Correction - DS n°1bis (Centrale - Mines)

1 Atomistique

1. Pour O : $1s^2 2s^2 2p^4$ ↑↓ ↑ ↑ donc O :

sous couche 2p

2. Il y a 6 électrons de valence : ceux des sous-couches 2s et 2p

Colonne : bloc p ou 16e colonne

Période : 2e période car $n_{max} = 2$

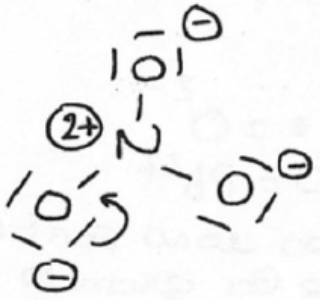
3. Pour CO_2 : N(C) = 4 ē de valence donc la molé = ou cula possède en tout $4 + 2 \times 6 = 16$ ē de valence ce qui correspond à 8 doublets

1ère forme ⊖ O – (2+) C – O ⊖ mais C ne satisfait pas la règle de l'octet et il y a trop de charges formelles, d'où

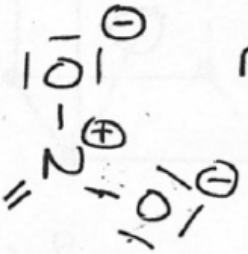
$\overset{-}{O}=C=\overset{-}{O}$ (Molécule linéaire)

4. Pour NO_3^- : $N_v(N) = 5$ donc $N_v(NO_3^-) = 5+6\times3+1 = 24$
ce qui correspond à 12 doublets disponibles.

1ère forme



mais N ne satisfait pas la règle de l'octet et il y a trop de charges formelles ; d'où :



Règle de l'octet satisfaite

(ion trigonal plan)

5. a) Pour les éléments légers il y a autant de protons que de neutrons donc :

$A \simeq 2Z$ et $A \simeq M$ (masse molaire)

↑ nombre de masse

Pour des éléments plus lourds, il y a plus de neutrons que de protons pour assurer la stabilité des noyaux (sinon il y aurait trop de charges positives), d'où $A \geq 2Z \Rightarrow M \simeq A \geq 2Z$, ce qui est bien le cas pour Pb.

5. b) Energie de 1ère ionisation : c'est l'énergie à fournir à l'atome gazeux pour lui arracher 1 électron : $Pb(g) \longrightarrow Pb^+(g) + e^-$

Pour l'énergie de 2ème ionisation, c'est l'énergie à fournir pour arracher un 2e électron

$$Pb^+(g) \longrightarrow Pb^{2+}(g) + e^-$$

Il faut que l'énergie des photon $E_{ph} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ soit supérieure à $E_I(1)$ ou $E_I(2)$

or : $E_{ph} = \frac{hc}{\lambda} \overset{AN}{=} 1,66.10^{-18}\,J$ et $E_I(1) = 1,2.10^{-18}\,J$

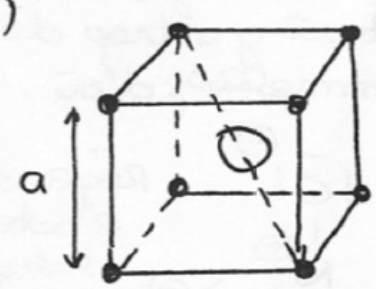
$E_I(2) = 2,4.10^{-18}\,J$

d'où :

$$\underline{E_I(1) < E_{ph} < E_I(2)}$$

On peut donc observer la première ionisation mais pas la seconde.

5. c)



$\bullet = O^{2-}$

$O = Pb^{2+}$

Les ions sont en contact le long de la grande diagonale du cube : $2r_+ + 2r_- = \sqrt{3}\,a$

d'où $\underline{a = \frac{2}{\sqrt{3}}(r_+ + r_-) \overset{AN}{=} 300\ pm}$

5. d) la compacité C est le quotient entre le volume occupé par les ions et le volume de la maille

Il y a $8 \times 1/8 = 1$ ion O^{2-} en propre dans la maille et un ion Pb^{2+}, d'où :

$$C = \frac{1 \times \frac{4}{3}\pi r_-^3 + 1 \times \frac{4}{3}\pi r_+^3}{a^3} = \frac{\sqrt{3}\pi}{2}\,\frac{r_-^3 + r_+^3}{(r_- + r_+)^3}$$

$$\overset{AN}{=} 0,69$$

5. e) la masse volumique est :

$$\rho = \frac{1 \times M(O)/N_A + 1 \times M(Pb)/N_A}{a^3} = \frac{3\sqrt{3}}{8 N_A}\,\frac{M(O) + M(Pb)}{(r_- + r_+)^3}$$

A.N. :

$$\underline{\rho = 13,7.10^3\ kg.m^{-3}} = 13,7\ \rho(\text{eau})$$

2 Accordeur de guitare (d'après Centrale TSI 2019)

A. Le signal

1. En appréciant le graphique, on peut proposer la moyenne : $\boxed{\langle u_e \rangle_t \simeq 10\,\text{mV}}$.

2. On peut repérer 2 périodes entre les dates 2 ms et 8 ms. La période est donc d'environ 3 ms ce qui correspond à une fréquence $\boxed{f_{co} = 330\,\text{Hz}}$.

