

DM n°1

Pour le mardi 9 septembre 2025

## 1 Étude de l'arsenic

L'arsenic est un élément dont il est admis qu'il fut isolé par Magnus au début du XIII<sup>e</sup> siècle. Il est présent dans plusieurs minerais, notamment : l'orpiment ( $As_2S_3$ ), le réalgar ( $As_4S_4$ ) et le mispickel ( $FeAsS$ ). L'importance de l'arsenic vient de son rôle physiologique : c'est un constituant systématique de la cellule vivante où il sert de bio-catalyseur. De nombreux composés de l'arsenic sont fortement toxiques. Néanmoins, la pharmacologie utilise de nombreux produits arsenicaux.

### DONNÉES :

Tableau des valeurs du rayon atomique (unités pm, soit  $10^{-12}$  m), de l'énergie de première ionisation (E.I.) et de l'électronégativité selon Pauling, pour les éléments suivants :

Elément	H	N	P	As	Sb	Cl	F
Rayon atomique (pm)		88	128	139	159		
E.I. (eV)		14,5	11	9,8	8,6		
Electronégativité	2,2	3,0	2,2	2,2	2,1	3,2	4

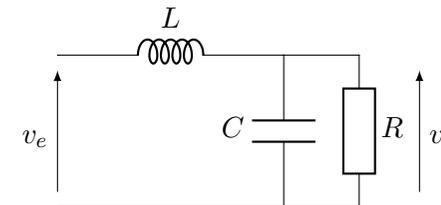
- Rappeler les règles générales permettant d'établir la configuration électronique d'un atome dans l'état fondamental et les appliquer aux atomes d'azote N ( $Z = 7$ ), de phosphore P ( $Z = 15$ ) et d'arsenic As ( $Z = 33$ ). À quelle famille chimique appartient-il ? Combien ces trois atomes possèdent-ils d'électrons de valence ? Donner leur schéma de Lewis.
- Dans quelle colonne du tableau périodique les trouve-t-on. A quelles périodes appartiennent-ils ?

L'antimoine Sb se trouve dans la même colonne que N, P et As.

- Définir l'énergie de première ionisation d'un élément. Compte tenu des données fournies dans le tableau : justifier l'évolution observée pour cette énergie de première ionisation et commenter l'évolution des rayons atomiques.
- Comment évolue l'électronégativité des éléments le long d'une période du tableau périodique ? Le long d'une colonne ? En quoi l'électronégativité d'un élément est-elle liée à son caractère oxydant ou réducteur ?
- L'arsenic As peut donner deux bromures  $AsBr_3$  et  $AsBr_5$ . On donne pour Br :  $Z = 35$ . Représenter en les justifiant la formule de Lewis de chacun de ces deux bromures. Calculer les charges formelles. Peut-on obtenir les mêmes bromures avec N ou P ? Justifier.
- L'arsenic est susceptible de former des ions arsénites  $AsO_3^{3-}$  et arséniates  $AsO_4^{3-}$ . Donner, en les justifiant, une représentation de Lewis de chacun de ces ions, sachant que chacun des atomes d'oxygène n'est lié qu'à l'atome d'arsenic.

## 2 Modulation et démodulation

On considère le filtre représenté ci-dessous :



La tension d'entrée est fournie par un générateur et  $v_e$  s'écrit  $v_e(t) = V_{em} \cos(\omega t + \varphi_e)$  où  $V_{em}$  est la valeur maximale et  $\omega$  la

pulsation de la tension d'entrée. La tension de sortie sera notée  $v_s(t) = V_{sm} \cos(\omega t + \varphi_s)$ . L'étude mathématique du filtre sera effectuée en utilisant la notation complexe  $\underline{v}_e$  et  $\underline{v}_s$  pour ces deux tensions :

$$\underline{v}_e(t) = V_{em} e^{j(\omega t + \varphi_e)} \quad \text{et} \quad \underline{v}_s(t) = V_{sm} e^{j(\omega t + \varphi_s)}$$

(avec  $j^2 = -1$ ).

### III.A - Analyse qualitative

- Représenter le circuit en basse fréquence en indiquant le comportement des différents composants en basse fréquence. Établir à partir de ce circuit la limite de  $v_s$  en basse fréquence.
- Représenter de même le circuit en haute fréquence. Établir à partir de ce circuit la limite de  $v_s$  en haute fréquence.
- Quelle est la nature du filtre ?

### III.B - Analyse quantitative

III.B.1) Montrer que la fonction de transfert complexe  $\underline{H} = \underline{v}_s / \underline{v}_e$  s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0}}$$

On précisera les expressions de  $H_0$ ,  $\lambda$  et  $\omega_0$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ . Vérifier la concordance des résultats du III.A avec cette expression de  $\underline{H}$ .

