NOM - Prénom :

DS-7bis (Mines-Centrale) - Barème

	👎	👍	👍👍
Connaissance du cours			
Quantité de questions traitées			
Détail/Rigueur de la rédaction			
Utilisation appropriée de schémas			
Soin de la rédaction			
Commentaires pertinents			

	Problème 1 : L'atmosphère de Mars et son échappement (d'après CCS-PC-2022)	élève	prof	max
Q.1	• $\vec{P} = \vec{F}_{\text{gravit}} + \vec{F}_{\text{ie}}$ • $\vec{F}_{ie}$ négligeable pour Mars			1
Q.2	• $\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\,\overrightarrow{u_{12}}$ • Schéma			1
Q.3	• $q \leftrightarrow m$, $1/4\pi\varepsilon_0 \leftrightarrow -G$, $\vec{E} \leftrightarrow \vec{g}$ • $\phi(\vec{g}/S_F) = -4\pi G\, M_{\text{int}}$			1
Q.4	• Étude symétries et invariances : $\vec{g} = g(r)\,\overrightarrow{e_r}$ • Thm Gauss : $g(r) = -G\frac{m_n}{r^2}$ • BONUS si schéma			$1_{(+0.5)}$
Q.5	• $\vec{g}(M) = \left(\frac{R_m^2}{r^2}\right)\vec{g_0}$ • $g_0 = 3.73$ m.s^{-2}			1
Q.6	• $\overrightarrow{\text{grad}}\,P = \mu\,\vec{g} = \mu(r) g_0\,\overrightarrow{u_r}$ • $\frac{\partial P}{\partial r} = -\mu(r) g_0$ • BONUS si P et μ indépts de θ et φ.			$1_{(+0.5)}$
Q.7	• GP isotherme : $\mu(r) = \frac{MaP(r)}{RT_0}$ • $\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{M_a g_0}{RT_0}\,P(r) \Rightarrow P(r) = C_0 \exp(-\frac{M_a g_0\, r}{RT_0})$ • $H = \frac{RT_0}{M_a g_0}$ et $C_0 = P_0 \exp(\frac{R_m}{H})$ • $P(r) = P_0 \exp(-\frac{r-R_m}{H})$			1.5
Q.8	• $M_a = 0{,}96M(CO_2) + 0{,}02M(Ar) + 0{,}02M(N_2) = 44$ g.mol^{-1} • $H = 10.7$ km			1
Q.9	• $\mu(r) = \frac{M_a g_0}{RT_0} P_0 \exp(-\frac{r-R_m}{H})$ et $\mu_0 = \frac{M_a g_0}{RT_0}$			0.5
Q.10	• $m_{\text{atm}} = \iiint \mu(r)\, r^2 \mathrm{d}r \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi$ • $m_{\text{atm}} = 4\pi\mu_0 \int_{R_m}^{+\infty} r^2 \exp(-\frac{r-R_m}{H})\,\mathrm{d}r$ • Chgt var. $u = \frac{r-R_m}{H}$: $m_{atm} = 4\pi\mu_0 H \int_0^{+\infty} (Hu + R_m)^2 \exp(-u)\,\mathrm{d}u$ • $m_{\text{atm}} = 4\pi\mu_0 H\,(2H^2 + 2HR_m + R_m^2)$ • $m_{\text{atm}} = \frac{4\pi P_0}{g_0}\,(2H^2 + 2HR_m + R_m^2)$ • $m_{\text{atm}} = 2.34{\times}10^{16}$ kg			3
Q.11	• On prend $a = 10^{-10}$m • $\ell_0 = \frac{RT_0}{a^2 \mathcal{N}_a P_0} = 0.5$ mm $= 500$ μm • Petit à l'échelle macroscopique mais $\gg$ taille molécule			1.5
Q.12	• En $r_m + e$: $\ell = H$ et $\ell = \frac{Ma}{a^2 \mathcal{N}_a \mu_0 \exp(-e/H)} = \ell_0 \exp(e/H)$ • $e = H \ln\left(\frac{H}{\ell_0}\right)$ • $e = 1.8{\times}10^2$ km • Résultat cohérent avec énoncé			2
Q.13	• Vitesse de libération d'une particule de masse m située en $r = R_m + e$: $E_m = \frac{1}{2} m v_\ell^2 - G\frac{m m_n}{R_m + e} = 0$ • $v_\ell = \sqrt{\frac{2Gm_m}{R_m+e}}$ avec $Gm_m = R_m^2 g_0$ • $v_\ell \approx \sqrt{2R_m g_0}$ car $e \ll R_m$ • $v_\ell \approx 5.0{\times}10^3$ m.s^{-1} • Molécules de H_2possèdent très majoritairement une vitesse supérieure à v_ℓ : absence dans atmosphère martienne • Par contre, éléments les plus lourds seront conservés par l'atmosphère, c'est le cas ici du CO_2 et en moindre quantité Ar et N_2.			3

