

8 Congélation d'une masse d'eau

Une masse $m = 1,0 \text{ kg}$ d'eau liquide, à la température initiale $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$, est placée dans un congélateur. Après un certain temps, l'eau est sortie du congélateur sous forme de glace à la température $\theta_2 = -10^\circ\text{C}$.

On assimile le congélateur à une machine thermique (réfrigérateur) en régime stationnaire, fonctionnant de façon réversible, les transferts thermiques se faisant uniquement avec :

- l'air du local de température constante $\theta_E = 25^\circ\text{C}$;
- l'intérieur du congélateur "réduit" à la seule masse m d'eau.

Données :

L'eau liquide et la glace sont assimilées à des phases condensées idéales ;

capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4,2 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

capacité thermique massique de la glace : $c_g = 2,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

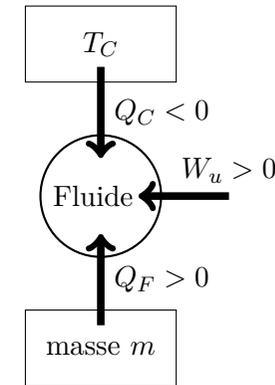
enthalpie massique de fusion de la glace à 0°C , sous $P = 1 \text{ bar}$: $\Delta_{\text{fus}}h = 335 \text{ kJ.kg}^{-1}$

Le fluide circulant dans le congélateur reçoit du travail utile uniquement au niveau d'un compresseur (C) alimenté par un moteur électrique consommant une puissance électrique $P_{\text{el}} = 50 \text{ W}$. Ce moteur électrique transforme intégralement la puissance électrique qu'il reçoit en puissance mécanique.

On note Δt la durée nécessaire pour transformer la masse m d'eau de l'état liquide à $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ en glace à $\theta_2 = -10^\circ\text{C}$. Tous les échanges d'énergie (chaleurs et travaux) seront calculés pour cette durée Δt .

1) Faire un schéma symbolique du dispositif (machine, corps chaud et corps froid) en représentant de façon claire :

- l'échange thermique Q_F entre la masse m d'eau et le fluide frigorigère ;
- l'échange thermique Q_C entre l'air du local et le fluide frigorigère ;
- le travail utile W_u reçu par le fluide frigorigère.



2) Exprimer Q_F en fonction des données. Application numérique.

La masse m d'eau initialement liquide reçoit une chaleur $-Q_F$ de la part de la machine thermique (chaleur reçue pendant la durée Δt). Ce transfert thermique se faisant à pression constante, cette chaleur est égale à la variation d'enthalpie de la masse m . On a donc :

$$-Q_F = mc_\ell(T_{\text{fus}} - T_1) - m\Delta_{\text{fus}}h + mc_g(T_2 - T_{\text{fus}})$$

donc :

$$Q_F = -mc_\ell(T_{\text{fus}} - T_1) + m\Delta_{\text{fus}}h - mc_g(T_2 - T_{\text{fus}})$$

A.N. :

$$Q_F = -4200 \times (-20) + 335 \cdot 10^3 - 2100 \times (-10) = 440 \text{ kJ}$$

3) Établir un bilan énergétique de fonctionnement de la machine reliant W_u , Q_C et Q_F .

Appliquons un premier principe industriel en régime stationnaire à toute la machine, en prenant la sortie égale à l'entrée. Le bilan en puissance donne :

$$0 = P_u + P_C + P_F \quad \text{donc} \quad P_u\Delta t + P_C\Delta t + P_F\Delta t = 0$$

c'est à dire :

$$\boxed{W_u + Q_C + Q_F = 0}$$

- 4) *Considérons le système { fluide frigorigère + masse m d'eau }. Calculer sa variation d'entropie ΔS . En déduire la valeur de Q_C en fonction des données. Application numérique.*

En régime stationnaire, l'entropie S_f du fluide frigorigère dans la machine ne dépend pas du temps. Elle ne varie donc pas au cours de la transformation. Si S_m désigne l'entropie de la masse m d'eau, on aura donc :

$$\Delta S = \Delta S_f + \Delta S_m = \Delta S_m = mc_\ell \ln\left(\frac{T_{\text{fus}}}{T_1}\right) - \frac{m\Delta_{\text{fus}}h}{T_{\text{fus}}} + mc_g \ln\left(\frac{T_2}{T_{\text{fus}}}\right)$$

A.N. :

$$\boxed{\Delta S = 4200 \ln\left(\frac{273,15}{293,15}\right) - \frac{335 \cdot 10^3}{273,15} + 2100 \ln\left(\frac{263,15}{273,15}\right) = -1,60 \cdot 10^3 \text{ J.K}^{-2}}$$

Pour en déduire Q_C on applique le second principe de la thermodynamique au système { fluide frigorigère + masse m d'eau } qui subit une transformation monotherme réversible au contact de la source chaude de température T_C . On a donc :

$$\Delta S = \frac{Q_C}{T_C} + 0 \quad \text{donc} \quad \boxed{Q_C = T_C \Delta S = -477 \text{ kJ}}$$

- 5) *Quelle est alors la durée Δt nécessaire à la transformation de l'eau en glace ? Application numérique : calculer Δt en minutes.*

Comme la puissance électrique reçue par le moteur électrique est intégralement transformée en puissance mécanique on a :

$$P_{\text{él}} = P_u = 50 \text{ W}$$

Or $W_u = P_u \Delta t$. Par substitution dans l'équation obtenue à la question 3), on obtient :

$$P_u \Delta t + Q_C + Q_F = 0 \quad \text{donc} \quad \Delta t = \frac{-Q_C - Q_F}{P_u}$$

A.N. :

$$\boxed{\Delta t = \frac{477 \cdot 10^3 - 440 \cdot 10^3}{50} = 740 \text{ s} \approx 12 \text{ min}}$$

ce qui est assez performant ! Ceci s'explique par le fait que l'efficacité de la machine est maximale puisqu'elle est réversible. En pratique le temps Δt est plus important.