Corrigé du DM n° 14 - Thermodynamique.

J'ai mis en bleu le rapport du jury de concours.

1 CCINP MP 2015

Voici la liste des erreurs générales couramment rencontrées en physique :

— absence d'unités ;

— l'affirmation sans démonstration ;

— des lacunes sur des notions relevant du cours ;

— la méconnaissance de la signification des grandeurs manipulées. Celle-ci est souvent très simple à saisir, à condition que l'on prenne la peine de s'y intéresser.

Partie II.B. Echangeur thermique

L'échangeur thermique est un organe fréquemment utilisé dans les installations thermiques. On le trouve dans des pompes à chaleur, des machines à froid ou certains cumulus d'eau chaude.

Le principe d'un échangeur thermique est de permettre le transfert d'énergie thermique entre deux fluides. Dans l'étude menée ici, ce sont :

— *l'eau glycolée circulant dans le cumulus d'eau chaude d'une part ;*

— *l'eau à usage domestique d'une habitation d'autre part.*

Ces deux liquides, supposés indilatables et incompressibles, sont mis en contact thermique au sein de l'échangeur via des canalisations dans lesquelles ils se déplacent en sens opposé. C'est dans la zone active de l'échangeur, représentée sur les figures 7 et 8 ci-dessous, que s'opère le transfert thermique entre les deux fluides. Hormis sur leur surface commune, les canalisations sont calorifugées.

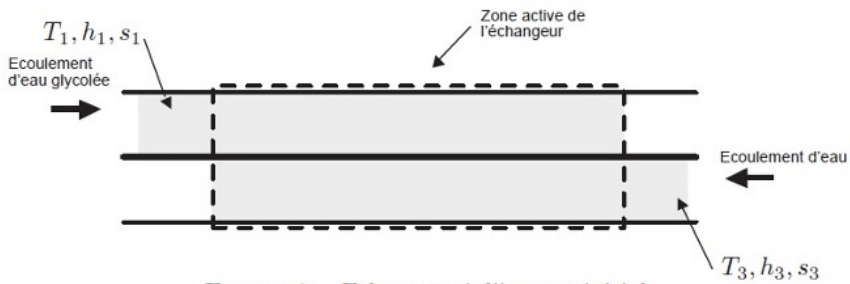

FIGURE 7 – Echangeur à l'instant initial.

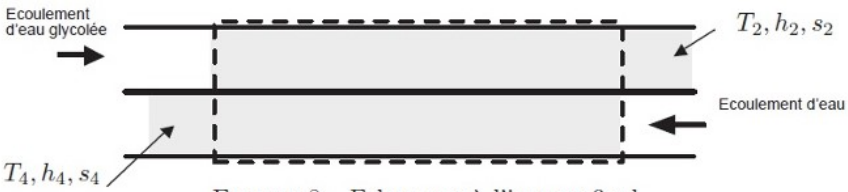

FIGURE 8 – Echangeur à l'instant final.

On note d_e et d_g respectivement le débit massique d'eau et d'eau glycolée. On note également T_i, h_i, s_i respectivement : la température, l'enthalpie massique, l'entropie massique du fluide désigné par $i \in \{1; 2; 3; 4\}$, sachant que :

— *i = 1 fait référence à l'entrée d'eau glycolée dans la zone active.*

— *i = 2 fait référence à la sortie d'eau glycolée de la zone active.*

— *i = 3 fait référence à l'entrée d'eau dans la zone active.*

— *$i = 4$ fait référence à la sortie d'eau de la zone active.*

Les écoulements sont supposés horizontaux et en régime stationnaire. On néglige la variation d'énergie cinétique des fluides lors de leur passage dans l'échangeur.

II.4. Bilan d'enthalpie

On donne l'expression du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement permanent :

$$\sum_{k' \in \text{ Sorties}} d_{k'} h_{k'} - \sum_{k \in \text{ Entrées}} d_k h_k = p_u + p_{th} \qquad (4)$$

où p_u désigne la puissance massique échangée entre le système et les parois mobiles qui le délimitent et p_{th} est la puissance massique échangée entre le système et l'extérieur par transfert thermique.

