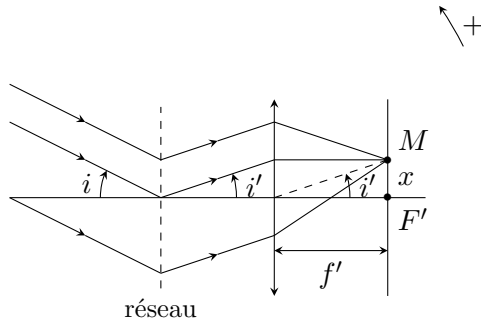


4 Monochromateur à réseaux

Un monochromateur à réseau est un dispositif permettant d'obtenir une onde quasi-monochromatique à partir d'une source de lumière blanche. Le réseau a 500 traits par mm et N traits au total. Il est éclairé sous l'incidence i par un faisceau parallèle de lumière blanche venant d'une source ponctuelle S . Une lentille mince convergente de distance focale image $f' = 20$ cm a son axe normal au plan du réseau et une fente fine se trouve centrée au foyer image F' de la lentille.



1. Déterminer l'angle d'incidence i sachant que la lumière de longueur d'onde $\lambda_0 = 550$ nm déviée dans l'ordre 2 parvient en F' .

Par commodité on prendra dans tout l'exercice l'indice de l'air égal à 1 : $n_a = 1$.

Soit a le pas du réseau. Exprimé en mm, il vaut : $a = 1/500 = 2.10^{-3}$ mm = 2,0 μ m. La loi fondamentale des réseaux s'écrit :

$$\sin(i'_{p,\lambda_0}) - \sin(i) = p \frac{\lambda_0}{a}$$

On veut $i'_{p,\lambda_0} = 0$ pour $p = 2$. Cela implique :

$$\sin(i) = -p \frac{\lambda_0}{a} \quad \text{d'où} \quad i = -\arcsin\left(\frac{p\lambda_0}{a}\right) = -33,4^\circ$$

2. Pour une longueur d'onde λ un peu différente de λ_0 , les rayons déviés par le réseau dans l'ordre 2 convergent en un foyer image secondaire M de la lentille, d'abscisse x . Donner une expression approchée de x en fonction de $\lambda - \lambda_0$.

Toujours avec $p = 2$, pour un même angle d'incidence i , les rayons ayant la longueur d'onde λ sont déviés avec un angle i'_λ vérifiant :

$$\sin(i'_{2,\lambda}) - \sin(i) = 2 \frac{\lambda}{a} \quad \text{et} \quad -\sin(i) = 2 \frac{\lambda_0}{a}$$

d'où :

$$\sin(i'_{2,\lambda}) = \frac{2(\lambda - \lambda_0)}{a} \approx i'_{2,\lambda}$$

puisque $|i'_{2,\lambda}| \ll 1$ (rayons paraxiaux dans l'approximation de Gauss). D'autre part : $\tan(i'_{2,\lambda}) \approx i'_{2,\lambda} = \frac{x}{f'}$. On a donc :

$$x = 2f' \frac{\lambda - \lambda_0}{a}$$

3. Dans le cas où $N = 1000$ calculer la largeur Δx dans le plan focal image du pic d'ordre 2 pour la longueur d'onde λ_0 .

Le pic (principal) d'ordre $p = 2$ pour la longueur d'onde λ_0 n'est pas de largeur nulle. Pour un réseau de N traits, il est non nul pour des déphasages $\Delta\Phi$ vérifiant :

$$2\pi p - \frac{2\pi}{N} \leq \Delta\Phi \leq 2\pi p + \frac{2\pi}{N}$$

Comme $\Delta\Phi = 2\pi\delta/\lambda_0$, il vient :

$$p\lambda_0 - \frac{\lambda_0}{N} \leq \delta \leq p\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{N}$$

Comme $\delta = a(\sin(i') - \sin(i))$ et que $a \sin(i) = -p\lambda_0$, il vient :

$$-\frac{\lambda_0}{Na} \leq \sin(i') \leq \frac{\lambda_0}{Na}$$

Or $\sin(i') \approx i' \approx x/f'$ et donc :

$$-\frac{f'\lambda_0}{Na} \leq x \leq \frac{f'\lambda_0}{Na}$$

La largeur Δx cherchée est donc :

$$\Delta x = \frac{2f'\lambda_0}{Na} = 0,11 \text{ mm}$$

4. La fente a une largeur $b = 0,10 \text{ mm}$ et on suppose que $N \rightarrow +\infty$. Déterminer les longueurs d'onde des composantes monochromatiques dont les rayons lumineux peuvent passer à travers la fente.

Si $N \rightarrow +\infty$, la largeur des pics principaux est réduite à 0. Les seules composantes monochromatiques dont les rayons peuvent traverser la fente sont émis dans l'ordre $p = 2$ avec un angle $i'_{p,\lambda}$ qui vérifie :

$$-\frac{b}{2f'} \leq \tan(i'_{p,\lambda}) \leq \frac{b}{2f'}$$

avec $\tan(i'_{p,\lambda}) \approx i'_{p,\lambda}$ et $\sin(i'_{p,\lambda}) \approx i'_{p,\lambda} = \sin(i) + p\frac{\lambda}{a} = p\frac{\lambda - \lambda_0}{a}$.
On obtient donc :

$$\lambda_0 - \frac{ab}{2pf'} \leq \lambda \leq \lambda_0 + \frac{ab}{2pf'}$$

A.N. : $\Delta\lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{ab}{pf'} = 5.10^{-10} \text{ m} = 0,5 \text{ nm}$