Interférences lumineuses entre deux ondes.
Exemple des trous d'Young

Table des matières

I. Interférences entre deux signaux lumineux

1) Terme d'interférences

Considérons une région de l'espace dans laquelle se superposent deux faisceaux lumineux (l'origine des deux faisceaux n'est pas importante pour le moment). En un point M de cette zone on a :

L'intensité lumineuse en M s'écrit :

$$\begin{aligned} I(M) &= \langle a^2(M,t)\rangle_{T_d} = \langle (\, a_1(M,t) + a_2(M,t)\,)^2 \rangle_{T_d} \\ &= \langle a_1^2(M,t) + a_2^2(M,t) + 2\, a_1(M,t)\, a_2(M,t)\rangle_{T_d} \\ &= \langle a_1^2(M,t)\rangle_{T_d} + \langle a_2^2(M,t)\rangle_{T_d} + 2\langle a_1(M,t)\, a_2(M,t)\rangle_{T_d} \end{aligned}$$

Analyse :

- $\langle a_1^2(M,t)\rangle_{T_d} = I_1(M)$; c'est l'intensité du faisceau lumineux 1.
- $\langle a_2^2(M,t)\rangle_{T_d} = I_2(M)$; il s'agit de l'intensité du faisceau lumineux 2.

On a donc :

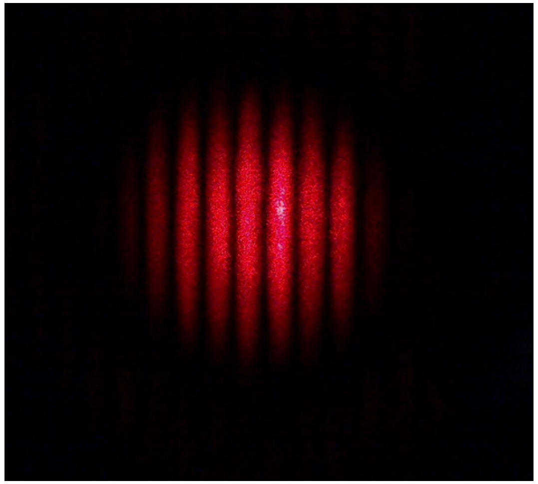
$$\boxed{I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\langle a_1(M,t)\, a_2(M,t)\rangle_{T_d} \neq I_1(M) + I_2(M)}$$

En conclusion, l'intensité lumineuse en M n'est pas simplement la somme des intensités lumineuses dues à chaque faisceau. Le terme supplémentaire :

$$\boxed{I_{12}(M) = 2\langle a_1(M,t)\, a_2(M,t)\rangle_{T_d}}$$

est appelé **terme d'interférence**. On dit que les deux faisceaux lumineux *interfèrent* au point M.

Superposition de deux faisceaux d'un laser Hélium-Néon sur un écran. L'intensité n'est pas la somme des deux intensités : il y a notamment des bandes noires d'intensité nulle et pourtant les deux faisceaux se recouvrent bien dans ces régions aussi !



Définition 1. *Champ d'interférences*

On appelle *champ d'interférence* (C.I.) la zone de l'espace où se superposent les deux signaux lumineux. En tout point M du C.I. se coupent deux rayons lumineux.

On va cependant voir qu'il est très dur d'obtenir des interférences. Il y a des conditions très précises à respecter.

2) Cas où les deux faisceaux lumineux proviennent de deux sources différentes

Lorsque les deux faisceaux lumineux sont issus de deux sources ponctuelles différentes, *on n'observe jamais d'interférences*. L'intensité en M est toujours la somme des intensités de chaque faisceau :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M)$$

On dit que les deux signaux sont **spatialement incohérents**.

La cause est due au mécanisme d'émission de la lumière. Les signaux $a_1(M,t)$ et $a_2(M,t)$ sont chaotiques et à variation temporelle très rapide. Chacun est formé d'une succession temporelle de signaux élémentaires émis par les atomes de chaque source, qui émettent de façon totalement indépendante.

Il en résulte que $a_1(M,t)$ et $a_2(M,t)$ n'ont **aucune corrélation entre eux** : on a deux signaux totalement indépendants l'un de l'autre, et la théorie du signal montre alors que :

$$\langle a_1(M,t)a_2(M,t)\rangle_{T_d} = \langle a_1(M,t)\rangle_{Td} \times \langle a_2(M,t)\rangle_{T_d} = 0$$

puisque chaque signal est de valeur moyenne nulle.

