

1/ $\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \wedge \vec{B})$ $[\vec{\Pi}] = \frac{\text{puissance}}{\text{surface}} \rightarrow \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$

2/ $\vec{g}_{\text{em}} = \epsilon_0 \mu_0 \vec{\Pi} = \frac{1}{c^2} \vec{\Pi} \Rightarrow [\vec{g}_{\text{em}}] = \frac{\text{puissance}}{[c^2] L^2} = \frac{\pi \frac{L^2}{T^2}}{\frac{L^4}{T^2}} = \frac{\pi}{L^2 L}$

par définition $[\vec{g}_{\text{em}}] = \frac{(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})}{L^3} = \frac{\pi}{L^2 T}$ ← c'est bien homogène
 $[\vec{L}_{\text{em}}] = L[\vec{g}_{\text{em}}] = \frac{\pi}{L T}$ (car $\vec{L} = \vec{O} \wedge \vec{p}$ pour particule ponctuelle).

ainsi puisque $\vec{g}_{\text{em}}$ est homogène, $\vec{L}_{\text{em}}$ l'est aussi automatiquement

3/ * on suppose le solénoïde suffisamment long pour pouvoir négliger les effets de bords
tout se passe alors comme si le solénoïde était infini.

* ARQS (magnétique) $\Rightarrow \vec{B}$ se calcule comme en magnétostatique
puis cf. cours (symétries & invariances / la Ampère / on admet que $\vec{B}_{\text{ext}} \equiv \vec{0}$)
 $\vec{B}_{\text{int}} = \mu_0 \frac{N}{L} i(t) \vec{u}_z$

donc si $t \leq 0$ $\vec{B}_{\text{int}} = \mu_0 \frac{N i_0}{L} \vec{u}_z$

si $t \in [0; \tau]$ $\vec{B}_{\text{int}}(t) = \mu_0 \frac{N i(t)}{L} \vec{u}_z$

si $t > \tau$ $\vec{B}_{\text{int}} = \vec{0}$.

4/ (c) * ARQS magnétique $\Rightarrow \vec{E}$ est induit par $\vec{B}$ / déterminé par $(\nabla \cdot \vec{E}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$
* coord. cylindriques d'axe Oz .
* $(\nabla \cdot \vec{E}, \vec{u}_z)$ et plan d'antisymétrie de la source - les courants - donc de $\vec{E}$
donc $\vec{E}(r, t)$ porté par $\vec{u}_\theta$
solénoïde est invariance par rotation autour de Oz

translation selon $\vec{u}_z$ (effets de bords négligés) $\Rightarrow \vec{E}(r, t) = E(r, t) \vec{u}_\theta$

forme intégrale de NF: soit (C) un contour fermé orienté

$\oint_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{\Sigma \text{ appuyant sur } (C)} \text{rot}(\vec{E}) \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \phi_{\rightarrow \Sigma}(\vec{B})$ ← flux

on l'applique pour (C) un cercle centré sur Oz / de rayon r :

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r E(r, t) = -\frac{d}{dt} \phi_{\rightarrow \text{cercle de rayon } r}(\vec{B})$

* si $r \leq b$ $\phi(\vec{B}) = \pi r^2 \mu_0 \frac{N i(t)}{L} \Rightarrow$

$\vec{E}(r < b, t) = -\frac{\mu_0 N r}{2L} \frac{di}{dt} \vec{u}_\theta$

* si $r > b$ $\phi(\vec{B}) = \pi b^2 \mu_0 \frac{N i(t)}{L} \Rightarrow$

$\vec{E}(r > b, t) = -\frac{\mu_0 N b^2}{2rL} \frac{di}{dt} \vec{u}_\theta$

et donc $\vec{E}$ nul si $t \leq 0$ ou $t \geq \tau$.

5] PFO à la particule: $m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{E}(p, t) = - \frac{q N_0 N b^2}{2aL} \left(\frac{di}{dt} \right) \vec{v}_\theta$ si $t \in [0; \tau]$ (2)
 on néglige la partie magnétique de $\vec{F}_{\text{Lorentz}}$ (voir remarque).
 on intègre cette relation entre 0 et τ en supposant que la particule n'a pratiquement pas bougé ($r = r_0 = a$; $\theta = \theta_0 = \theta_{\text{ini}} \Rightarrow \vec{v}_\theta = v_\theta \vec{e}_\theta$) donc

$$m [\vec{v}(\tau) - \vec{v}(0)] = - \frac{q N_0 N b^2}{2aL} (i(\tau) - i(0)) \vec{v}_\theta \quad \text{soit} \quad m \vec{v}(\tau) = \frac{q N_0 N b^2}{2aL} i_0 \vec{v}_y$$

et si $t > \tau$ $\begin{cases} \vec{E} = \vec{0} \\ \vec{B} = \vec{0} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_p(t > \tau) = \vec{v}_p(\tau)$. 

rem: ici on néglige la partie magnétique de la force de Lorentz:

validité $\frac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \ll 1 \Leftrightarrow \frac{q \frac{N_0 N b^2}{2aLm} N_0 \frac{N}{L} i_0}{q \frac{N_0 N b^2}{2aL} \frac{i_0}{\tau}} \ll 1$ avec $\frac{di}{dt} \sim \frac{i_0}{\tau}$.

soit $\frac{q B_0 \tau}{m} \ll 1$ ou $B_0 = N_0 \frac{N}{L} i_0$.

