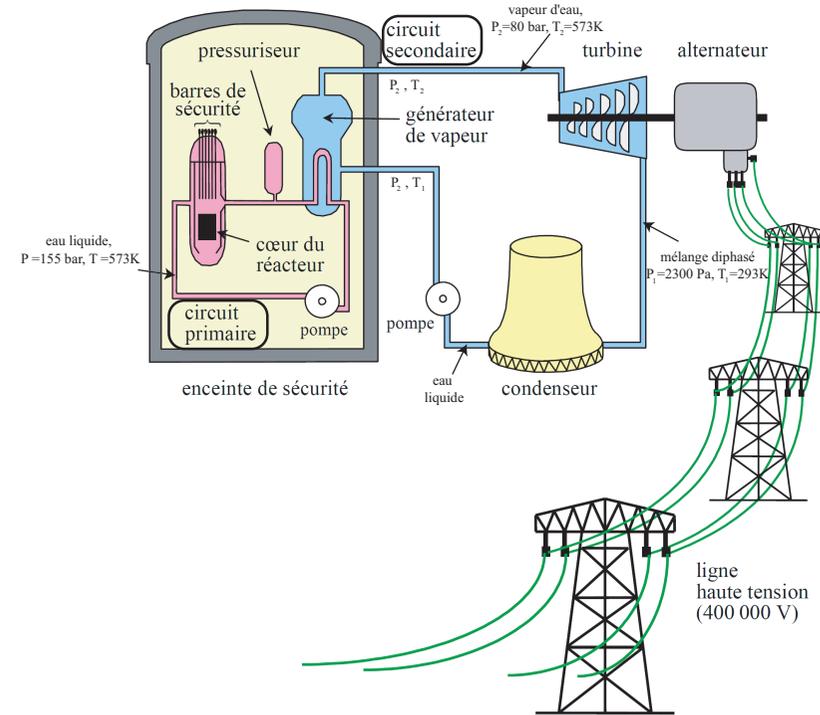


Corrigé exercice 4 : MACHINES THERMIQUES

4 Fonctionnement d'un réacteur à eau pressurisée (REP) de centrale nucléaire

Le parc de production nucléaire français est composé de centrales de la filière REP (Réacteurs à Eau Pressurisée). On étudie l'eau ($M = 18 \text{ g.mol}^{-1}$) dans le circuit fermé secondaire (voir figure). L'écoulement est stationnaire. On modélise son évolution par le cycle suivant :

- *État A* : l'eau qui sort du condenseur est liquide sous la pression $P_1 = 0,23 \text{ bar}$, à la température $T_1 = 63^\circ\text{C}$.
- *Évolution AB* : elle subit dans la pompe une compression durant laquelle sa température ne varie pratiquement pas. On considérera que les échanges thermiques sont négligeables lors de cette compression qui l'amène dans l'état B, sous la pression $P_2 = 80 \text{ bar}$.
- *Évolution BD* : elle passe ensuite dans un échangeur qui permet les transferts thermiques entre le circuit primaire et le circuit secondaire. On peut décomposer cette évolution en deux transformations :
 - l'eau liquide s'échauffe de manière isobare jusqu'à l'état C (P_2, T_2);
 - puis l'eau liquide se vaporise totalement jusqu'à l'état D (P_2, T_2).
- *Évolution DE* : la vapeur d'eau se détend de manière réversible dans une turbine calorifugée jusqu'à l'état E (P_1, T_1). Durant cette détente, une fraction massique $(1-x)$ de l'eau devient liquide et x reste gazeuse.
- *Évolution EA* : la vapeur restante se liquéfie à la température T_1 .



Le tableau suivant recense les données de l'équilibre liquide - vapeur de l'eau aux températures T_1 et T_2 . La pression de vapeur saturante P_{sat} est en bar, les volumes massiques v_ℓ du liquide et v_g de la vapeur sont en $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$, les enthalpies massiques h_ℓ du liquide et h_g de la vapeur en $\text{kJ}.\text{kg}^{-1}$ et enfin, les entropies massiques s_ℓ du liquide et s_g de la vapeur sont en $\text{kJ}.\text{K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

T ($^\circ\text{C}$)	P_{sat} (bar)	v_ℓ	v_g	h_ℓ	h_g	s_ℓ	s_g
63 (T_1)	0,23 (P_1)	$1,02.10^{-3}$		266	2615	0,877	7,85
295 (T_2)	80 (P_2)	$1,39.10^{-3}$	0,0234	1319	2757		5,74

On rappelle la valeur de la constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

1. a) Calculer les enthalpies massiques de vaporisation $\Delta_{vap}h$ de l'eau aux températures T_1 et T_2 .