3) Obtention des interférences

Une condition **nécessaire**, mais non suffisante pour obtenir des interférences est que les deux signaux $a_1(M,t)$ et $a_2(M,t)$ *soient issus de la même source ponctuelle S* et qu'ils soient décalés temporellement.

En pratique on utilise deux types de montages :

a) Les montages à division du front d'onde

b) Les montages à division d'amplitude

II. Étude de l'intensité lumineuse

1) Expression de l'intensité en M

La source ponctuelle S émet le signal lumineux $a(S,t) \overset{\text{noté}}{=} a(t)$, supposé stationnaire d'ordre 2 (ce qui, rappelons-le, est aussi quasiment le cas avec une excellente approximation si $a(t)$ est monochromatique). L'intensité lumineuse émise par S est :

$$I_S = \langle a^2 \rangle_{T_d}$$

On note :

- $\tau_1(M) = \frac{(SM)_1}{c}$ (resp. $\tau_2(M) = \frac{(SM)_2}{c}$) le temps de propagation de S à M le long du rayon lumineux 1 (resp. du rayon lumineux 2) passé par la voie 1 (resp. la voie 2).
- $\boxed{\tau(M) = \tau_1(M) - \tau_2(M)}$ le *décalage temporel* au point M. On a :

$$\boxed{\tau(M) = \frac{(SM)_1 - (SM)_2}{c} = \frac{\delta(M)}{c} \quad \text{avec} \quad \delta(M) = (SM)_1 - (SM)_2}$$

  $\delta(M)$ est la *différence de marche* au point M.

Remarque :

$\tau(M)$ et $\delta(M)$ dépendent de la position du point M dans le champ d'interférences mais, par commodité, on les notera plus simplement τ et δ.

.

Tableau résumé : τ_c est le temps de cohérence et ℓ_c la longueur de cohérence.

$\lvert\tau\rvert \ll \tau_c$ donc $\lvert\delta\rvert \ll \ell_c$	$\lvert\tau\rvert \approx \tau_c$ donc $\lvert\delta\rvert \approx \ell_c$	$\lvert\tau\rvert \gg \tau_c$ donc $\lvert\delta\rvert \gg \ell_c$
I_{12} non négligeable. On dit que les deux signaux $a_1(t)$ et $a_2(t)$ sont *temporellement cohérents.* C'est la **zone de cohérence temporelle**.	Il n'y a pas d'expression simple de l'intensité $I(M)$. C'est la zone de **cohérence temporelle partielle**.	$g_n(\tau) \approx 0$ donc $I_{12} \approx 0$. On a : $\boxed{I(M) = I_1 + I_2}$ On dit que les deux signaux sont *temporellement incohérents.* C'est la **zone d'incohérence temporelle**.

Formule utilisée en pratique :

$$|\kappa_1| = \sqrt{\frac{I_1}{I_S}} \quad \text{et} \quad |\kappa_2| = \sqrt{\frac{I_2}{I_S}}$$

1er **cas** : $\kappa_1\kappa_2 > 0 \implies \kappa_1\kappa_2 = |\kappa_1||\kappa_2| = \dfrac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_S}$.

2$^{\text{ème}}$ **cas** : $\kappa_1\kappa_2 < 0 \implies \kappa_1\kappa_2 = -|\kappa_1||\kappa_2| = -\dfrac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_S}$.

La *formule de Fresnel* devient :

$$\boxed{I(M) = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}\, g_n(\tau)}$$

Cas particulier courant : $|\kappa_1| = |\kappa_2|$ donc $I_1 = I_2 \overset{\text{noté}}{=} I_0$

$$\boxed{I(M) = 2I_0\ (1 \pm g_n(\tau))}$$

Remarque :

Comme g_n est une fonction paire, on aurait pu définir $\tau = \tau_2 - \tau_1$ donc $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$ ce qui ne change rien à l'intensité $I(M)$.