#### III.B.2)

- Comment s'exprime l'amplitude  $V_{sm}$  du signal de sortie  $v_s$  en fonction de  $|\underline{H}|$  et de l'amplitude  $V_{em}$  du signal d'entrée  $v_e$  ? Quelles grandeurs électriques faut-il donc relever expérimentalement pour déterminer  $|\underline{H}|$  ? Quel(s) appareil(s) peut-on utiliser ?
- Comment s'exprime la phase  $\varphi_s$  du signal de sortie  $v_s$  en fonction de la phase  $\varphi$  de  $\underline{H}$  et de la phase du signal d'entrée  $\varphi_e$  ? Quel(s) appareil(s) peut-on utiliser pour mesurer  $\varphi$  ?

#### III.B.3) Diagramme de Bode

Dans toute la suite du problème, les valeurs de  $R$ ,  $L$  et  $C$  sont ajustées pour que  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

a) Montrer que  $|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}$ .

- Tracer le diagramme de Bode en gain du filtre directement sur votre feuille en précisant les grandeurs portées sur les axes ainsi que les valeurs remarquables de ces grandeurs. On précisera les asymptotes en basse et haute fréquence ainsi que la pulsation de coupure à  $-3$  dB.
- Tracer le diagramme de Bode en phase du filtre. On précisera les asymptotes en basse et haute fréquence. Que vaut la phase  $\varphi$  de  $\underline{H}$  pour  $\omega = \omega_0$  ?

**Partie IV - Modulation et démodulation d'amplitude –  
Application du filtre**

Il est fréquent qu'un signal se présente sous une forme inadaptée à sa transmission ou à son traitement. La modulation est le procédé permettant de transposer les caractéristiques de ce signal dans des domaines de fréquences où la propagation et le traitement sont possibles. La démodulation est l'opération inverse.

**IV.A - De la nécessité de moduler...**

On s'intéresse aux signaux hertziens audio qui s'étalent sur la plage de fréquence  $f_{m1} = 300 \text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4, 50 \text{ kHz}$ . Cette plage est parfaitement audible à notre oreille qui peut percevoir ordinairement des fréquences comprises entre 20 Hz et 20 kHz.

D'autre part, on peut montrer que la réception d'une onde électromagnétique nécessite une antenne dont la dimension caractéristique est une demi longueur d'onde.

Quelle devrait être la taille d'une antenne permettant la réception des signaux audio considérés ? Cela vous semble-t-il réalisable ? Pourquoi est-il alors intéressant d'utiliser une autre fréquence ? Commenter l'intérêt de l'utilisation d'une autre fréquence si l'on veut émettre plusieurs ondes radios émanant de plusieurs stations.

**IV.B - Modulation**

Le signal audio à transporter est maintenant appelé signal modulant. Les méthodes de modulation sont élaborées à partir d'une onde sinusoïdale pure, appelée porteuse ou signal porteur. Le résultat de la combinaison de ces deux signaux s'appelle signal modulé. Le signal modulant est noté  $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$  et le signal porteur  $p(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t)$  où  $f_{\text{port}}$  est la fréquence du signal porteur (ou porteuse) et  $f_m (\ll f_{\text{port}})$  la fréquence du signal modulant. Le signal modulé en amplitude est un signal de la forme :

$$s(t) = A_p [1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{\text{port}} t) \text{ où } m \text{ est un réel strictement positif.}$$

Ce signal modulé a été obtenu en réalisant les opérations représentées dans le schéma bloc de la figure 5.

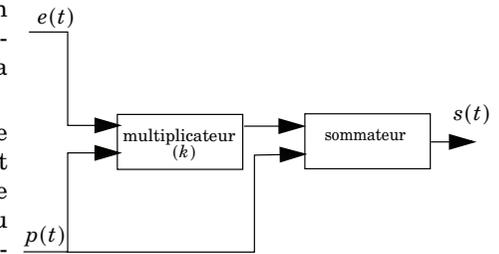


Figure 5

IV.B.1) Montrer que le schéma de la figure 5 permet effectivement d'obtenir le signal  $s(t)$  si l'on pose  $m = k A_m$ . Dans toute la suite du sujet, on prendra l'indice de modulation  $m < 1$ . On rappelle que le spectre d'un signal désigne la représentation de l'amplitude des signaux sinusoïdaux qu'il contient en fonction de leur fréquence respective. Exemple : le spectre de

$$v(t) = X_{1m} \cos(2\pi f_1 t + \varphi_1) + X_{2m} \cos(2\pi f_2 t + \varphi_2) \text{ avec } X_{1m} > X_{2m} \text{ et } f_1 < f_2$$

est donné figure 6.