II.4.a. *Donner la signification physique des termes du membre de gauche de l'égalité (4).*

$d_{k'}$ représente le débit massique du fluide au niveau de la sortie numéro k', tandis que d_k est le débit massique du fluide au niveau de l'entrée numéro k.

$h_{k'}$ représente l'enthalpie massique du fluide au niveau de la sortie numéro k', alors que h_k est l'enthalpie massique du fluide au niveau de l'entrée numéro k.

Donner la signification physique ne veut pas dire "lire" ... Par ailleurs, ce n'est pas parce qu'une grandeur possède la même dimension qu'une puissance (massique) qu'elle en a la signification. Il est attendu des candidats qu'ils maîtrisent le sens d'un bilan.

II.4.b. *On note c_e et c_g respectivement la capacité thermique massique de l'eau et de l'eau glycolée. Déterminer la relation entre : c_g, c_e, d_g, d_e, T_1, T_2, T_3 et T_4. Il est attendu de définir très clairement le système d'étude.*

Le système étudié est le système ouvert contenu à l'intérieur de la zone active représentée en pointillés sur les figures 7 et 8. Il possède 2 entrées, numérotées 1 (eau glycolée) et 3 (eau) ainsi que 2 sorties numérotées 2 (eau glycolée) et 4 (eau).

On remarque que :

$$\boxed{d_2 = d_1 = d_g \quad \text{et} \quad d_3 = d_4 = d_e}$$

L'équation (4) conduit alors à :

$$d_2 h_2 + d_4 h_4 - d_1 h_1 - d_3 h_2 = d_g (h_2 - h_1) + d_e (h_4 - h_3) = p_u + p_{th}$$

Or il n'y a pas de parois (parties) mobiles : $\boxed{p_u = 0}$ et ce système est globalement calorifugé (les transferts thermiques ne peuvent se faire qu'entre les deux parties du système mais pas avec le milieu extérieur) : $\boxed{p_{th} = 0}$.

De plus les variations d'enthalpie massique sont données par :

$$h_2 - h_1 = c_g (T_2 - T_1) \quad \text{et} \quad h_4 - h_3 = c_e (T_4 - T_3)$$

d'où le résultat :

$$\boxed{d_g c_g (T_2 - T_1) + d_e c_e (T_4 - T_3) = 0}$$

Peu de justifications de la nullité de chaque terme du second membre. En outre, afin de justifier l'expression de la variation d'enthalpie (massique) de chaque fluide, les candidats évoquent la 2e loi de Joule. Il s'agit d'un exemple de connaissance de cours dont la portée est ignorée.

II.4.c. *On donne : c_g = 3,29 kJ.kg^{-1}.K^{-1}, c_e = 4,18 kJ.kg^{-1}.K^{-1}, d_g = 10,0 kg.s^{-1}, T_1 = 10,0 °C, T_2 = 15,0 °C, T_3 = 15,0 °C et T_4 = 12,0 °C. Calculer numériquement le débit massique d'eau d_e.*

$$\boxed{d_e = -\, d_g\,\frac{c_g}{c_e}\,\frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3} = -\,10{,}0 \times \frac{3{,}29}{4{,}18} \times \frac{15 - 10}{12 - 15} = 13{,}1\ \text{kg.s}^{-1}}$$

II.5. Bilan d'entropie

II.5.a. *Écrire une relation analogue à (4) traduisant le second principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement permanent et donner la signification physique de chacun des termes intervenant dans cette relation.*

Reportez-vous au cours sur la thermodynamique des fluides en écoulement.

La relation demandée s'écrit :

$$\boxed{\sum_{k' \in \text{ Sorties}} d_{k'} s_{k'} - \sum_{k \in \text{ Entrées}} d_k s_k = \dot{S}_{\text{éch}} + \dot{S}_{\text{créée}} \qquad (4')}$$

où $s_{k'}$ et s_k représentent respectivement les entropies massiques du fluide au niveau de la sortie numéro k' et de l'entrée numéro k, $\dot{S}_{\text{éch}}$ est le taux d'entropie échangée (entropie échangée par unité de temps) et $\dot{S}_{\text{créée}}$ est le taux d'entropie créée (entropie créée par unité de temps).

Comme la machine est calorfugée, on a : $\boxed{\dot{S}_{\text{éch}} = 0}$.