2) Cas d'un signal monochromatique

a) Expression de la formule de Fresnel

On suppose que $a(t) = A_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Dans ce cas on a vu que $g_n(\tau) = \cos(\omega_0 \tau)$. Il s'ensuit que la formule de Fresnel devient :

$$\boxed{I(M) = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}\,\cos(\omega_0 \tau) = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}\,\cos\left(\frac{\omega_0 \delta}{c}\right)}$$

Remarque :

Le cas d'une lumière monochromatique est très particulier. Il correspond à $\tau_c \longrightarrow +\infty$ donc $\ell_c \longrightarrow +\infty$. *La zone de cohérence temporelle s'étend à tout le champ d'interférences.*

Déphasage :

Pour éviter le $\pm$ on préfère mettre $I(M)$ sous la forme :

$$\boxed{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\cos\left[\,\Delta\varphi(M)\,\right]}$$

avec :

$$\Delta\varphi(M) = \begin{cases} \omega_0 \tau & \text{si} \quad \kappa_1 \kappa_2 > 0 \\ \omega_0 \tau + \pi & \text{si} \quad \kappa_1 \kappa_2 < 0 \end{cases}$$

$\Delta\varphi(M)$ est le *déphasage* au point M entre les deux signaux $a_1(M,t)$ et $a_2(M,t)$.

Dans le cas particulier où $I_1 = I_2 \overset{\text{noté}}{=} I_0$ on obtient :

$$\boxed{I(M) = 2I_0\,\left(\,1 + \cos(\Delta\varphi(M))\,\right)}$$

b) Calcul direct de l'intensité

Un point important est de savoir calculer directement l'intensité $I(M)$ dans le cas monochromatique sans passer par la fonction d'autocorrélation g.

c) Ordre d'interférence et contraste

Définition 1. Ordre d'interférence

On appelle *ordre d'interférence* au point M le nombre réel défini par :

$$p(M) = \frac{\Delta\varphi(M)}{2\pi} \iff \Delta\varphi(M) = 2\pi\, p(M)$$

L'intensité s'écrit alors sous la forme :

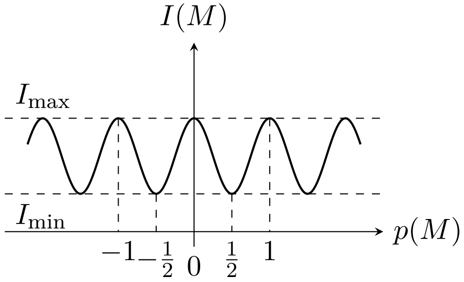
$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\, \cos\left[\, 2\pi\, p(M)\, \right]$$

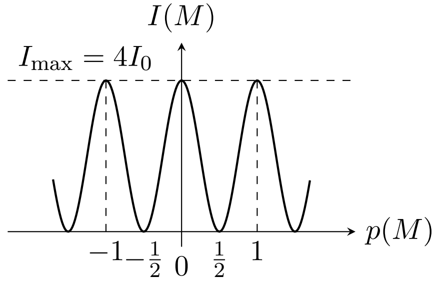
Définition 2. Contraste

Le contraste est le nombre réel positif défini par :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Propriétés :

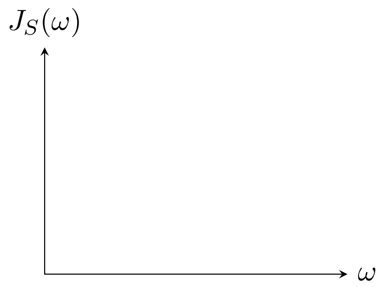




3) Cas d'une raie quasi-monochromatique

On suppose dans cette partie que le signal lumineux $a(t)$ émis par la source ponctuelle S est formé d'une seule raie quasi-monochromatique de pulsation centrale ω_0 et de largeur à mi-hauteur $\Delta\omega_{1/2}$. Rappelons que dans ce cas, le temps de cohérence τ_c vérifie en ordre de grandeur :

$$\tau_c \times \Delta\omega_{1/2} = 2\pi$$



On revient à la forme générale de la formule de Fresnel :

$$I(M) = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}\, g_n(\tau)$$

Prenons les deux exemples typiques d'une raie à profil lorentzien et d'une raie à profil gaussien. Les calculs de g_n ont été faits dans le chapitre précédent :

- **Raie à profil lorentzien** : $g_n(\tau) = e^{-|\tau|/\tau_c}\cos(\omega_0\tau)$

$$I(M) = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}\, e^{-|\tau|/\tau_c}\cos(\omega_0\tau)$$

- **Raie à profil gaussien** : $g_n(\tau) = e^{-\tau^2/\tau_c^2}\cos(\omega_0\tau)$

$$I(M) = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}\, e^{-\tau^2/\tau_c^2}\cos(\omega_0\tau)$$

Le point fondamental est le suivant :

Dans la zone de cohérence d'une raie quasi-monochromatique, c'est à dire lorsque $|\tau| \ll \tau_c$ ou $|\delta| \ll \ell_c$, l'intensité lumineuse au point M est donnée par l'expression approchée :

$$I(M) = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}\,\cos(\omega_0\tau)$$

Tout se passe comme si le signal lumineux était monochromatique de pulsation ω_0.