6] $\vec{E}(n) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}n}{pn^3}$

7] par déf: $\vec{G}_{\text{em}} = \epsilon_0 \int_{\mathbb{R}^3} \vec{E}_p \wedge \vec{B}_{\text{sol}} dV = \epsilon_0 \iiint_{V_{\text{sol}}} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}n}{pn^3} \wedge B_0 \vec{e}_z dV$ ou $B_0 = N_0 \frac{N}{L} i_0$.

soit $\vec{G}_{\text{em}}(t < 0) = \frac{q}{4\pi} \left(\iiint_{V_{\text{sol}}} \frac{\vec{p}n}{pn^3} dV \right) \wedge B_0 \vec{e}_z = \frac{q b^2 B_0}{2a} \vec{e}_y = \vec{G}_{\text{em}}(t < 0)$
 soit $\vec{G}_{\text{em}} = \vec{0}$ car $\vec{B} \equiv \vec{0}$ uniformément nul.

8] on voit bien que ni la quantité de mot de champ, ni celle de la particule ne sont conservées par contre $\vec{G}_{\text{em}}(t < 0) = m \vec{v}_p(t > \tau) = \frac{q b^2}{2a} N_0 \frac{N}{L} i_0 \vec{e}_y$
 ainsi la quantité de mot de l'ensemble {champ + particule} est bien conservée.
 cela valide sur cet exemple l'expression de $\vec{g}_{\text{em}}$.

9] dans le vide entre les 2 parois $\vec{E}$ vérifie l'équation de d'Alembert.

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \Delta E = \frac{d^2 E_0}{dx^2} e^{i\omega t} \vec{v}_x$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = -\omega^2 \vec{E} \quad \text{d'où après projection sur } \vec{v}_x \text{ et simplification}$$

$$\frac{d^2 E_0}{dx^2} + k^2 E_0 = 0 \quad \text{ou} \quad k \equiv \frac{\omega}{c}$$

10] $E \parallel \vec{v}_y \Rightarrow \vec{E}$ est tangentiel aux parois et d'après la relation de parage il doit donc être continu en $x=0$ et $x=L$ et donc nul en $x=0$ et $x=L$ comme dans le conducteur parfait $E_0(x=0) = E_0(x=L) = 0$

10) note / les solutions de l'équation de Q9 sont $E_0(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$

(3)

et $E_0(x=0)=0 \Rightarrow B=0$ et $E_0(L)=0 \Rightarrow A \sin(kL)=0$ et $A \neq 0$ sinon pas de champ.
donc $kL = n\pi$ $n \in \mathbb{N}^*$ ($\sin=0$ alors $\vec{E}=\vec{0}$ donc pas de champ
et n et $-n$ sont la même solution en changeant $A \leftrightarrow -A$)

$$\text{et } \omega_n = ck_n = \frac{n\pi c}{L} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

11) tout est identique pour $\vec{E} = E_0(x) e^{i\omega t} \vec{v}_2$ par invariance par rotation autour de Ox
donc pour chaque valeur de $n \in \mathbb{N}^*$ il existe 2 modes

$$\vec{E} = \underbrace{A_1 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{i\omega t} \vec{e}_y}_{\substack{\text{1er mode} \\ \text{direction fixe } \vec{e}_y}} + \underbrace{A_2 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{i\omega t} \vec{e}_z}_{\substack{\text{2ème mode} \\ \text{direction fixe } \vec{e}_z}}$$

12) On se place dans la limite où le nombre de modes est grand soit $\frac{\pi c}{L} \ll \omega$

alors nb de modes $\mathcal{N}(\omega) = 2 \times \frac{\text{volume d'un 1/8e de sphère (car } n_x, n_y, n_z \text{ positifs)}}{\text{volume d'un mode}}$

$$\mathcal{N}(\omega) = 2 \times \left(\frac{\frac{4}{3}\pi \omega^3 \times \frac{1}{8}}{\left(\frac{\pi c}{L}\right)^3} \right) = \frac{L^3 \omega^3}{3\pi^2 c^3} = \mathcal{N}(\omega)$$

