

DM n°2 : pour le jeudi 18 septembre 2025

## 1 Cristallographie

La masse volumique du rhodium cristallisé est :  $\rho = 12,4 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ . Son réseau cristallin est de type cubique faces centrées et sa masse molaire est  $M(\text{Rh}) = 102,9 \text{ g.mol}^{-1}$ .

1. Représenter une maille cubique. En déduire la longueur  $a$  de l'arête de cette maille ainsi que le rayon métallique  $R$  des atomes de rhodium.
2. Quelle est la coordinence d'un atome de rhodium dans ce réseau ?
3. Calculer la compacité  $C$  de ce réseau cristallin.
4. Calculer la taille maximale  $r_M$  que doit présenter un atome métallique susceptible d'occuper (sans déformation) les sites octaédriques O du réseau. Même question si cet atome est susceptible d'occuper les sites tétraédriques T.
5. Déterminer la nouvelle compacité  $C$  qu'on obtiendrait en occupant tous les sites O du réseau c.f.c. du rhodium par des atomes de rayon  $r_M$ .

## 2 Capteur de position

On se propose d'étudier le principe d'un capteur de position à inductance variable. Ce capteur comprend un circuit magnétique composé d'un noyau de fer fixe sur lequel sont enroulées deux bobines B1 et B2, identiques. Une lame métallique est introduite comme indiqué sur la figure 1, sa position étant variable et repérée par  $\Delta z$ . En pratique cette lame est solidaire d'un objet dont on veut mesurer la position.

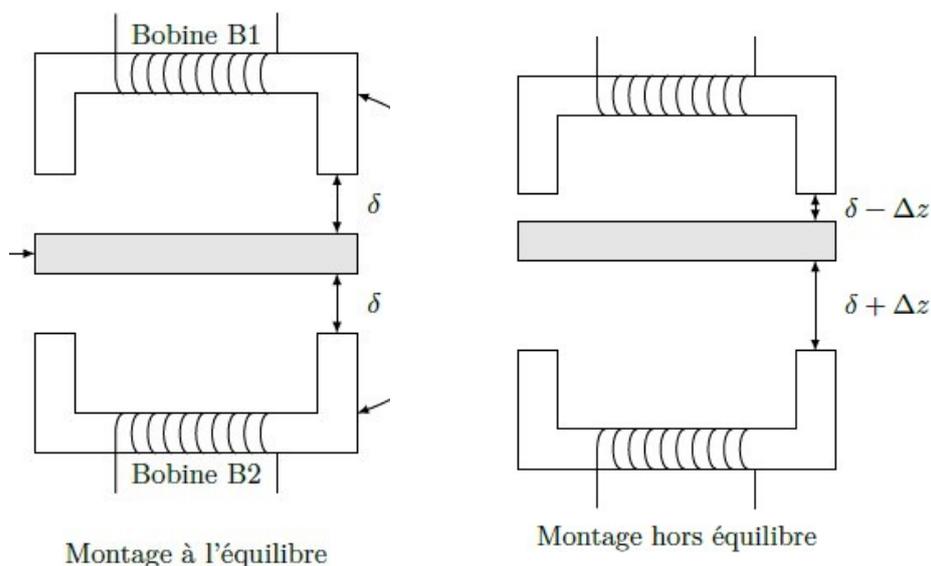


Figure 1

À l'équilibre, la lame est équidistante des deux bobines (figure 3 à gauche). Un déplacement de  $\Delta z$  di-symétrise le montage (par exemple, la lame s'approche de B1 et s'éloigne de B2 comme représenté sur la figure 3 à droite). Dans cette situation, les inductances de B1 et B2 valent respectivement :

$$L_1 = L_e \left( 1 + \frac{\Delta z}{\delta} \right) \quad \text{et} \quad L_2 = L_e \left( 1 - \frac{\Delta z}{\delta} \right)$$

où  $L_e$  est la valeur commune de l'inductance dans la situation d'équilibre.

Les bobines B1 et B2 sont alimentées par un générateur délivrant une tension électrique  $e(t) = E \cos(\omega t)$ , de pulsation  $\omega$ , en série avec une résistance  $R$  (figure 2). On néglige ici les résistances des deux bobines.

