour Na • $\omega_p = 9{,}18 \times 10^{15}$ rad.s^{-1} • $\hbar\omega_p = 9{,}68 \times 10^{-19}$ J = 6,05 eV • $\lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p} = 205$ nm • Rayonnement ultraviolet Pour Al • $\omega_p = 2{,}40 \times 10^{16}$ rad.s^{-1} • $\hbar\omega_p = 2{,}53 \times 10^{-18}$ J =15,8 eV • $\lambda_p = 78{,}5$ nm • Rayonnement ultraviolet			4
6)	• $\left(m\,(-i\omega) + \frac{m}{\tau}\right)\,\underline{\vec{j}} = ne^2\,\underline{\vec{E}}$ • $\underline{\gamma}(\omega) = \frac{\varepsilon_0\omega_p^2}{-i\omega+1/\tau}$			1
7)	• Maxwell-Ampère et Faraday donnent • $\Delta\underline{\vec{B}} - \mu_0\underline{\gamma}\,\frac{\partial\underline{\vec{B}}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2\underline{\vec{B}}}{\partial t^2} = \vec{0}$ • $\Delta\underline{\vec{B}} = -\underline{k}^2\underline{\vec{B}}$ et $\frac{\partial\underline{\vec{B}}}{\partial t} = -i\omega\underline{\vec{B}}$ • $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + \mu_0\underline{\gamma}\,i\omega$			2
8)	• $\Delta\,\underline{\vec{E}} - \mu_0\varepsilon_0\underline{\varepsilon}_r(\omega)\,\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0} \iff \left(-\underline{k}^2 + \underline{\varepsilon}_r(\omega)\,\frac{\omega^2}{c^2}\right)\,\underline{\vec{E}} = \vec{0}$ • $\underline{\varepsilon}_r(\omega) = 1 - \frac{\underline{\gamma}}{\varepsilon_0\,i\omega}$ • $\underline{\varepsilon}_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2+i\frac{\omega}{\tau}}$			1.5
9)	• $\Delta\,\underline{\vec{E_1}} - \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2\underline{\vec{E_1}}}{\partial t^2} = \vec{0}$ • $\Delta\,\underline{\vec{E_1}} = \frac{\mathrm{d}^2\underline{\vec{\mathscr{E}_1}}(z)}{\mathrm{d}z^2}\,\exp[i(kx-\omega t)] - k^2\,\underline{\vec{\mathscr{E}_1}}(z)\,\exp[i(kx-\omega t)]$ • $\frac{\mathrm{d}^2\underline{\vec{\mathscr{E}_1}}(z)}{\mathrm{d}z^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\,\underline{\vec{\mathscr{E}_1}}(z) = \vec{0}$			1.5
10)	• Solution exponentielle impose $\omega^2 - c^2k^2 < 0$			0.5
11)	• Solution générale $\underline{\vec{\mathscr{E}_1}}(z) = \underline{\vec{\mathscr{E}}}_{m1+}\,\exp(\alpha_1 z) + \underline{\vec{\mathscr{E}}}_{m1-}\,\exp(-\alpha_1 z)$ • $\alpha_1 = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}$ • Pas de divergence $\underline{\vec{\mathscr{E}}}_{m1+} = \vec{0}$			1.5
12)	• $\mathrm{div}\,\underline{\vec{E_1}} = 0$ • $ik\,\mathscr{E}_{1x}(z) + \frac{\mathrm{d}\mathscr{E}_{1z}(z)}{\mathrm{d}z} = 0$ • $\forall\, z > 0,\ ik\,\underline{\mathscr{E}_{1x}}(z) = \alpha_1\,\underline{\mathscr{E}_{1z}}(z)$			1.5
13)	• Espace $z < 0$, $\Delta\,\underline{\vec{E}} - \mu_0\varepsilon_0\underline{\varepsilon}_r(\omega)\,\frac{\partial^2\underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}$ • $\frac{\mathrm{d}^2\underline{\vec{\mathscr{E}_2}}(z)}{\mathrm{d}z^2} + \left(\frac{\omega^2-\omega_p^2}{c^2} - k^2\right)\,\underline{\vec{\mathscr{E}_2}}(z) = \vec{0}$ • Solution exponentielle ssi $\omega^2 - \omega_p^2 - c^2k^2 < 0$ • BONUS Condition question 10 vérifiée ⇒ condition précédente réalisée			1.5$_{(+0.5)}$
14)	• Solution non divergente $\underline{\vec{\mathscr{E}}}_2(z) = \underline{\vec{\mathscr{E}}}_{m2}\,\exp(\alpha_2 z)$ • $\alpha_2 = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2-\omega_p^2}{c^2}}$			1
15)	• divergence nulle $\vec{E} \Rightarrow \forall\, z < 0,\ ik\,\underline{\mathscr{E}_{2x}}(z) = -\,\alpha_2\,\underline{\mathscr{E}_{2z}}(z)$			0.5
16)	• Composante tangentielle $\underline{E}_x$ est continue • Toutes les composantes de $\vec{B}$ sont continues			1