Quelques ordres de grandeur :

	λ_0 (nm)	τ_c (s)	ℓ_c
Raie verte du mercure	546,1	10^{-12}	3.10^{-4} m = 0,3 mm
Laser He - Ne	632,8	10^{-9}	3.10^{-1} m = 30 cm

4) Relation entre intensité dans le champ d'interférences et densité spectrale

On revient à un signal lumineux $a(t)$ émis par une source ponctuelle S, caractérisé par une densité spectrale $J_S(\omega)$ quelconque. Dans le cadre du programme, on se place dans l'hypothèse simplificatrice suivante :

$$\boxed{|\kappa_1| = |\kappa_2| = \kappa}$$

.

Interprétation :

Remarques :

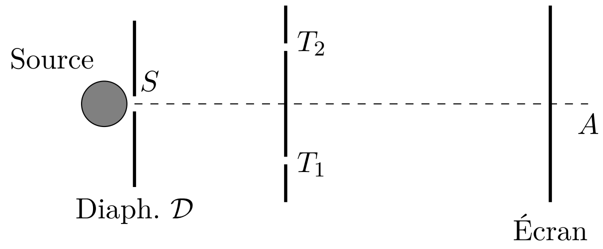
- Dans les sujets de concours, la densité spectrale $J_S(\omega)$ peut être notée différemment que dans ce cours. Savoir s'adapter !
- On peut aussi utliser d'autres types de densités spectrales : c'est un simple changement de variable.

Exemple : densité spectrale en fréquence

III. Le montage des trous d'Young

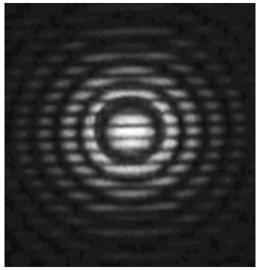
1) Introduction

Le physicien anglais Thomas Young réalisa en 1801 une expérience célèbre connue sous le nom d'expérience des trous d'Young. Le schéma de principe est donné ci-dessous :



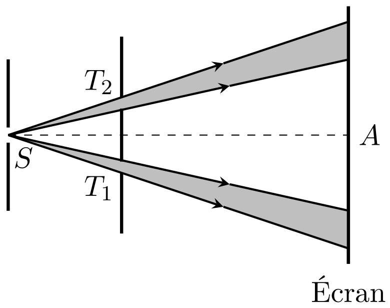
Expérience des trous d'Young

Un diaphragme circulaire ($\mathcal{D}$) est éclairé par une source lumineuse et constitue une source ponctuelle S. La lumière issue de S éclaire, à quelques dizaines de centimètres, deux trous circulaires très proches, (T_1) et (T_2), de très petits diamètres.



On observe dans le voisinage du point A d'un écran d'observation, placé à quelques dizaines de centimètres derrière le plan de (T_1) et (T_2) des anneaux concentriques autour d'un disque central (dont le centre est O), striés de bandes alternativement sombres et claires.

Cela est d'autant plus surprenant que la région qui entoure le point A est située dans la zone d'ombre géométrique, comme le montre la figure suivante :

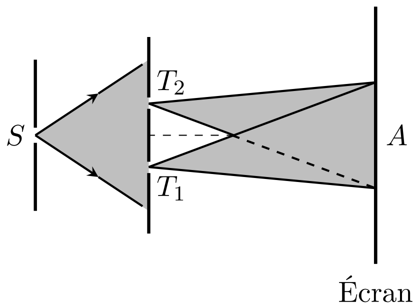


Prévisions de l'optique géométrique

Si la lumière parvient en A et dans son voisinage, c'est qu'elle ne respecte pas le principe de propagation rectiligne lorsqu'elle traverse les trous (T_1) et (T_2) : c'est le *phénomène de diffraction*.