13) la densité de modes $\mathcal{D}(\omega)$ est définie par $\mathcal{N}(\omega+d\omega) - \mathcal{N}(\omega) = \mathcal{D}(\omega) d\omega$.

$$\text{soit } \mathcal{D}(\omega) = \frac{d\mathcal{N}}{d\omega} = \frac{L^3 \omega^2}{\pi^2 c^3} \text{ et } \omega = 2\pi \nu$$

$$\text{et } \mathcal{D}(\omega) d\omega = \mathcal{D}(\nu) d\nu \Rightarrow \mathcal{D}(\nu) = \mathcal{D}(\omega = 2\pi \nu) \frac{d\omega}{d\nu} = 2\pi$$

$$\text{soit } \mathcal{D}(\nu) = \frac{L^3}{\pi^2 c^3} (2\pi \nu)^2 \times 2\pi = \text{qui correspond bien à } \mathcal{D}(\nu) = \left(\frac{8\pi V}{c^3} \right) \nu^2$$

14) $\bar{U}(\nu) = \mathcal{D}(\nu) \times \frac{h\nu}{2} \times 2$ puisqu'avec le théorème d'équipartition chaque DL quadratique a une énergie moyenne $\frac{h\nu}{2}$.

$$\text{soit } \bar{U}(\nu) = A \nu^2 k_B T \quad \text{où } A = \frac{8\pi V}{c^3} \quad \left(\begin{array}{l} \text{2 DL quadratiques pour l'OH:} \\ E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k x^2 \text{ par exemple} \end{array} \right)$$

15) le graphe de la figure 3 est en échelle log-log

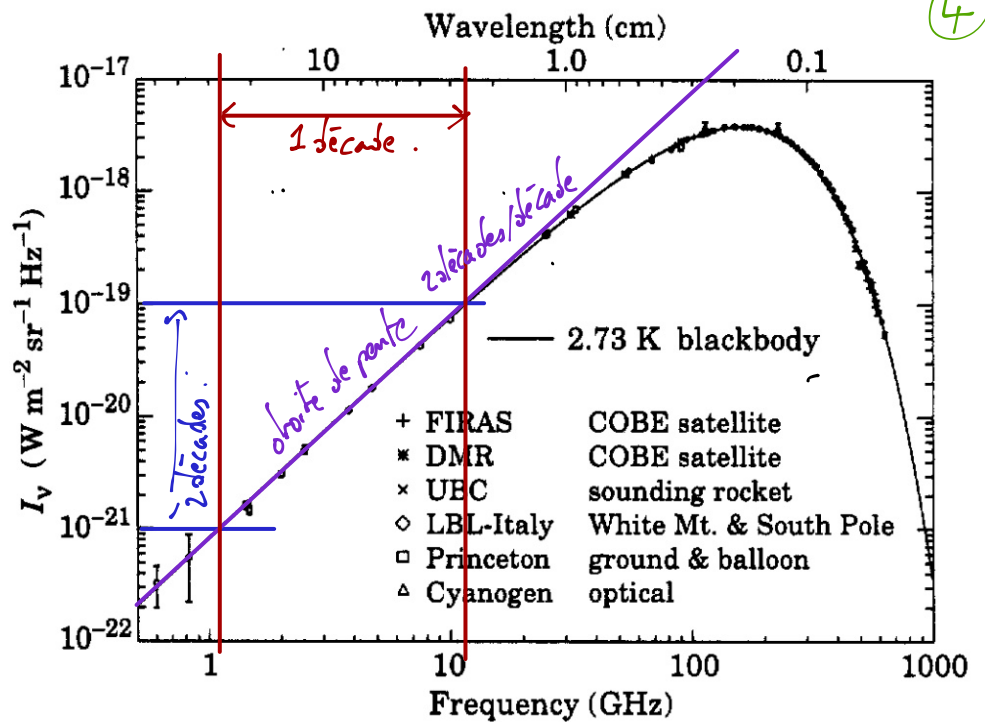
et ainsi $\bar{U}(\nu) \propto \nu^2 \Rightarrow \log(\bar{U}(\nu)) = 2 \log(\nu) + \text{cte}$
cela correspondrait alors d'une droite de pente 2.

et c'est bien ce que l'on observe sur la figure 3 à BF $\nu \leq 10 \text{ GHz}$ (voir page suivante)

15/suite

on voit par contre que le modèle de Rayleigh-Jeans ne correspond pas aux données expérimentales à HF d'où le nom de catastrophe UV

hypothèse qui va tomber en défaut par la suite:
- traiter chaque mode de façon unique - c.a.d continu-
via le théorème d'équipartition.