Total			18.5

	Problème 2 : Autour d'une centrale nucléaire (d'après CCS-PSI-2024)	élève	prof	max
Q.1	• $S_{tot} = NH\pi d$ • $S_{tot} = 4.53 \times 10^3\ m^2$			1
Q.2	• BONUS si schéma avec sens des échanges thermiques • Bilan d'énergie interne (ou premier principe) à la tranche de hauteur H entre r et $r+dr$ et t et $t+dt$ • $d(\delta U) = \delta^2 Q + \delta^2 W$ • $\delta^2 W = 0$ car $V = cste$ • $d(\delta U) = 0$ en régime stat. • $\delta^2 Q = [\phi(r) - \phi(r+dr) + N\mathcal{P}_V 2\pi r H dr]\, dt$ • $-\frac{d\phi}{dr} + N\mathcal{P}_V 2\pi H r = 0$ • $\phi = \iint \overrightarrow{j}_{th} \cdot \overrightarrow{dS}$ • Loi de Fourier : $\overrightarrow{j}_{th} = -\lambda_2 \frac{dT}{dr} \overrightarrow{u}_r$ • $\phi(r) = -2\pi r N H \lambda_2 \frac{dT}{dr}$ • $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right) + Ar = 0$ avec $A = \frac{\mathcal{P}_V}{\lambda_2}$			5(+0.5)
Q.3	• Intégration $\Rightarrow \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -\frac{Ar}{2} + \frac{B}{r}$ • $B = 0$ pour éviter divergence de ϕ en $r = 0$ • $T(r) = T_2 + \frac{\mathcal{P}_V}{4\lambda_2}\left(R_3^2 - r^2\right)$			1.5
Q.4	• Continuité du flux en $r = R_3$ • Newton : $P_1 = \phi_{cc}(R_3) = 2\pi R_3 N H h_2 (T_2 - T_3)$ • $R_3 = \frac{d}{2} - e$ • $T_3 = T_2 - \frac{P_1}{\pi(d-2e)NHh_2}$			2
Q.5	• Pas de source dans la gaine $\Rightarrow$ idem $Q.2$ avec $\mathcal{P}_V = 0$ • $\forall\ r \in [R_3; R_4]\ \phi(r) = cste = P_1$ en régime stationnaire sans source ni puits • $\phi\left(R_3 < r < R_4\right) = -\lambda_3 \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} 2\pi r N H = P_1$ • $T\left(R_3 < r < R_4\right) = T_4 + \frac{P_1 d}{2\lambda_3 S_{\text{tot}}} \ln\left(\frac{R_4}{r}\right)$			2
Q.6	• Par continuité du flux en $r = R_4$: $P_1 = \phi_{cc}(R_4)$ • $P_1 = S_{\text{tot}} h_4 \left(T_4 - T_5\right)$ • $T_4 = T_5 + \frac{P_1}{S_{\text{tot}} h_4}$ • $T_4 = 328\ °C$ • $T_3 = T_4 + \frac{P_1 d}{2\lambda_3 S_{\text{tot}}} \ln\left(\frac{d}{d-2e}\right)$ • $T_4 = 352\ °C$ • $T_2 = T_3 + \frac{P_1}{\pi(d-2e)NHh_2} = 422\ °C$ • $P_1 = P_V \pi R_3^2 N H$ • $T_1 = T_2 + \frac{P_V R_3^2}{4\lambda_2} = T_2 + \frac{P_1}{4\pi\lambda_2 N H}$ • $T_1 = 838\ °C$ • BONUS si cohérent car température de plus en plus élevée au centre			5(+0.5)
Q.7	• Courbe $T(r)$ avec axes • Allure parabolique entre $r = 0$ et $r = R_3$ • Allure globalement décroissante • Présence de discont. en $r = R_3$ et $r = R_4$ • Température constante entre $r = R_4$ et $r = R_5$			2.5
Q.8	• Panne de pompe $\Rightarrow$ risque de vaporisation • Moins bon coefficient d'échange si vapeur $\Rightarrow$ risque d'emballement • BONUS si mention Three Mile Island ou Fukushima • Augmentation évacuation puissance en augmentant débit fluide caloporteur			1.5(+0.5)
Q.9	• Premier principe industriel à la tranche d'épaisseur dz • BONUS si schéma • Régime stationnaire • $\Delta\left[h + \frac{c^2}{2} + gz\right] = q + w_u$ • Variation d'énergie mécanique négligée • Pas de pièce mobile $\Rightarrow w_u = 0$ • $D_m(h(z+\mathrm{d}z) - h(z)) = \delta Q$ • 2^{nde} loi de Joule $h = c_5 T$ (phase condensée) • Pas de transfert thermique sur la partie externe en $r = R_5$ • Transfert thermique en $r = R_4$ venant du combustible $\Rightarrow \delta Q = P_V(z)\pi R_4^2\ \mathrm{d}z$ • $D_m c_5 \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = P_V(z)\pi R_4^2$			5(+0.5)