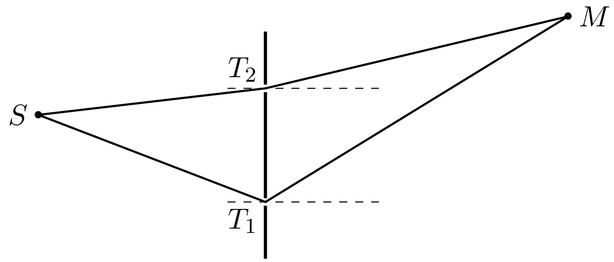
Nous n'allons pas étudier précisément ce phénomène de diffraction qui est hors programme MP mais il faut juste en connaître trois propriétés afin de pouvoir faire les calculs pour le dispositif des trous d'Young.

1. Chaque trou T_1 et T_2 se comporte comme une **source ponctuelle**. La lumière transmise par les deux trous est donc constituée de *deux faisceaux lumineux* : le premier issu de T_1 et le second issu de T_2.



Phénomène de diffraction de la lumière

2. Il n'y a **aucun retard temporel** dans le processus de diffraction : la lumière reçue par chaque trou T_1 ou T_2 est instantanément réémise.
3. Chaque trou possède un coefficient de transmission $t(R,\theta)$ qui dépend du rayon R du trou et de l'angle θ qui caractérise la direction du rayon diffracté.



$$\begin{cases} a_1(M,t) &= t(R_1,\theta_1)\, a(t-\tau_1) \quad \text{avec} \quad \tau_1 = (SM)_1/c \\ a_2(M,t) &= t(R_2,\theta_2)\, a(t-\tau_2) \quad \text{avec} \quad \tau_2 = (SM)_2/c \end{cases}$$

En pratique :

- Les deux trous sont identiques : $R_1 = R_2 = R$
- Les rayons diffractés sont peu inclinés par rapport à la normale au plan des trous : $\theta_1 \approx 0$ et $\theta_2 \approx 0$.

On aura donc l'égalité :

$$\boxed{t(R_1,\theta_1) \approx t(R_2,\theta_2) = t(R,0) \overset{\text{noté}}{=} \kappa}$$

et donc :

$$\boxed{a_1(M,t) = \kappa\, a_{\tau_1}(t) \quad ; \quad a_2(M,t) = \kappa\, a_{\tau_2}(t) \quad \text{et} \quad I(M) = 2I_0\,(1 + g_n(\tau)\,)}$$

2) Les montages à connaître

À faire sur feuille à part.

a) Le montage de base

b) Utilisation de lentilles

3) Surfaces iso-intensité. Franges d'interférences

Considérons une source ponctuelle S qui émet une lumière quelconque (pas forcément monochromatique) et qui éclaire un dispositif à deux voies capable de réaliser des interférences en un point M avec une différence de marche qui s'écrit :

$$\boxed{\delta(M) = n_a\{\, T_1M - T_2M \,\}}$$

où T_1 et T_2 sont deux points caractéristiques du montage et n_a l'indice de l'air. L'expression de l'intensité en M est :

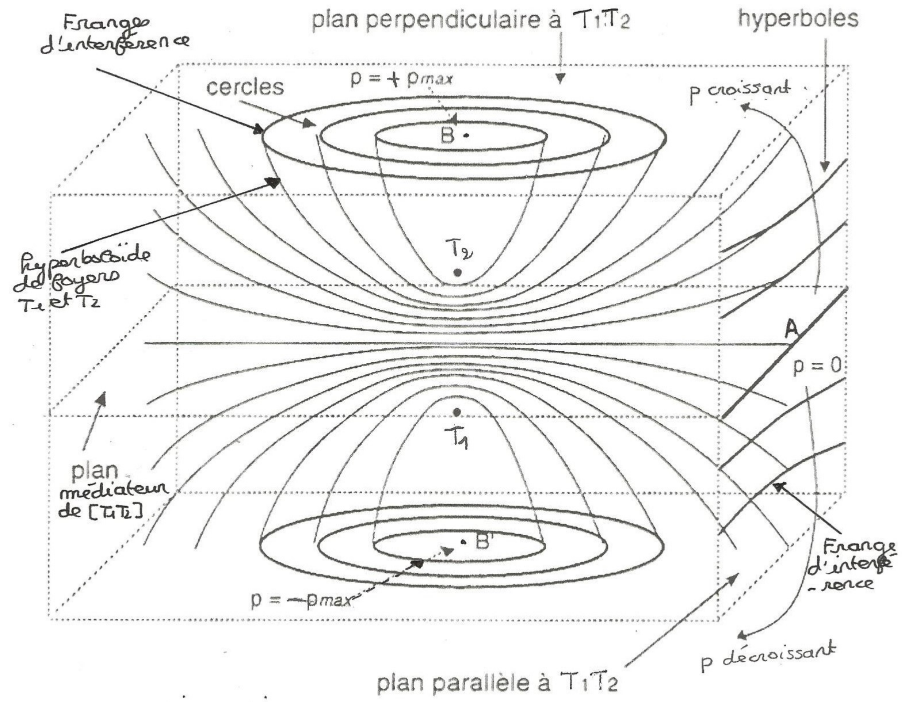
$$I(M) = I_1 + I_2 \pm 2\sqrt{I_1 I_2}\, g_n(\tau) \quad \text{avec} \quad \tau = \tau(M) = \frac{\delta(M)}{c}$$