II.5.b. *Déterminer l'expression du taux de création d'entropie par unité de temps dans l'échangeur. Effectuer l'application numérique et indiquer l'origine physique de l'irréversibilité le cas échéant.*

En adaptant la relation (4') au système ouvert étudié, nous obtenons :

$$d_g\,(s_2 - s_1) + d_e\,(s_4 - s_3) = \boxed{d_g c_g \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + d_e c_e \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) = \dot{S}_{\text{créée}}}$$

A.N. : (attention, il faut convertir les températures en K et ne pas les laisser en °C) :

$$\boxed{\dot{S}_{\text{créée}} = 2{,}81\ \text{J.K}^{-1}.s^{-1} > 0}$$

Ce taux d'entropie créée est positif comme il se doit. Comme il est strictement positif, le processus est irréversible. Cela est dû au fait que les échanges thermiques à l'intérieur du système (entre les deux fluides) se font avec des températures différentes entre l'eau glycolée et l'eau.

Questions très peu traitées. Il s'agissait d'exploiter la notion de bilan d'entropie d'un système ouvert.

Donnée : l'entropie d'un corps indilatable et incompressible, de capacité thermique massique c et de température T, est donnée, à une constante additive près, par : $s(T) = c \ln T + cte$.

Partie II.C. Isolation thermique d'une canalisation d'eau

Après avoir transité dans l'échangeur thermique, l'eau alimente le réseau d'une habitation. Afin de limiter les pertes thermiques dans les canalisations, on se propose, dans cette partie, d'étudier quelques solutions d'isolation thermique.

La canalisation est cylindrique, d'axe Oz, de rayon r_i et de longueur $L \gg r_i$. L'eau y circulant est à la température T_i. L'objectif de cette partie est de comparer les pertes latérales de la canalisation sans ou avec un isolant.

On adopte le modèle suivant :

— *seule la conduction thermique radiale, c'est-à-dire dans une direction perpendiculaire à l'axe Oz, est prise en compte. On néglige donc la conduction selon l'axe Oz ;*
— *la température de l'eau dans la canalisation est supposée uniforme. La conduction radiale s'opère donc pour $r \geqslant r_i$ uniquement ;*
— *l'étude est menée en régime stationnaire ;*
— *on néglige l'épaisseur de la paroi de la canalisation.*

Sans isolant (figure 9, page 14), la canalisation est en contact avec l'air intérieur de l'habitation, de température T_0.

II.6. *La densité surfacique de puissance thermique échangée par transfert conducto-convectif au niveau de la surface latérale de la canalisation est donnée par $\overrightarrow{j_Q} = h\,(T_i - T_0)\,\overrightarrow{u_r}$ (loi de Newton), où h est une constante dimensionnée appelée coefficient d'échange et $\overrightarrow{u_r}$ le vecteur unitaire radial de la base cylindrique. Exprimer la puissance thermique P_{th} transférée au niveau de la surface latérale du système.*

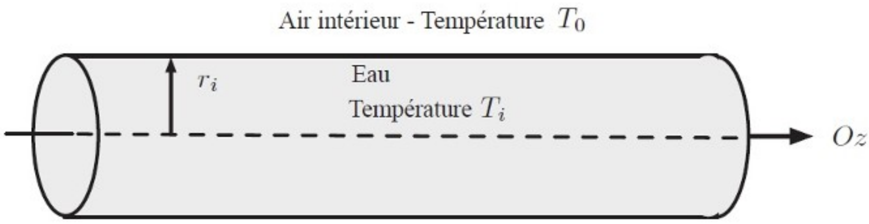

FIGURE 9 – Canalisation sans isolant.

C'est le flux de $\overrightarrow{j_Q}$ à travers la surface latérale du cylindre de rayon r_i et de longueur L. On a donc :

$$\boxed{P_{th} = h(T_i - T_0) \times 2\pi r_i L}$$

Remarque :

On aurait pu écrire P_{th} avec un signe "$-$" devant mais l'énoncé ne donne pas de convention de signe pour calculer cette grandeur. On adaptera éventuellement le signe selon la façon dont seront posées les questions suivantes.