Q.10	• $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{\pi R_4^2 P_0}{D_m c_5} \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$ • $T_s - T_e = \frac{2R_4^2 H P_0}{D_m c_5}$ • $T(z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)$ • BONUS si cohérence de l'allure de $P(z)$ avec maximum au milieu du crayon • BONUS si $T_s > T_e$ cohérent car chaleur récupérée par le fluide			1.5(+1)
Q.11	• Continuité du flux en $r = R_4$ entre z et $z + dz$ en régime stationnaire • $P_V(z)\pi R_4^2 \,\mathrm{d}z = h_{cc}\left(T_p(z) - T(z)\right) 2\pi R_4 \,\mathrm{d}z$ • $T_p(z) = T(z) + \frac{P_0 R_4}{2h_{cc}} \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$ • $T_p(z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) + \frac{D_m c_5 (T_s - T_e)}{4h_{cc} R_4 H} \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$ • $\frac{T_p(z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{2}\left[1 + B\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + C \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right]$ avec $B = -1$ et $C = \frac{D_m c_5}{2h_{cc} R_4 H}$			2.5
Q.12	• Idem Q.3 à adapter avec dépendance en z • $T(r,z) - T_p(z) = \frac{P_V(z)}{4\lambda_2}\left(R_4^2 - r^2\right)$ • Utilisation de Q.10 et Q.11 • $\frac{T(r,z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{2}\left[1 + D\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right] + \left[E + F\left(1 - \frac{r^2}{R_4^2}\right)\right] \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$ • $D = -1$ • $E = \frac{C}{2} = \frac{D_m c_5}{4h_{cc} R_4 H}$ • $F = \frac{D_m c_5}{8\lambda_2 H}$			3.5
Q.13	• $T_c(z) = T(0,z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2}\left[1 + D\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + 2(E+F)\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right]$ • $T_c(z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + \frac{D_m c_5}{2H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2}\right)\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right]$			1
Q.14	• Dérivation de $T_c(z)$ et recherche de z_{max} tel que $\frac{dT_c}{dz}(z_{max}) = 0$ • $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = \frac{T_s - T_e}{2}\frac{H}{\pi}\left[\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) + \frac{D_m c_5}{2H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right]$ • $\frac{dT_c}{dz}(z_{max}) = 0 \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi z}{H}\right) = -\frac{D_m c_5}{2H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2}\right)$ • $0 < z < H \Rightarrow \frac{\pi z_{max}}{H} = \pi - \arctan\left(\frac{D_m c_5}{2H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2}\right)\right)$ • $z_{max} = H - \frac{H}{\pi}\arctan\left(\frac{D_m c_5}{2H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda_2}\right)\right)$ • $z_{max} = 1.86\ m$ • BONUS si cohérent car $T_{c,max} \simeq H/2$ (milieu du crayon) • $T_{c,max} = 971\ °C$ • $T_{c,max} < T_{fus,combustible} = 2800\ °C \Rightarrow$ sureté OK			4(+0.5)
Q.15	• Puissance à évacuer nulle en $z = 0$ et $H \Rightarrow T_p(0) = 284°\mathrm{C}, T_p(H) = 322°\mathrm{C}$ • Puissance maximale à évacuer au centre du crayon donc $T_{p,max}$ en $z \simeq H/2$ • Le fluide se réchauffe en montant et permet moins bien d'évacuer la chaleur produite pour z grand $\Rightarrow T_{p,max}$ en $z > H/2$ • $T_{p,max} \simeq 337\ °C < 345\ °C = T_{vap,eau}(P = 155\ bar) \Rightarrow$ sureté OK			2
Q.16	• Définition d'un système fermé Σ^* à t et $t + dt$ à partir du système ouvert Σ • Pas de variation d'énergie mécanique macro $\Rightarrow \mathrm{d}U_{\Sigma^*} = \delta W + \delta Q$ (1^{er} ppe) • Schéma • $U_{\Sigma^*}(t) = U_\Sigma(t) + \delta m_{\text{entrant}}\ u_e = U_\Sigma(t) + D_m u_e\ \mathrm{d}t$ • $U_{\Sigma^*}(t + \mathrm{d}t) = U_\Sigma(t) + \delta m_{\text{sortant}}\ u_s = U_\Sigma(t + \mathrm{d}t) + D_m u_s\ \mathrm{d}t$ • Régime stationnaire $\Rightarrow U_\Sigma(t + dt) = U_\Sigma(t)$ et débit D_m constant • $\mathrm{d}U_{\Sigma^*} = U_{\Sigma^*}(t + \mathrm{d}t) - U_{\Sigma^*}(t) = D_m\left(u_s - u_e\right)\mathrm{d}t$ • $\delta W_{pression} = \left(p_e S_e v_e - p_s S_s v_s\right)\ \mathrm{d}t$ • $\delta W_{pression} = \left(\frac{p_e}{\mu_e} - \frac{p_s}{\mu_s}\right) D_m\ \mathrm{d}t$ • $\delta W_u = \mathcal{P}_u dt$ • $\delta W = \delta W_{pression} + \delta W_u$ • $\delta Q = \mathcal{P}_{th} dt$ • $D_m\left(u_s + \frac{P_s}{\mu_s} - u_e - \frac{P_e}{\mu_e}\right) = D_m\left(h_s - h_e\right) = \mathcal{P}_\mathrm{u} + \mathcal{P}_\mathrm{th}$ • $w_u = \mathcal{P}_\mathbf{u}/D_m$ et $q = \mathcal{P}_\mathrm{th}/D_m$ • $h_s - h_e = w_u + q$ • 1^{er} ppe industriel			8.5
Q.17	• Formulaire $\Rightarrow \Delta S = C \ln\left(\frac{T_\text{sortie}}{T_\text{entrée}}\right)$ • BONUS si démo avec 2^{nde} id. thermo. • Isentropique $\Delta S = 0$ donc $T_0 = T_1$ • 2^{nde} loi de Joule : $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta h = 0$ • Isentropique verticale dans le diagramme			2(+0.5)
Q.18	• Dénominations sur le diagramme : courbes d'ébullition et de rosée, isentropiques, isenthalpes, isobares et isothermes • Allure globale du cycle • Placement correct des points 0, 1, 1' 2, 2' et 3			1.5
Q.19	• Sortie de la turbine $\longrightarrow$ point 3 (mélange diphasé) • x calculé avec $s_3 = x s_V(0,04\text{bar}) + (1-x) s_L(0,04\text{bar})$ (ou th. des moments) • $x = 0.78$ • BONUS si cohérent car point 3 plus près de la phase vapeur • h_3 calculé avec $h_3 = x h_V(0,04\text{bar}) + (1-x) h_L(0,04\text{bar})$ (ou lecture directe) • $h_3 = 2.01 \times 10^3\ \text{kJ} \cdot\ \text{kg}^{-1}$			2.5(+0.5)