Par définition, à une température T et sous une pression $P_s(T)$ (mais par abus d'écriture et par redondance, on n'écrira pas $P_s(T)$ dans les enthalpies massiques), on a :

$$\Delta_{vap}h(T_1) = h_g(T_1) - h_\ell(T_1) = 2615 - 266 = 2349 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

et

$$\Delta_{vap}h(T_2) = h_g(T_2) - h_\ell(T_2) = 2757 - 1319 = 1438 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

La lecture des données se fait directement dans le tableau.

- b) Calculer l'entropie massique de l'eau liquide s_ℓ à la température T_2 et sous la pression P_2 .

Relation importante entre les différences d'entropies massique et différences d'enthalpie massiques, à connaître :

$$s_g(T) - s_\ell(T) = \frac{h_g(T) - h_\ell(T)}{T}$$

où T est la température du mélange liquide - vapeur. On a donc :

$$s_\ell(T_2) = s_g(T_2) - \frac{h_g(T_2) - h_\ell(T_2)}{T_2} = 3,21 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

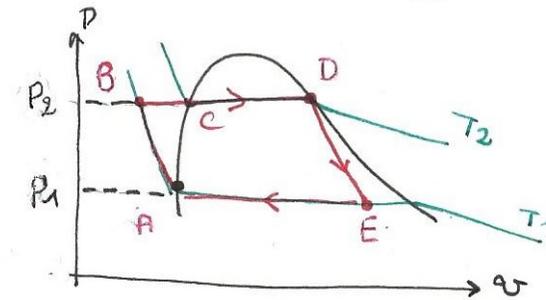
Attention : T_2 doit absolument être exprimée en Kelvin.

- c) Sachant que la vapeur d'eau sous une pression de 0,23 bar et à la température T_1 peut être considérée comme un gaz parfait, calculer son volume massique v_g .

$P_1 = P_s(T_1) = 0,23$ bar, donc si on considère une masse m de gaz dans les conditions (T_1, P_1) , ce qui correspond à $n = m/M$ moles de gaz (M masse molaire), occupant un volume V_g , on aura :

$$V_g = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{P_1} \implies v_g = \frac{V_g}{m} = \frac{RT_1}{MP_1} = 6,75 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

2. Tracer le cycle de l'eau sur un diagramme (P, v) en plaçant les points A, B, C, D et E. On fera de même dans le diagramme des frigorigènes de l'eau fourni en annexe du TD.



Le diagramme des frigorigènes est en dernière page de TD.

3. a) Démontrer que la transformation DE est isentropique.

On applique un bilan d'entropie massique entre l'entrée et la sortie de la turbine. Celle-ci étant calorifugée (parois adiabatiques) : $s_{éch} = 0$ et comme son fonctionnement est réversible : $s_{créée} = 0$. On a donc :

$$s_E - s_D = s_{éch} + s_{créée} = 0$$

- b) Calculer le titre massique en vapeur dans l'état E.

Il faut utiliser ici le théorème des moments relatif à l'entropie massique. Le point E étant un mélange liquide - vapeur à T_1 :

$$s_E = x s_g(T_1) + (1 - x) s_\ell(T_1)$$

avec $s_E = s_D = s_g(T_2)$ car D est sur la courbe de rosée, à la température T_2 . On isole x et on obtient :

$$x = \frac{s_g(T_2) - s_\ell(T_1)}{s_g(T_1) - s_\ell(T_1)} = \frac{5,74 - 0,877}{7,85 - 0,877} = 0,70$$

c) Retrouver ce résultat par lecture du diagramme $(\ln P, h)$.

On lit directement le titre massique en gaz sur la courbe isotitre :

$$x = 0,70$$

Les résultats sont donc cohérents.