On applique désormais un isolant thermique sur la canalisation précédente. L'isolant possède un rayon intérieur r_i et un rayon extérieur r_e (voir figure 10). En un point situé à une distance r de l'axe Oz et situé à l'intérieur de l'isolant, c'est-à-dire pour $r_i \leqslant r \leqslant r_e$ en repérage cylindrique, la température est notée $T(r)$. On note $T_e = T(r_e)$ et $T_i = T(r_i)$.

Dans la suite, l'échange conducto-convectif au niveau de la surface intérieure de l'isolant n'est pas pris en compte. La température de part et d'autre de la surface intérieure de l'isolant est continue : $T(r_i^-) = T(r_i^+) = T_i$.

II.7. *On suppose que le coefficient d'échange en $r = r_e$ est h. Exprimer la puissance thermique $P_{th,isolant}$ échangée au niveau de la surface latérale extérieure de l'isolant par conduction-convection en fonction de h, T_0, T_e, L et r_e.*

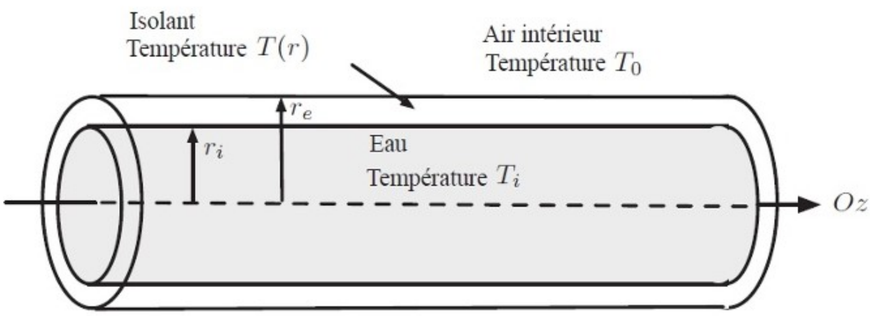

FIGURE 10 – Canalisation avec isolant.

C'est le même raisonnement qu'à la question précédente, avec r_e et T_e à la place de r_i et T_i :

$$\boxed{P_{th,isolant} = h\,(T_e - T_0) \times 2\pi r_e\, L}$$

Les questions II.6. et II.7. ont été bien traitées.

II.8. *On note $P_{cond}(r)$ la puissance thermique associée au phénomène de conduction thermique dans l'isolant, traversant un cylindre de longueur L et de rayon r tel que $r_i \leqslant r \leqslant r_e$. Nous allons établir et exploiter le lien entre $P_{th,isolant}$ et $P_{cond}(r)$.*

II.8.a. *En effectuant un bilan d'énergie interne sur un cylindre de longueur L, de rayons interne r et externe $r + \mathrm{d}r$ tels que $r_i \leqslant r < r + \mathrm{d}r \leqslant r_e$ (avec $\mathrm{d}r \ll r$), montrer qu'en régime stationnaire $P_{cond}(r)$ est indépendante de r, soit : $\dfrac{\mathrm{d}P_{cond}(r)}{\mathrm{d}r} = 0$.*

C'est une question de cours.

Notons δU l'énergie interne de la tranche cylindrique. En introduisant l'énergie interne massique $u(r,t)$ et la masse δm de la tranche, nous avons :

$$\delta U = \delta m\, u(r,t) \quad \text{d'où} \quad \mathrm{d}(\delta U) = \delta m\,(u(r,t+\mathrm{d}t) - u(r,t)) = \delta m\,\frac{\partial u}{\partial t}\,\mathrm{d}t = 0$$

puisqu'en régime permanent u ne dépend pas du temps.

Notation pour les puissances thermiques :

Soit $C(r)$ le cylindre de rayon r et de longueur L. On a :

$$P_{cond}(r) = \iint_{C(r)} \overrightarrow{j_Q}(r).\overrightarrow{u_r}\,\mathrm{d}S$$

la surface étant orientée selon $+\overrightarrow{u_r}$. De la même façon :

$$P_{cond}(r+\mathrm{d}r) = \iint_{C(r+\mathrm{d}r)} \overrightarrow{j_Q}(r+\mathrm{d}r).\overrightarrow{u_r}\,\mathrm{d}S'$$

(avec la même orientation, donc attention au signe dans l'équation qui vient ci-dessous).