Deux points M et M' tels que $\delta(M) = \delta(M')$ auront donc *la même intensité lumineuse*. Il est donc intéressant d'étudier l'ensemble des points vérifiant :

$$\boxed{T_1M - T_2M = \text{Cste} = C} \qquad (1)$$

D'un point de vue géométrique, l'ensemble des points vérifiant (1) est une **surface**, appelée **surface iso-intensité**, qui est :

- soit le **plan médiateur** du segment $[T_1, T_2]$ dans le cas où $C = 0$;
- soit une **hyperboloïde de révolution** dont l'axe de symétrie est T_1T_2 et dont les deux foyers sont T_1 et T_2.



En pratique, l'intersection des ces surfaces avec des plans (qui sont en fait des écrans d'observation) sont des courbes appelées **franges d'interférences**. Selon la position du plan d'observation (de l'écran), on peut observer :

- des franges en forme d'hyperboles qui deviennent quasiment rectilignes au voisinage du point A : plan // T_1T_2 ;
- des franges circulaires sur des plans $\perp T_1T_2$.

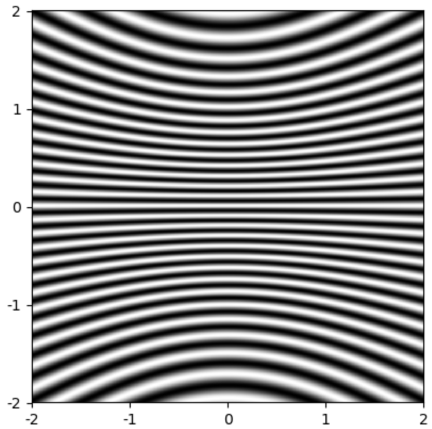
4) Figure d'interférence en lumière monochromatique

Dans le cas particulier où la source ponctuelle S émet une lumière monochromatique de pulsation ω_0 : $a(t) = A_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ et que le dispositif interférentiel est le montage de base des trous d'Young :

$S \in Oz$ + écran à la distance $D \perp Oz$ des deux trous. L'intensité sur l'écran s'écrit :

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{\omega_0 \delta}{c}\right) \right]$$

avec $\delta(M) = n_a\{\, T_1M - T_2M \,\}$. La répartition d'intensité sur l'écran est visualisée sur la figure ci-dessous :

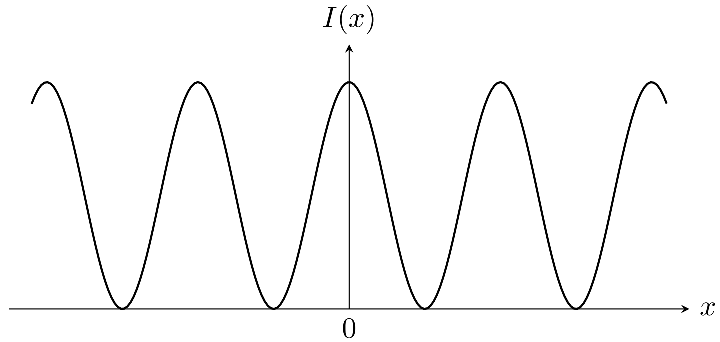


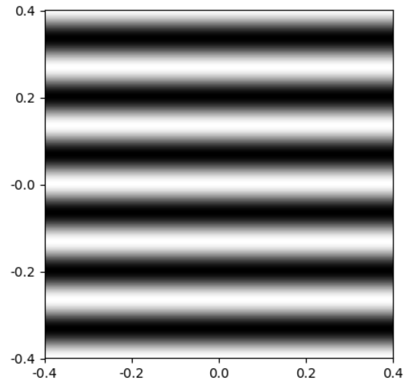
Dans le cas particulier où la zone d'observation est réduite au voisinage du point A (ce qui est réalisé dans tous les cas pratiques), on peut se contenter d'un développement limité de δ en A, ce qui conduit à :

$$\delta(M) \approx \frac{n_a a x}{D} \quad \text{avec} \quad M(x, y, D)$$

L'intensité est alors donnée par :