16) $P_n(\nu) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{\epsilon_n(\nu)}{k_B T}\right)$ soit $P_n(\nu) = \frac{1}{Z} e^{-\beta n h \nu}$ où $\beta = \frac{1}{k_B T}$
facteur de Boltzmann

17) $\sum_{n=0}^{+\infty} P_n(\nu) = 1 \Leftrightarrow Z = \sum_{n=0}^{+\infty} e^{-\beta n h \nu} = \sum_{n=0}^{+\infty} (e^{-\beta h \nu})^n = \frac{1}{1 - e^{-\beta h \nu}} = Z(\beta, \nu)$
somme des termes d'une série géométrique
on a bien alors $P(n, \nu) = e^{-\beta n h \nu} (1 - e^{-\beta h \nu})$

18) $\bar{n}(\nu) = \sum_{n=0}^{+\infty} n P(n, \nu) = \sum_{n=0}^{+\infty} n x^n (1-x)$ où $x = e^{-\beta h \nu}$.
 $\bar{n}(\nu) = \sum_{n=0}^{+\infty} n x^n - \sum_{n=0}^{+\infty} n x^{n+1} = \sum_{n=1}^{+\infty} n x^n - \sum_{n=1}^{+\infty} (n-1) x^n = \sum_{n=1}^{+\infty} x^n = \frac{x}{1-x}$.
on décale l'indice de 1
là encore somme des termes d'une série géométrique mais indice minimal = 1
ainsi $\bar{n}(\nu) = \left(\frac{e^{-\beta h \nu}}{1 - e^{-\beta h \nu}} \right) = \frac{1}{e^{\beta h \nu} - 1}$

rem: on peut aussi faire comme dans le cours avec $\bar{n} h \nu = \bar{E}_n = -\frac{1}{Z} \left(\frac{dZ}{d\beta} \right)$

19) de Q18) $e^{\beta h \nu} - 1 = \frac{1}{\bar{n}} \Rightarrow e^{\beta h \nu} = \frac{1}{\bar{n}} + 1 = \frac{\bar{n} + 1}{\bar{n}} \Rightarrow e^{-\beta h \nu} = \frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1}$

on réinjecte dans l'expression de $P(n, \nu)$ et on a bien $P(n, \nu) = \left(\frac{1}{\bar{n} + 1} \right) \left(\frac{\bar{n}}{\bar{n} + 1} \right)^n$

20) $\bar{E}(\nu) = \bar{n} h \nu = \frac{h \nu}{e^{\beta h \nu} - 1}$ et $\bar{u}(\nu) = D(\nu) \bar{E}(\nu) = \left(\frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} \right) \frac{1}{(e^{\beta h \nu} - 1)}$

(21) à BF $h\nu \ll k_B T \Leftrightarrow e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \approx \frac{h\nu}{k_B T}$

(5)

et $\bar{U}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T$ on retrouve l'expression classique de Q13! oh!

à HF $h\nu \gg k_B T$ $e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1 \approx e^{\frac{h\nu}{k_B T}}$ et $\bar{U}(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} \rightarrow 0$
 $\nu \rightarrow +\infty$

il n'y a plus de catastrophe UV!

trace: c'est celui de la figure 3 reproduit en Q15 / Rayleigh-Jeans et l'asymptote BF
 (ici en échelle $\log \log$)

22) avec l'hypothèse corpusculaire d'Einstein: un électron ne peut être arraché que si $h\nu > W_0 \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda} > W_0$ ou encore $\lambda < \frac{hc}{W_0} \equiv \lambda_{\text{lim}}$

4V pour Lithium: $\lambda_s = \frac{1,2}{2,4} = 0,5 \mu\text{m} \Rightarrow$ pas d'électrons arrachés pour $\lambda = 546 \text{ nm} > \lambda_s$

23) si $\nu = 0$ les électrons sont arrachés cf. raisonnement ci-dessus. la direction d'émission est sans doute aléatoire et il n'y a pas de champ $\vec{E}$ ($\nu = 0$) pour "guider" les électrons vers l'anode $\Rightarrow$ certains d'entre eux arrivent tout de même dessus d'où $i \neq 0$.

si $\nu < 0$ alors $\vec{E}$ dirigé de la cathode vers l'anode ($\vec{E} = -\text{grad}(V)$)

la force électrique $-e\vec{E}$ s'oppose alors au mouvement des électrons



résiste vers l'anode / si il n'est suffisamment fort alors les électrons s'arrêtent avant d'atteindre l'anode et repartent vers la cathode.

24) $E_c = h\nu - W_0$ si l'énergie du photon est intégralement transmise à l'électron alors l'énergie cinétique du photon en sortant de la cathode est $E_c = h\nu - W_0$
 on détermine le potentiel d'arrêt avec un TEC: mouvement conservatif $E_p = -eV$

$E_c = -e V_{\text{arrêt}}$ où $V_{\text{arrêt}} = -V_0$ à la limite soit $V_0 = \frac{h\nu - W_0}{e}$

Dans cette approche corpusculaire V_0 ne dépend que ν et pas du flux lumineux x !

