

2 Liquéfaction du diazote Mines PSI 2015

A. Dimensionnement des étages de compression

1. Pour un gaz parfait diatomique, les capacités thermiques molaires sont $C_p = \frac{7}{2}R$ et $C_v = \frac{5}{2}R$, pour passer aux capacités thermiques massiques, il suffit de diviser par la masse molaire. Leur rapport γ est donc $\gamma = \frac{7}{5}$. On impose une température de sortie T_{max} au maximum. La température de sortie est fonction de celle d'entrée à travers la loi de LAPLACE : $p_E^{1-\gamma} T_E^\gamma = p_S^{1-\gamma} T_S^\gamma$. Le rapport de compression est donc $r = \frac{p_E}{p_S} = \left(\frac{T_{max}}{T_E}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$. On enchaîne N compresseurs, on a donc $p_A = r^N p_E$. À partir de là, on peut écrire $\frac{p_A}{p_E} = \left(\frac{T_{max}}{T_E}\right)^{\frac{\gamma N}{\gamma-1}}$. On en déduit que $N = \frac{(\gamma-1) \ln p_A/p_E}{\gamma \ln T_{max}/T_E}$. On trouve numériquement que $N = 4,57$. Il est donc nécessaire de prévoir $N = 5$ compresseurs successifs.

2. Si le compresseur fonctionne de façon irréversible (ce qui est le cas dans la réalité...), il faudra augmenter le nombre de compresseurs car une partie de l'énergie que l'on a prévu de donner pour la compression sera dissipée en énergie thermique par les phénomènes irréversibles créateurs d'entropie. Il faut donc prévoir qu'avec le même nombre de compresseurs, on n'atteindra pas au final la pression souhaitée. Pour l'obtenir, il faut donc fournir plus d'énergie à chaque compression, ce qui va élever la température de sortie. Pour éviter cela, on utilisera un nombre plus élevé d'étages de compression.

3. Comme l'échangeur thermique est parfait, son bilan enthalpique est nul : $\sum_i \mathcal{D}_i \Delta h_i = 0$. On peut aussi traduire son caractère idéal en disant que l'enthalpie entrante doit être égale à l'enthalpie sortante. Dans tous les cas, on arrive au même résultat traduit par l'équation suivante : $\mathcal{D}_{eau} c_e (T'_{max} - T_e) = \mathcal{D}_{\frac{7}{2}M} (T_S - T_E)$. Il faut calculer le rapport de compression puisque l'on a $N = 5$ avec $r^N = 100$, on trouve $r = 2,51$. La température

de sortie est toujours donnée par la loi de LAPLACE : $T_S = T_E r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$. Connaissant la température de sortie du diazote, on peut calculer le rapport des débits massiques : $\frac{\mathcal{D}_{eau}}{\mathcal{D}} = 0,32$.

B. Diagramme enthalpique du diazote

4. La courbe $\mathcal{C}_1$ représente une isotherme dans le diagramme enthalpique. Si l'on travaille à basse pression, alors le gaz est assimilable à un gaz parfait. Pour ce dernier, l'enthalpie n'est fonction que de la température. Par conséquent, sur une isotherme l'enthalpie sera une constante. L'asymptote sera donc verticale.

5. Le long de la courbe $\mathcal{C}_2$, l'entropie est conservée. Nous savons que $dh = c_p dT$ et par la seconde identité thermodynamique que $dh = T ds + v dp$. Comme $ds = 0$, on a $dh = v dp = c_p dT$. Ainsi, lorsque la pression augmente $dp > 0$ et donc $dT > 0$, la température augmente. Cela correspond bien à ce que l'on voit sur le graphique.

6. De M_1 à O , on a du liquide saturant. De O à M_2 , c'est de la vapeur saturante. O est le point critique.

7. La courbe $\mathcal{C}_4$ est une courbe isotitre. En M le diazote est à l'état diphasé liquide - vapeur. On applique le théorème des moments sur le palier et on obtient : $x_M^{vap} = \frac{M_1 M}{M_1 M_2} = \frac{7,1}{7,9} = 0,90$. Il y a, en fraction massique, 90% de vapeur dans le mélange diphasé qui se trouve à une pression de 0,6 bar et une température de -200°C , c'est-à-dire 73 K.