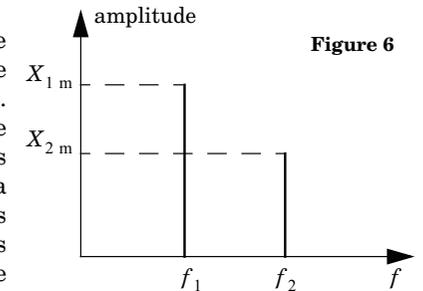


Figure 6

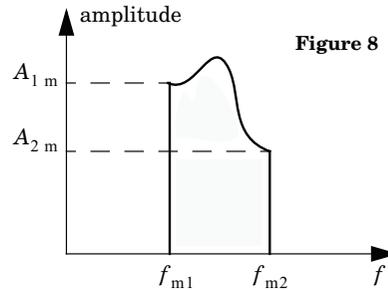
IV.B.2) On a réalisé en laboratoire l'enregistrement d'un signal modulé. Le résultat est donné figure 7 en annexe. Expliquer en quoi ce signal représente correctement un signal modulé  $s(t)$  dans le cas où  $m < 1$ . On précisera sur la figure 7 (à rendre avec la copie) les valeurs des fréquences  $f_{\text{port}}$  et  $f_m$ , les expressions et valeurs particulières de  $s(t)$  marquées d'un point d'interrogation et on déterminera la valeur de  $m$ .

IV.B.3) Réécrire le signal  $s(t)$  en le linéarisant (c'est-à-dire en le mettant sous la forme d'une somme de cosinus). Quelles fréquences contient ce signal ? Représenter l'allure du spectre de  $s(t)$ .

IV.B.4) On envoie dans la pratique un signal modulant audio, somme de signaux sinusoïdaux qui encombrant la plage de fréquence

$$f_{m1} = 300 \text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4,50 \text{ kHz}.$$

La porteuse utilisée est celle émise par la station Europe 1 soit  $f_{\text{port}} = 185 \text{ kHz}$ . Le spectre du signal audio modulant est représenté figure 8.



a) Représenter le spectre du signal modulé  $s(t)$ .

b) Quelle est la bande passante d'un filtre nécessaire à la transmission intégrale du signal  $s(t)$  au niveau d'une antenne ? Quelle est la nature de ce filtre ?

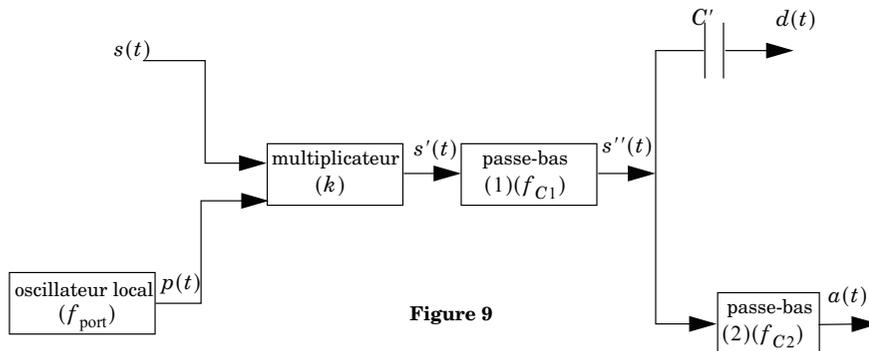
c) Compte tenu de la Partie IV.A, montrer l'intérêt de la modulation ainsi réalisée.

**IV.C - Démodulation synchrone**

On considère à nouveau un signal modulé noté

$$s(t) = A_p [1 + k A_m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_{\text{port}} t).$$

On admet que l'on dispose à la réception du signal modulé d'un oscillateur local synchrone délivrant le signal  $p(t) = A_p \cos(2\pi f_{\text{port}} t)$  identique au signal porteur utilisé à l'émission. La figure 9 ci-dessous représente le principe de fonctionnement du circuit de démodulation situé après l'antenne réceptrice.



IV.C.1) Donner l'expression du signal  $s'(t)$  obtenu à la sortie du multiplicateur. Le linéariser et représenter le spectre de ce signal.

IV.C.2) Le filtre passe-bas (1) a une fréquence de coupure  $f_{C1}$  telle que  $f_m < f_{C1} < f_{\text{port}}$  et le filtre passe-bas (2) une fréquence de coupure  $f_{C2} < f_m$ . On considérera dans un premier temps que les filtres sont parfaits. C'est-à-dire que chaque filtre admet un gain  $|H| = 1$  pour des fréquences inférieures à sa fréquence de coupure et un gain nul pour toute fréquence supérieure à sa fréquence de coupure.

a) Exprimer le signal  $s''(t)$  et donner son spectre.

b) On souhaite, uniquement pour cette question, utiliser le filtre étudié dans la Partie III pour réaliser le filtre (1). Le cahier des charges impose une atténuation de 80 dB pour les signaux de fréquences  $2f_{\text{port}}$  par rapport aux signaux continus.

Justifier cette contrainte et calculer  $\omega_0$  et  $R$  lorsque  $C = 1,00 \text{ nF}$  et  $f_{\text{port}} = 185 \text{ kHz}$ .

c) À quoi sert le condensateur de capacité  $C'$  représenté sur le schéma bloc ? Donner alors l'expression du signal  $d(t)$  et son spectre.

d) Exprimer le signal  $a(t)$  obtenu à la sortie du filtre (2).

e) Montrer finalement que l'analyse des signaux  $a(t)$  et  $d(t)$  permet de reconstituer le signal modulant  $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ .

••• FIN •••