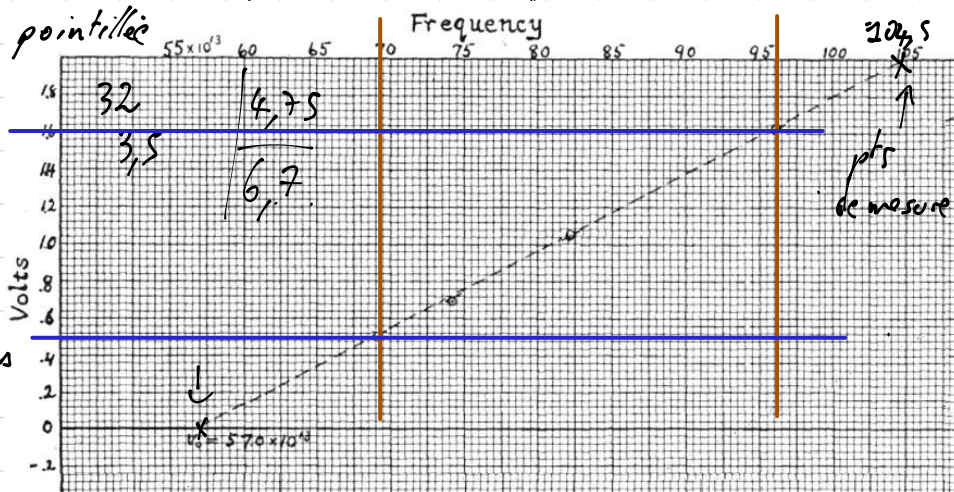
25) on lit la pente $\frac{h}{e}$ de la droite pointillée

$\frac{h}{e} = \frac{2,0 - 0}{(104,5 - 57) \times 10^{13}}$

$h = \frac{2}{47,5} \times e \times 10^{-13}$

$h = \frac{3,2}{47,5} \cdot 10^{-32} = \frac{32}{4,75} \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

$h \approx 6,7 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$



25) suite: demander un calcul d'incertitude n'est pas judicieux.

- on imagine que le rand du traie est une incertitude de mesure mais ce n'est dit nulle part
- il n'est plus dans l'esprit du programme de calculer une incertitude sur une modélisation
- à l'époque il devait y avoir une incertitude sur e (on va la négliger du coup...)
- il faudrait utiliser toutes les mesures ce qui est fastidieux sans ordinateur / calculatrice.

essayons tout de même:

$$\text{on a } \frac{h}{e} = \frac{U_2 - U_1}{v_2 - v_1} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta h}{h} = \sqrt{\left(\frac{\Delta(U_2 - U_1)}{(U_2 - U_1)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(v_2 - v_1)}{(v_2 - v_1)}\right)^2}$$

$$\Delta(U_2 - U_1) = \sqrt{2} \Delta U = \frac{0,3}{5} = 0,06 \text{ V} \quad \Delta(v_2 - v_1) = \sqrt{2} \times 0,5 \cdot 10^{13} = 0,7 \cdot 10^{13}$$

$$\text{et } \frac{\Delta h}{h} = \sqrt{\left(\frac{0,06}{1,1}\right)^2 + \left(\frac{0,7}{27}\right)^2} = 6,4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \Delta h \sim 0,4 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}^{-1}$$

AN très délicate sans calculatrice

26) lorsqu'on applique U positif alors E^γ dirigé vers la cathode et la proportion de photons qui atteint l'anode augmente jusqu'à saturation où tous les photons arrachés à la cathode atteignent l'anode.

I_{sat} est alors proportionnel à ϕ qui est proportionnel au nombre de photons qui touchent la cathode par unité de temps.

27) si on note P la puissance lumineuse arrivant sur la cathode alors

$$P = \frac{dN}{dt} h\nu \quad \text{où } dN \text{ est le nombre de photons qui arrivent sur la cathode entre } t \text{ et } t+dt$$