On applique le premier principe à la tranche en remarquant que $\delta W = 0$ puisque son volume est constant. On a donc :

$$\mathrm{d}(\delta U) = 0 = P_{cond}(r)\,\mathrm{d}t - P_{cond}(r+\mathrm{d}r)\,\mathrm{d}t = -\,\frac{\mathrm{d}P_{cond}(r)}{\mathrm{d}r}\,\mathrm{d}t$$

d'où :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P_{cond}(r)}{\mathrm{d}r} = 0}$$

Ici aussi, trop peu de démonstrations d'une rigueur irréprochable.

II.8.b. *En déduire que : $P_{cond}(r) = P_{th,isolant}$.*

La question précédente entraîne que $P_{cond}(r) = \text{Cste}$. On utilise ensuite la continuité de la puissance thermique en $r = r_e$: la puissance thermique qui traverse le cylindre de rayon r_e est évacuée par conducto-convection. On a donc :

$$\boxed{P_{cond}(r) = P_{cond}(r_e) \underset{\text{Continuité}}{=} P_{th,isolant}}$$

II.8.c. *Rappeler l'expression de la loi de Fourier relative à la conduction thermique en exprimant le vecteur densité surfacique de flux de conduction thermique $\overrightarrow{j}_{cond}(r) = j_{cond}(r)\,\overrightarrow{u_r}$ en fonction notamment de la conductivité thermique de l'isolant, λ, supposée uniforme. Exprimer ensuite la puissance thermique associé, $P_{cond}(r)$.*

Donnée : en repérage cylindrique : $\overrightarrow{\text{grad}}\, f(r) = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}r}\,\overrightarrow{u_r}$

On a :

$$\boxed{\overrightarrow{j}_{cond} = -\,\lambda\,\overrightarrow{\text{grad}}\,T = -\,\lambda\,\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\,\overrightarrow{u_r}}$$

Il s'ensuit que :

$$\boxed{P_{cond}(r) = \iint_{C(r)} \overrightarrow{j}_{cond}.\overrightarrow{u_r}\,\mathrm{d}S = \iint_{C(r)} j_{cond}(r)\,\mathrm{d}S = j_{cond}(r) \times 2\pi r\,L = -\,\lambda\,\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} \times 2\pi r\,L}$$

II.8.d. *Déduire des questions précédentes que : $\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = \dfrac{hr_e}{\lambda r}\,(T_0 - T_e)$.*

On utilise le résultat des deux questions précédentes :

$$-\,\lambda\,\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} \times 2\pi r\,L = h\,(T_e - T_0) \times 2\pi r_e\,L$$

d'où :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = \frac{hr_e}{\lambda r}\,(T_0 - T_e)}$$

II.8.e. *En déduire l'expression de $T(r)$.*

On résout l'équation précédente :

$$T(r) = \frac{hr_e}{\lambda}\,(T_0 - T_e)\,\ln(r) + C$$

où C est une constante d'intégration qu'on peut déterminer en utilisant la condition aux limites $T(r_i) = T_i$:

$$T_i = \frac{hr_e}{\lambda}\,(T_0 - T_e)\,\ln(r_i) + C \quad \text{d'où} \quad \boxed{T(r) = \frac{hr_e}{\lambda}\,(T_0 - T_e)\,\ln\left(\frac{r}{r_i}\right) + T_i}$$

Les questions II.8.b. à e. sont faciles et ont été bien traitées.

II.8.f. *En déduire que :* $T_e = T_0 + \frac{T_i - T_0}{1 + \frac{hr_e}{\lambda}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}$.

On fait $r \to r_e^-$ et $T(r_e^-) = T_e$ dans le résultat de la question précédente :

$$T_e = \frac{hr_e}{\lambda}(T_0 - T_e)\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + T_i = \frac{hr_e}{\lambda}(T_0 - T_e)\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) + T_i - T_0 + T_0$$

et on isole T_e :

$$T_e\left[1 + \frac{hr_e}{\lambda}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)\right] = T_0\left[1 + \frac{hr_e}{\lambda}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)\right] + T_i - T_0$$

d'où :

$$\boxed{T_e = T_0 + \frac{T_i - T_0}{1 + \frac{hr_e}{\lambda}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}}$$

Question qui nécessitait un peu de technique calculatoire. Il a été surprenant de voir beaucoup de candidats "parachuter" la réponse donnée à partir de l'expression de $T(r_e)$ obtenue à la question II.8.e., sans que le lien entre les deux ne soit explicité. Pire, nombre de candidats ont pris des libertés malhonnêtes, forcément vaines, avec le calcul mathématique dans le but d'obtenir l'expression fournie.