Q.20	• $\eta = \frac{w_u}{q}$ • BONUS si énergie des pompes négligées • 1^{er} ppe à $2' \longrightarrow 3$ adiabatique dans la turbine • $-w_u = h_3 - h_{2'}$ • $w_{reçu\ par\ le\ fluide} = -w_u$ • 1^{er} ppe à $1 \longrightarrow 2'$ sans pièce mobile dans le générateur de vapeur • $q = h_{2'} - h_1$ • $\eta = \frac{h_{2'}-h_3}{h_{2'}-h_1}$ • Enthalpies massiques calculées ou lues sur le diagramme • $\eta = 0.42$ • BONUS si rendement classique pour une centrale			4.5(+1)
Q.21	• 1^{er} et 2^{nd} ppes industriels sur un cycle, appliqué au fluide • $\Delta H_{\text{cycle}} = 0 = Q_C + Q_F + W$ et $\Delta S = 0 = \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}$ • H et S fonctions d'états et fonctionnement supposé réversible • $\eta_C = \frac{-W}{Q_C}$ • $\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}$ • $T_C = T_{2'} = 773$ K et $T_F = T_0 = 302$ K • $\eta_C = 0.61$ • $\eta < \eta_C$ car cycle réel irréversible			4
Q.22	• Attention : question mal posée ! • 0.5 par bonne idée			?
Q.23	• 0.5 par bonne idée			?

Total			63
TOTAL			81.5