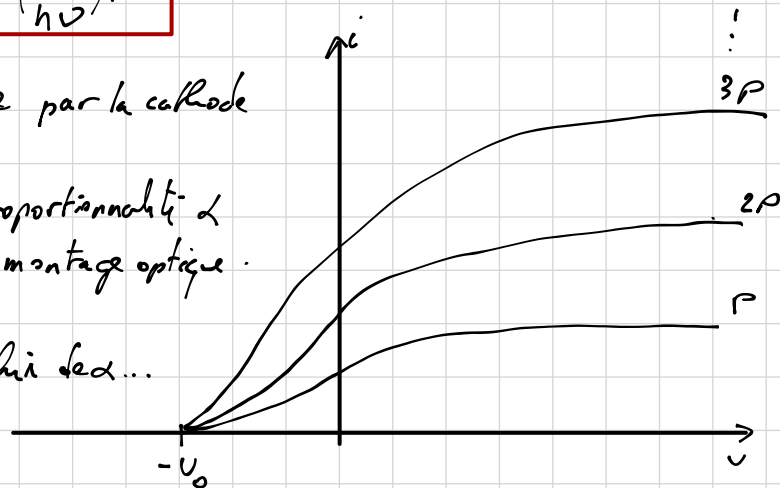
le nombre d'électrons est $dN_e = \eta dN$

$$I_{\text{sat}} = \frac{dN_e}{dt} e = \eta e \frac{dN}{dt} = \left(\frac{\eta e}{h\nu}\right) P \quad \text{oh observation iii)}$$

! Dans cette expression P est la puissance reçue par la cathode et pas celle émise par la source lumineuse.

bien sur $P = \alpha P_{\text{émise}}$ mais la constante de proportionnalité α dépend de la géométrie (distance / angles) du montage optique.

$$I_{\text{sat}} = \left(\frac{\alpha \eta e}{h\nu}\right) P_{\text{émise}} \quad \text{et pas facile de s'affranchir de ça...}$$



28) C'est un exercice de mathématiques qui n'a sans doute pas sa place dans une telle épreuve

$$\bar{n}^2 = \sum_{n=0}^{+\infty} n^2 P_n = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n+1} n^2 x^n$$

$$\text{or } \sum_{n=0}^{+\infty} (n+1)(n+2) x^n = \frac{d^2}{dx^2} \left(\sum_{n=0}^{+\infty} x^{n+2} \right) = \frac{d^2}{dx^2} \left(\sum_{n=0}^{+\infty} x^n \right) = \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1}{1-x} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{(1-x)^2} \right) = \frac{2}{(1-x)^3}$$

$$\text{et } \sum_{n=0}^{+\infty} (n+1)(n+2) P_n = \sum_{n=0}^{+\infty} n^2 P_n + 3 \sum_{n=0}^{+\infty} n P_n + 2 \sum_{n=0}^{+\infty} P_n$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{\left(\frac{1}{n+1}\right)} = n+1.$$

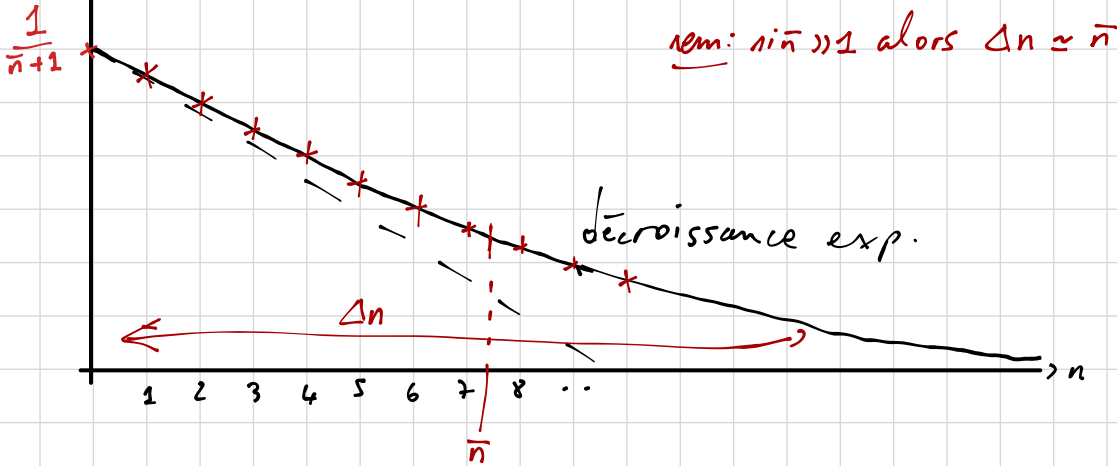
28) mite d'on $\bar{n} = \frac{2}{(\bar{n}+1)} (\bar{n}+2)^3 - 3\bar{n} - 2 = 2(\bar{n}+1)^2 - 3\bar{n} - 2$

(7)

d'on $(\Delta n)^2 = \bar{n}^2 - \bar{n}^2 = \bar{n}^2 + \bar{n} = \bar{n}(\bar{n}+1)$.

$\Delta n = \sqrt{\bar{n}(\bar{n}+1)}$

29



30) $P = \phi h\nu$ puisque chaque photon transporte une énergie $h\nu$.