II.9. *Montrer que :* $\frac{P_{th}}{P_{th,isolant}} = \frac{1}{x} + \alpha\ln(x)$, *avec* $x = \frac{r_e}{r_i}$ *et* α *à exprimer en fonction de* h, r_i *et* λ.

On reprend ici les résultats des questions **II.6.** et **II.7.** et l'expression de $T_e - T_0$ fournie par la question précédente. On obtient ;

$$\frac{P_{th}}{P_{th,isolant}} = \frac{T_i - T_0}{T_e - T_0} \times \frac{r_i}{r_e} = \frac{r_i}{r_e} \times \left[1 + \frac{hr_e}{\lambda}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)\right] = \frac{r_i}{r_e} + \frac{hr_i}{\lambda}\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)$$

d'où le résultat demandé par l'énoncé en posant $x = r_e/r_i$ et : $\boxed{\alpha = \frac{hr_i}{\lambda}}$

On envisage deux solutions d'isolation différentes. On donne pour chacune d'elles : $h = 3{,}0$ $W.m^{-2}.K^{-1}$ *et* $r_i = 2{,}0$ *cm.*

- *Solution d'isolation n°1 : l'isolant est du polyuréthane, de conductivité thermique :* $\lambda_1 = 0{,}025$ $W.m^{-1}.K^{-1}$.
  Le graphe de $\frac{1}{x} + \alpha\ln(x)$ *en fonction de* x *est représenté sur la figure 11 ci-dessous pour la valeur de* α *correspondante.*
- *Solution d'isolation n°2 : l'isolant est du plâtre, de conductivité thermique* λ_2. *Le graphe de* $\frac{1}{x} + \alpha\ln(x)$ *en fonction de* x *est représenté sur la figure 12 (page 16) pour la valeur de* α *correspondante. L'encart représente un agrandissement pour* $0 \leqslant x \leqslant 8$.

II.10. *En vous appuyant sur les graphes des figures 11 et 12, répondre de façon argumentée aux questions suivantes :*

II.10.a. *Est-il toujours efficace d'isoler avec du polyuréthane ?*

Pour que l'isolation soit efficace, il faut que les pertes thermiques avec isolant soient plus faibles que les pertes thermiques sans isolant : $P_{th,isolant} < P_{th}$, ce qui entraîne : $\frac{1}{x} + \alpha\ln(x) > 1$.

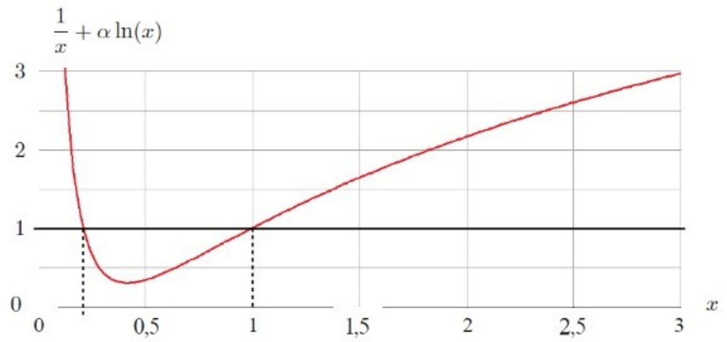

FIGURE 11 – Graphe de la fonction $\frac{1}{x}+\alpha \ln(x)$ fonction de x pour la valeur de α du polyuréthane.

Dans le cas du polyuréthane, ceci n'est réalisé que si $x < 0{,}20$ (mais cette valeur n'a pas de sens physique ici puisque on a forcément $r_e > r_i$ donc $x > 1$) ou bien pour $\boxed{x > 1 \text{ donc } r_e > 2\,\text{cm}}$.