C. Dimensionnement de l'échangeur (E)

8. L'enthalpie étant une fonction extensive, on ajoute les contributions de la phase liquide et de la phase vapeur : $h_C = x h_{liq} + (1-x) h_{vap}$.

9. Le débit de liquide qui arrive au niveau du point C est $x\mathcal{D}$. Il sort le débit massique $\mathcal{D}_m$. Comme le régime est permanent, ce qui sort doit correspondre à ce qui rentre. On a donc : $x\mathcal{D} = \mathcal{D}_m$. Or, toujours en régime permanent, la loi des nœuds s'applique. On peut donc écrire que $\mathcal{D} = \mathcal{D}_m + \mathcal{D}'$. On en déduit la seconde relation demandée : $\mathcal{D}' = (1-x)\mathcal{D}$.

10. On écrit que le fonctionnement de l'échangeur (E) est parfait et donc qu'aucune puissance n'est perdue. La puissance donnée par un fluide doit correspondre à celle reçue par l'autre fluide. On en déduit que $\mathcal{D}'(h_E - h_D) = \mathcal{D}(h_A - h_B)$. Or au point D , le fluide est uniquement à l'état gaz d'où $h_D = h_{vap}(77\text{ K})$. En tenant compte de la relation entre les débits massiques, on a donc $(1-x)(h_E - h_{vap}) = h_A - h_B$. Entre B et C la détente dans le robinet de laminage est isenthalpique : $h_C = h_B$. On peut donc écrire que $(1-x)(h_E - h_{vap}) = h_A - x h_{liq} - (1-x) h_{vap}$. L'équation se simplifie et on peut obtenir x en fonction des données demandées : $x = \frac{h_E - h_A}{h_E - h_{liq}(77\text{ K})}$.

11. On travaille au niveau du point C à 77 K, c'est-à-dire -196°C et une pression de 1 bar. On peut lire sur le graphique $h_{liq} = 80 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $h_{vap} = 275 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Le point A donne du diazote à l'état gaz sous 100 bar et 27°C , on peut alors lire $h_A = 495 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Le point E correspond à du gaz toujours à 27°C mais cette fois sous 1 bar de pression, on lit $h_E = 512 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Ces valeurs nous permettent de calculer la fraction massique en vapeur : $x = 0,039$, c'est-à-dire 3,9%. Si on considère le diazote comme un gaz parfait, on trouve $x = 0$. En effet, le dénominateur de l'expression de x est $h_E - h_A = c_p(T_e - T_A)$. Comme la température est la même en E et en A , on trouve bien $x = 0$ puisque le dénominateur est non nul.

12. Il suffit de tracer la droite verticale qui traduit $h_C = h_B$ en partant de C dont on connaît la position puisqu'il y a seulement 3,9% de vapeur. Au niveau du point B , on suit l'isotherme à -115°C . Le diazote se situe au-delà du point critique pour une telle température et une telle pression : il est à l'état de **fluide supercritique**.

13. La puissance mécanique est indispensable sur l'étape de compression adiabatique. On revient au modèle du gaz parfait et on peut alors écrire que $\mathcal{P}_{comp} = \mathcal{D}c_p(T_s - T_e) = \frac{\mathcal{D}_m}{x}c_p(T_s - T_e)$. Par la loi de LAPLACE, on obtient la température de sortie $T_s = T_e r^{(\gamma-1)/\gamma} = 390 \text{ K}$ avec $r = 2,51$ comme nous l'avons vu avant. Pour un compresseur, on trouve $\mathcal{P}_{comp} = 64 \text{ kW}$ et donc pour les $N = 5$ compresseurs, cela fera $\mathcal{P}_{comp}^{tot} = 320 \text{ kW}$. Pour le dispositif de D'ARSONVAL, on a un volume de 1 L par heure, ce qui représente 0,8 L de diazote et donc une masse de $0,8 \times 0,81 = 0,648 \text{ kg}$ toujours pour une heure. Le débit massique est donc $\mathcal{D}'_m = 1,8 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Si le dispositif ancien est comparable au dispositif actuel, la puissance doit être proportionnelle au débit massique : $\mathcal{P}' = \frac{\mathcal{D}'_m}{\mathcal{D}_m} \mathcal{P}_{comp}^{tot}$. On trouve **$\mathcal{P}' = 2 \text{ kW}$** . Cette valeur correspond tout à fait bien avec la puissance de 3 chevaux-vapeur annoncée dans le texte.