$\phi = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc}$

AN: $\phi = \frac{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-7}}{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,0 \cdot 10^{25} \cdot s^{-1}$

$3 \times 6,6 \approx 20$
à 2 CS.

durée moyenne entre 2 émissions $\frac{1}{\phi} \sim 5,0 \cdot 10^{-26} s$.

31) on subdivise τ en N intervalles élémentaires.

on note p la probabilité qu'un photon soit émis pendant un intervalle élémentaire

photons émis

$\times \cup \times \cup \dots \cup \times \cup \times$ N intervalles

proba individuelle $(1-p)$ (pas de photons émis).

on place p fois un photon dans chaque case car on néglige les émissions multiples.

(oh si $\delta t \rightarrow 0 \Rightarrow N \rightarrow +\infty$)

$\Rightarrow \binom{N}{p}$ configurations de proba individuelles $p^n (1-p)^{N-n}$.

on a bien une loi binomiale $P_n = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n}$.

formulaire: $\bar{n} = Np \Rightarrow p = \frac{\bar{n}}{N}$ résultat intuitif.

rem: il n'y a pas de question 32...

33) $\Delta n^2 = N \left(\frac{\bar{n}}{N} \right) \left(1 - \frac{\bar{n}}{N} \right) \approx \bar{n}$ si $\bar{n} \ll N$. soit $\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$ si $N \gg \bar{n}$.

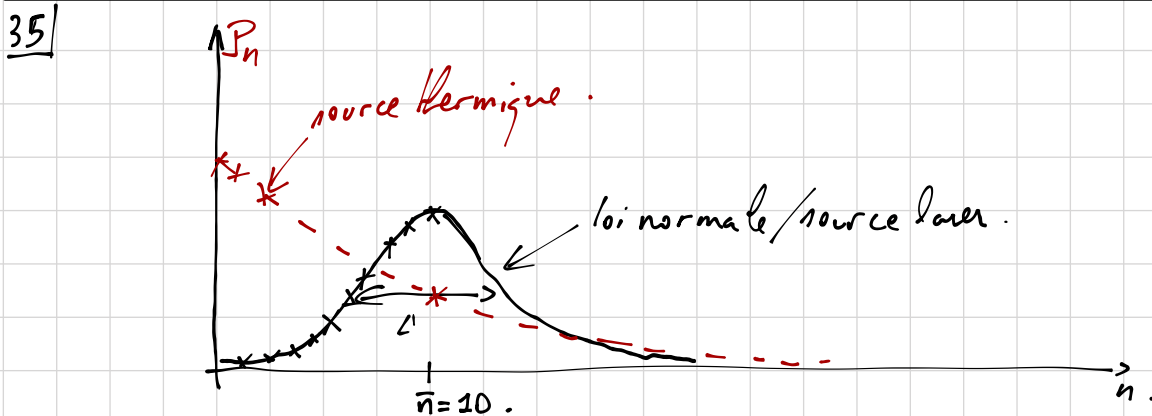
pour le rayonnement thermique $\Delta n = \bar{n}$

ainsi si $\bar{n}$ grand $\Delta n_{\text{laser}} \ll \Delta n_{\text{thermique}}$ le laser est beaucoup plus stable.

34) on a $(1-p)^{N-n} = \exp \left((N-n) \ln \left(1 - \frac{\bar{n}}{N} \right) \right) \sim e^{-\bar{n}}$

34) suite. soit $P_n \underset{N \rightarrow \infty}{\sim} \left(\frac{N!}{N-n!n!} \right) \left(\frac{\bar{n}}{N} \right)^n \underbrace{e^{-\bar{n}}}_{p^n (1-p)^{N-n}} \underset{\substack{\rightarrow 1 \\ N \rightarrow \infty}}{\sim} \left(\frac{N!}{(N-n)!N^n} \right) \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$ (8)

on a donc bien $P_n \underset{N \rightarrow \infty}{\longrightarrow} \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$ loi de Poisson.



36) entrée de la dynode 1: $1e^- \Rightarrow$ sortie de la dynode 1: $2e^-$
 $\Rightarrow$ sortie de la dynode 2: 2^2 électrons
 $\Rightarrow$... sortie de la dynode k: 2^k électrons

$i = \frac{\delta q}{\delta t_{pic}}$ où δt_{pic} est la largeur typique d'un pic et $\delta q = -e \frac{\delta N}{\text{nombre d'électrons}}$

et $U_{max} = -R_0 i \Rightarrow U_{max} \sim \frac{R_0 2^k e}{\delta t_{pic}} = \frac{10^3 2^{20} 2 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 10^{-8}} \sim 1 \cdot 10^{-2} V.$

largement détectable.