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\, n_a a x}{\lambda_0 D}\right) \right] = I(x)$$

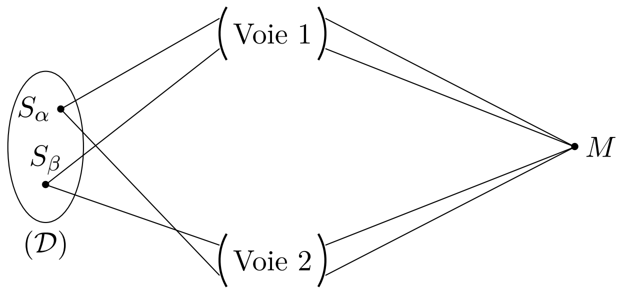




IV. Interférences avec une source étendue

1) Principe du calcul de l'intensité

On considère maintenant une source étendue $(\mathcal{D})$ qui éclaire un dispositif interférentiel à deux voies. Soient S_α et S_β deux sources ponctuelles particulières de $(\mathcal{D})$.



Au point M se croisent 4 rayons lumineux : deux provenant de S_α et deux provenant de S_β. Notons $a(S_\alpha, t)$ le signal lumineux émis par S_α et $a(S_\beta, t)$ celui émis par S_β.

Lorsqu'une source étendue $(\mathcal{D})$ éclaire un dispositif interférentiel, chaque point source $S \in \mathcal{D}$ produit en M son propre système d'interférences caractérisé par l'intensité :

$$I(S,M) = I_{1S} + I_{2S} \pm 2\sqrt{I_{1S}I_{2S}}\; g_{S,n}(\,\tau(S,M)\,)$$

où $g_{S,n}$ est la fonction d'autocorrélation normalisée de S et où $\tau(S,M)$ est le décalage temporel en M entre les deux rayons lumineux issus de S, avec $\tau(S,M) = \delta(S,M)/c$.

L'intensité lumineuse en M est alors la somme des intensités lumineuses produites par chacun des points sources $S \in \mathcal{D}$:

$$I(M) = \sum_{S \in \mathcal{D}} I(S,M)$$

Remarque :

En pratique la somme sur les points S se fait à l'aide d'une intégrale mais çà c'est un point technique. Voir l'exercice 6 du TD.

2) Cas d'une lumière monochromatique : critère de visibilité des franges

Dans le cas particulier où la source étendue $(\mathcal{D})$ émet une lumière monochromatique de pulsation ω_0, l'intensité produite en M par le point source S s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} I(S,M) &= I_{1S} + I_{2S} + 2\sqrt{I_{1S}I_{2S}}\;\cos(\,\Delta\varphi(M)\,) \\ &= I_{1S} + I_{2S} + 2\sqrt{I_{1S}I_{2S}}\;\cos(2\pi\, p(S,M)) \end{aligned}$$

Ceci est aussi valable si la lumière émise par $(\mathcal{D})$ est formée d'une seule raie quasi-monochromatique de pulsation centrale ω_0 à condition que $\forall\, S \in \mathcal{D},\ |\delta(S,M)| \ll \ell_c$.

Comme $I(M) = \sum_{S\in\mathcal{D}} I(S,M)$ le problème est que si une source ponctuelle S_1 produit en M une frange sombre, une autre source ponc-

tuelle S_2 peut y produire une frange brillante. Les franges sombres risquent alors de disparaître, ce qui va brouiller le phénomène d'interférences. On veut un critère pour éviter cela.

Critère semi-qualitatif de visibilité des interférences.

Si $(\mathcal{D})$ est une source étendue qui éclaire un dispositif interférentiel et que M est un point du champ d'interférences, alors les interférences restent visibles dans une petite région autour de M si et seulement si :

$$|\Delta p(M)| \ll \frac{1}{2}$$

3) Exemple des trous d'Young

On reprend le montage de base des trous d'Young. La source étendue $(\mathcal{D})$ est dans le plan (Bxy)