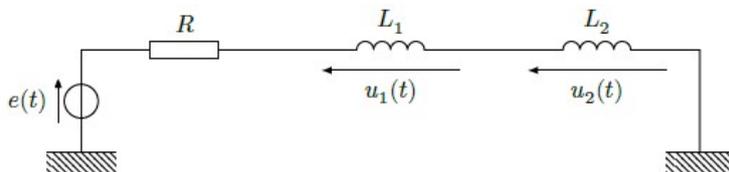


Figure 2

- Déterminer les expressions des tensions électriques complexes  $\underline{u}_1$  et  $\underline{u}_2$  en fonction de  $R$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $\omega$  et  $\underline{e}$ .

Ces tensions sont placées à l'entrée du montage présenté figure 3. L'ALI est supposé idéal en fonctionnement linéaire.

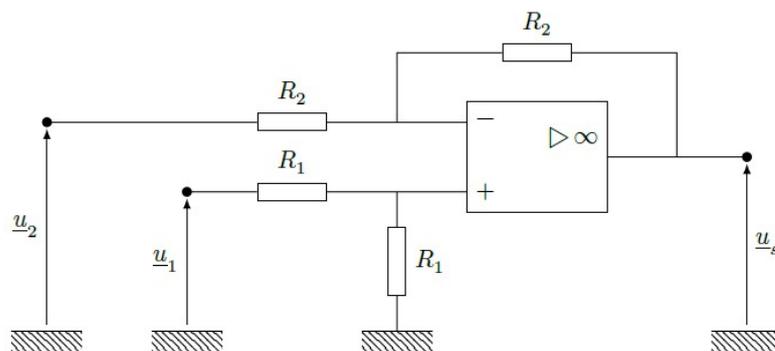


Figure 3

- Montrer que la tension électrique de sortie du montage peut s'écrire sous la forme  $\underline{u}_s = K(\underline{u}_1 - \underline{u}_2)$  où  $K$  est une constante que l'on déterminera en fonction des composants du montage.
- Exprimer la fonction de transfert complexe  $\underline{T}(j\omega)$  sous la forme :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{e}} = T_0 \frac{j(\omega/\omega_0)}{1 + j(\omega/\omega_0)}$$

où  $T_0$  et  $\omega_0$  sont des fonctions de  $L_e$ ,  $R$ ,  $\Delta z$  et  $\delta$ , que l'on déterminera.

- Tracer le diagramme de Bode asymptotique de  $\underline{T}(j\omega)$ .
- De quel type de filtre s'agit-il? Quelle est la signification de la pulsation  $\omega_0$ ?
- Dans quelle gamme de fréquences doit-on travailler pour que  $\underline{T}(j\omega)$  soit indépendant de  $\omega$  et proportionnel au déplacement de la lame?

On a  $R = 750 \Omega$ ,  $L_e = 60 \text{ mH}$  et une fréquence d'utilisation  $f = 4 \text{ kHz}$ .

- Montrer que le signal de sortie peut se mettre sous la forme  $u_s(t) = E \frac{\Delta z}{\delta} \cos(\omega t + \varphi)$  et exprimer et calculer le déphasage  $\varphi$ .

### Électronique de conditionnement

On souhaite obtenir un signal continu image de la position  $\Delta z$  de la lame. On utilise pour cela un multiplieur analogique, avec une constante de multiplication  $K_m$ , dans le montage donné figure 4. On aura donc :  $s_m(t) = K_m u \times u$ .

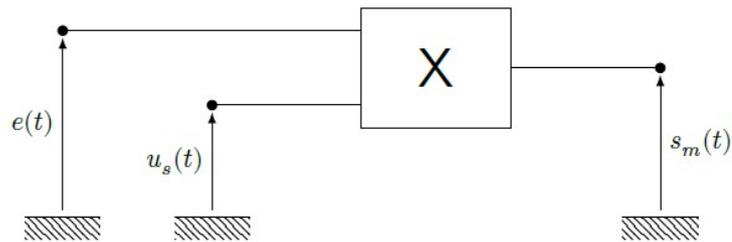


Figure 4

8. Exprimer la tension électrique  $s_m(t)$  à la sortie du multiplieur et donner sa décomposition spectrale. Préciser le terme représentatif de la position  $\Delta z$  de la lame.
9. Quel montage doit-on placer à la sortie du multiplieur pour récupérer une tension continue  $S_m$  proportionnelle au déplacement  $\Delta z$ ? Préciser la nature et les caractéristiques de ce montage.
10. Exprimer la sensibilité du capteur définie par  $S_m/\Delta z$ .
11. Application numérique Le capteur permet de mesurer la tension de sortie à 10 mV près. En déduire la plus petite valeur de  $\Delta z/\delta$  mesurable. On prendra  $E = 6,00$  V et  $K_m = 1,00$  V<sup>-1</sup>.