	PHYSIQUE - Problème 3 : Excitation d'ondes de surface	élève	prof	max
17)	• $\frac{\partial \overrightarrow{\underline{B}}}{\partial t} = -\overrightarrow{\nabla} \wedge \overrightarrow{\underline{E}} = \left(ik\,\underline{\mathscr{E}_z}(z) - \frac{\mathrm{d}\underline{\mathscr{E}_x}}{\mathrm{d}z}(z)\right) \exp[i(kx-\omega t)]\,\overrightarrow{e_y}$ • $\overrightarrow{\underline{B}} = -\left(\frac{k}{\omega}\,\underline{\mathscr{E}_z}(z) + \frac{i}{\omega}\,\frac{\mathrm{d}\underline{\mathscr{E}_x}}{\mathrm{d}z}(z)\right) \exp[i(kx-\omega t)]\,\overrightarrow{e_y}$ • Expressions de $\overrightarrow{\underline{B}_1}$ et $\overrightarrow{\underline{B}_2}$ • Continuité de $\vec{B}$ et $\underline{\mathscr{E}_{1x}}(0^+) = \underline{\mathscr{E}_{2x}}(0^-)$ • Obtention de $k^2 = \alpha_1\alpha_2$ • Obtention de $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\,\frac{\omega^2-\omega_p^2}{2\omega^2-\omega_p^2}$ • Nécessité $k^2 > 0$ et $\omega^2 - c^2k^2 < 0$ • $\omega < \omega_p/\sqrt{2}$			4
18)	• Tracé courbe • Nom des axes • Asymptote verticale en $\omega = \omega_p/\sqrt{2}$ • BONUS si tracé $k = \omega/c$ • $k > \omega/c \Rightarrow v_\varphi > c$ • BONUS si v_φ pas de sens physique • BONUS Seule v_g possède sens physique			2(+1.5)
19)	• $\lambda_0 = \dfrac{2\pi c}{\omega}$ et $\lambda_s = \dfrac{2\pi}{k}$ • $\frac{\lambda_s}{\lambda_0} = \frac{\omega}{ck} = \sqrt{\frac{2\omega^2-\omega_p^2}{\omega^2-\omega_p^2}}$ • $\exp(-\alpha_1 d_1) = 1/10$ et $\exp(-\alpha_2 d_2) = 1/10$ • $d_1 = \frac{\ln 10}{\alpha_1} = \frac{\ln 10}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\lambda_s^2}-\frac{1}{\lambda_0^2}}}$ • $d_2 = \frac{\ln 10}{\alpha_2} = \frac{\ln 10}{2\pi\sqrt{\frac{1}{\lambda_s^2}-\frac{1}{\lambda_0^2}+\frac{1}{\lambda_p^2}}}$ avec $\lambda_p = \dfrac{2\pi c}{\omega_p}$			2.5
20)	• Pour Al $\lambda_0 = 785{,}4$ nm • $\lambda_s = 781{,}4$ nm et $\lambda_p = 78{,}5$ nm • $d_1 = 2{,}84\,\mu$m • $d_2 = 29\,$nm • BONUS Ondes sont très localisées au voisinage de la surface			2(+0.5)

Total			33

TOTAL			68