37) $P = R P_1$ et $P_2 = R i_R^2 = \frac{\Delta U^2}{R} \Rightarrow P = \frac{k(\Delta U)^2}{R}$

$R = \frac{k(\Delta U)^2}{P} = \frac{20 \times 10^4}{2} = 1 \cdot 10^5 \Omega$

on applique le TEC à $1e^-$ entre son départ d'une dynode et son arrivée sur la suivante.

$\Delta E_c = e \Delta U$

on a ainsi $\Delta E_c = 100 eV \gg U_{gap} \sim 2,2 eV$ c'est pourquoi l'impact d'un électron peut permettre d'en arracher plusieurs.

38) on utilise Q30 et Q27: $\Gamma = \eta \phi = \frac{\eta P}{h\nu} = \frac{\eta P \lambda}{hc}$

39) on lit sur la figure 6b: $\frac{\Gamma}{P} = 10^5 \cdot 10^{\frac{155}{22}} \approx 3,5 \cdot 10^5 \text{ Hz} \cdot \text{pW}^{-1} = 3,5 \cdot 10^{17} \text{ Hz} \cdot \text{W}^{-1}$
à $\lambda = 400 \text{ nm}$
comme on est sans calculatrice on approxime à:

$\eta = \frac{hc \frac{\Gamma}{P}}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \times 6,6 \cdot 10^{-34} \times 3,5 \cdot 10^{17}}{4 \cdot 10^{-7}} \approx \frac{7}{40} \approx \frac{1}{6}$

40. on doit avoir $\frac{1}{\tau} \gg \delta t_{pic}$ c'est à dire un intervalle de temps moyen entre 2 pic supérieur à la largeur d'un pic sinon les pics se mêlent / ne se distinguent pas / et le détecteur n'arrive pas à les distinguer.

ainsi $P \leq \frac{1}{\delta t_{pic}} = P_{max} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-8}} = 5 \cdot 10^7 \text{ Hz}$

l'ordre de grandeur correspond assez bien aux mesures de la figure 6.a) régime linéaire jusqu'à 10^7 Hz environ et saturation à $4 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ environ.

et $\frac{1}{\tau} = \left(\frac{P}{P_0}\right) \frac{1}{P} \gg \delta t_{pic} \Rightarrow P \leq \frac{1}{\left(\frac{P}{P_0}\right) \delta t_{pic}} = P_{max}$ AN:

AN: pour $\lambda = 400 \text{ nm}$ $P_{max} = \frac{1}{3,5 \cdot 10^{17} \times 2 \cdot 10^{-8}} = \frac{1}{7} 10^{-9} \sim 1,4 \text{ nW}$ valeur très faible:
 * fort risque de saturation $\Rightarrow$ à éviter
 mais à l'inverse, grande sensibilité aux faibles puissances

41. Encore une question qui aurait plus sa place dans un problème de Maths
 $P_n = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}$ $\Gamma = \frac{\eta P}{h\nu} = \frac{\eta P \lambda}{hc}$ et

$\bar{n} = \Gamma \tau = \frac{\eta P \lambda \tau}{hc} = \frac{1}{4} \frac{10^{-13} \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^{-25}} = 5 \cdot 10^3$

et cf. texte P13 $\Delta n \sim \sqrt{\bar{n}} \sim 7 \cdot 10^1$

42. pour une statistique de Poisson $SNR = \frac{\bar{n}}{\Delta n} = \sqrt{\bar{n}} \propto \sqrt{P}$.
 on peut vérifier cette dépendance de SNR en fonction de P et vérifier qu'en échelle log-log on a bien une droite de pente 1/2.
 (par exemple pour l'origine thermique on aurait SNR sensiblement indépendant de P).
 il s'agit alors d'une "validation indirecte": la loi de Poisson est possible car conforme aux observations.

43. $L_c = c \tau_c = \frac{c \lambda^2}{\Delta \lambda}$ $\tau_c = \frac{\lambda^2}{c \Delta \lambda} = \frac{(10^{-6})^2}{3 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^{-7}} = 10^{-24} \text{ s}$

44. $\tau_c \ll \delta t_{pic}$ temps de réponse du récepteur $\Rightarrow$ il est très difficile d'observer les fluctuations d'intensité à l'échelle temporelle τ_c car beaucoup plus rapide que le détecteur.

45. rem: si $N_m = 1$ on retrouve bien l'expression de la question 28.

$\Delta n = \sqrt{\bar{n} \left(1 + \frac{\bar{n}}{N_m}\right)}$ donc

si $N_m \gg \bar{n}$ alors $\Delta n \approx \sqrt{\bar{n}}$ on retrouve le résultat d'une statistique de Poisson
 donc pour observer des fluctuations de Bose-Einstein aux temps de détection accessibles exp. il faut une source très monochromatique pour avoir τ_c plus grand et n'exciter qu'un seul mode.