4. On note w_a le travail reçu par l'alternateur par unité de masse du fluide en écoulement. On néglige toute variation d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle de pesanteur.

a) Calculer la valeur numérique de w_a .

Le travail reçu par l'alternateur est celui fourni par le fluide aux parties mobiles (arbre) de la turbine. On applique donc le premier principe industriel à la turbine :

$$h_E - h_D = q_{DE} + w_u(T) = w_u(T)$$

puisque $q_{DE} = 0$.

Or, $h_D = h_g(T_2) = 2757 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et on peut calculer h_E en utilisant le théorème des moments pour l'enthalpie :

$$h_E = x h_g(T_1) + (1 - x) h_\ell(T_1) = 1910 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

On en déduit :

$$w_u(T) = 1910 - 2757 = -847 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$$

d'où

$$w_a = 847 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Remarque :

$w_u(T) < 0$: c'est bien le fluide qui fournit du travail aux parties mobiles de la turbine.

b) Retrouver ce résultat par lecture du diagramme $(\ln P, h)$.

On lit sur le diagramme : $h_D \approx 2770 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $h_E \approx 1875 \text{ kJ.kg}^{-1}$, ce qui donne :

$$w_u(T) \approx -895 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

valeur légèrement différente mais du même ordre de grandeur.

5. a) La capacité thermique massique de l'eau liquide est $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Calculer le transfert thermique (par unité de masse de fluide en écoulement) q_{BD} dans le passage dans l'échangeur thermique avec le circuit primaire.

L'échangeur thermique ne contient pas de parties mobiles ($w_u = 0$). Le premier principe industriel donne alors directement la chaleur massique échangée :

$$q_{BD} = h_D - h_B = (h_D - h_C) + (h_C - h_B)$$

On calcule les deux variations d'enthalpie séparément :

$$\bullet \quad h_D - h_B = h_g(T_2) - h_\ell(T_2) = 2757 - 1319 = 1438 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$

- $h_C - h_B$: variation d'enthalpie du liquide lors d'un chauffage isobare. Sachant que le liquide peut être assimilé à une phase condensée idéale (hypothèse implicite dans l'énoncé, non écrite), son énergie interne massique et enthalpie massique s'écrivent :

$$u(T) = cT + u_0 \quad \text{et} \quad h(T, P) = u(T) + Pv = cT + Pv + u_0$$

où u_0 est une constante et v le volume massique de l'eau liquide, constant. On a donc :

$$h_C - h_B = c(T_C - T_B) + P_2 v - P_2 v = c(T_2 - T_1) = 970 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

On obtient alors :

$$q_{BD} = 1438 + 970 \approx 2410 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Sur le diagramme des frigoristes, on lit : $h_B \approx 245 \text{ kJ.kg}^{-1}$, ce qui donne ($h_D \approx 2770 \text{ kJ.kg}^{-1}$ déjà lu) :

$$q_{BD} \approx 2770 - 245 = 2525 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Valeur différente (la différence est d'environ 5%) mais du même ordre de grandeur.

- b) On définit le rendement $\eta = \frac{|w_a|}{q_{BD}}$. Le calculer. Que néglige-t-on dans cette définition ? Retrouver ce résultat par lecture du diagramme ($\ln P, h$).

On calcule directement :

$$\eta = \frac{847}{2410} = 0,35$$

On obtient la même valeur pour η avec les grandeurs lues sur le diagramme.

Dans ce calcul du rendement, on néglige le travail utile fourni dans la pompe qui comprime le fluide de $A \rightarrow B$. Cependant $h_B \approx h_A$ et $q_{AB} = 0$ ce qui fait que le travail utile fourni à ce niveau est négligeable.

- c) Calculer le rendement maximal qu'on aurait pu avoir dans un cycle ditherme utilisant les deux températures extrêmes du cycle. Conclusion.

Le rendement maximal obtenu pour un cycle ditherme utilisant T_1 et T_2 est bien sûr le rendement de Carnot : le cycle est alors ditherme réversible. On a donc :

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0,41$$

FIGURE 1: Diagramme des frigorisés de l'eau. L'échelle des pressions est logarithmique. Les températures sont en °C, les entropies massiques en $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ et les volumes massique en $\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}$.