Ainsi, toutes les valeurs d'épaisseur $r_e > r_i$ d'isolant conviennent ici pour assurer l'isolation de la conduite. Le polyuréthane est un excellent isolant thermique.

II.10.b. *Est-il toujours efficace d'isoler avec du plâtre ? Le cas échéant, déterminer à partir de quelle valeur de r_e l'isolation au plâtre devient efficace et commenter.*

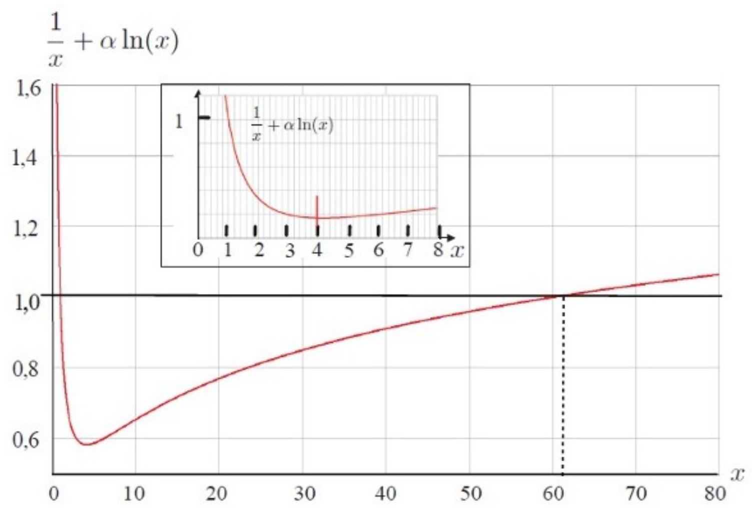

FIGURE 12 – Graphe de la fonction $\frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ fonction de x pour la valeur de α du plâtre.

Dans ce cas, la solution physiquement acceptable ($x > 1$) correspondant à l'inégalité $P_{th,isolant} < P_{th}$ est $x > 61$, donc $\boxed{r_e > 122 \text{ cm}}$. Il s'agit d'une très grande épaisseur (non réaliste) et on peut dire que la plâtre est un très mauvais isolant thermique.

II.10.c. *Pour quelle valeur x_m de x la fonction $x \longmapsto \frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ admet-elle un minimum ?*

On dérive cette fonction par rapport à x :

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{\alpha}{x} = \frac{\alpha x - 1}{x^2} \quad \text{d'où} \quad \boxed{f'(x) = 0 \iff x_m = \frac{1}{\alpha} = \frac{\lambda}{h r_i}}$$

Il s'agit bien d'un minimum puisque $f'(x) < 0$ si $x < 1/\alpha$ et $f'(x) > 0$ su $x > 1/\alpha$.

II.10.d. *En déduire la valeur numérique de la conductivité thermique du plâtre λ_2.*

On lit sur la partie aggrandie de la figure 12 que $x_m \approx 4$ et donc :

$$\boxed{\lambda_2 = h r_i \, x_m = 3{,}0 \times 2.10^{-2} \times 4 = 0{,}24 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}}$$

Après une étude à dominante calculatoire et globalement réussie, l'énoncé proposait, au travers d'une exploitation de graphes des résultats obtenus, de prendre un certain recul afin de répondre à une problématique posée : celle de l'isolation d'une canalisation d'eau. Il fallait que les candidats aient compris le sens des grandeurs qu'ils manipulent depuis le début de cette partie. Ainsi, il était attendu que les candidats caractérisent une isolation efficace par $\dfrac{P_{th}}{P_{th,isolant}} > 1$ et qu'ils considèrent $r_e/r_i > 1$. Cela n'a pas été toujours le cas, loin de là.

Conclusion :

Tant dans la diversité des thèmes abordés que des études proposées, l'épreuve de Physique-Chimie a permis de classer les candidats. Aux futurs candidats, nous donnons les conseils suivants afin de les aider dans leur préparation aux concours :

1. la maîtrise des connaissances et raisonnements vus en cours est indispensable ;
2. les grandeurs ont une signification, qui doit être connue. Faute de cela, toute prise de distance est impossible ;
3. faire preuve de rigueur. Les candidats doivent mentionner le lien de cause à effet entre les hypothèses de départ et leurs conséquences sur une démonstration.