3. Il s'agit de la corde de $\boxed{\text{Mi aigu}}$.

4. L'analyse spectrale de ce signal fera apparaître des harmoniques car le signal n'est $\boxed{\text{pas sinusoïdal}}$. Il y a d'autres composantes que le fondamental à 330 Hz. Quant à savoir si ces autres fréquences sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale, c'est beaucoup plus difficile d'être affirmatif mais il semble que ce soit le cas au premier abord.

B. Premier filtre

5. Par diviseur de tension, on obtient facilement $\underline{H}_1 = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{jC_1\omega}}$ On peut écrire cette fonction de transfert selon : $\boxed{\underline{H}_1 = \frac{1}{1+\frac{1}{jR_1C_1\omega}}}$.

6. Il s'agit d'un filtre passe-haut parce que $|\underline{H}_1|$ tend vers 0 en basse fréquence alors que si on travaille en haute fréquence, on trouve $\underline{H}_1 = 1$. La distinction haute et basse fréquence s'effectue par comparaison de ω avec la pulsation caractéristique de ce filtre $\boxed{\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}}$.

7. Si $\omega \ll \omega_1$ alors $\underline{H}_1 \simeq j\frac{\omega}{\omega_1}$, on obtient un gain qui évolue selon $G_{dB} = 20\log\omega - 20\log\omega_1$. On a une droite de pente +20 dB par décade. Pour la phase qui est l'argument de $\underline{H}_1$, on a $\frac{\pi}{2}$. Si l'on se place en haute fréquence, nous avons vu que $\underline{H}_1 = 1$, le gain est donc $G_{dB} = 0$ et la phase $\varphi = 0$. La représentation du diagramme de Bode est réalisé à la figure 1 où on a posé $x = \omega/\omega_1$.

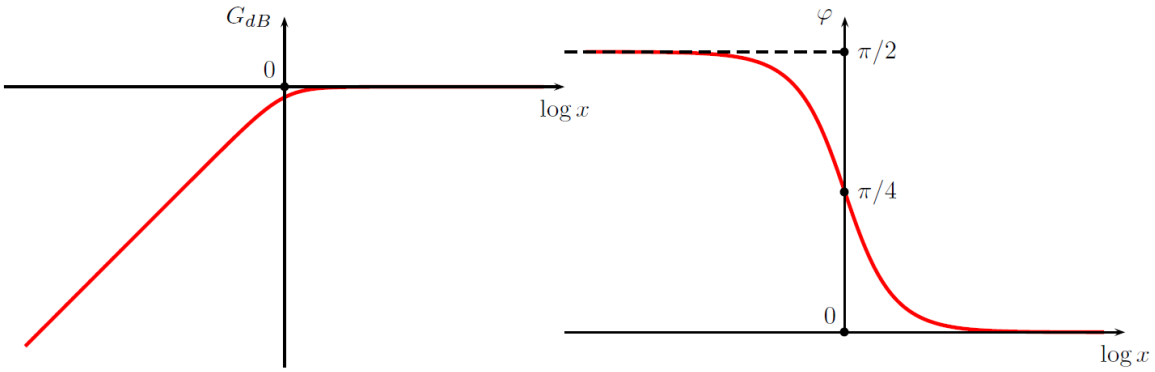


Figure 1 – Diagramme de Bode du filtre (F_a)

8. On trouve $\boxed{f_1 = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = 15,9\,\text{Hz}}$. En effet, la fréquence de coupure correspond au moment où la fonction de transfert vérifie $|\underline{H}|(f_1) = \frac{H_{1,max}}{\sqrt{2}}$. Ce premier filtre a pour objectif de couper la composante continue du signal $u_e(t)$.

C. Deuxième filtre

9. On peut constater par le montage que $e = V_+$. Puisque l'amplificateur est en régime linéaire, on a $V_+ = V_-$. Or, par diviseur de tension, on voit que $\frac{V_-}{s} = \frac{Z}{Z+Z'}$. La fonction de transfert est alors $\boxed{\underline{H} = 1 + \frac{Z'}{Z}}$. Si on utilise de simples résistances, on a une fonction de transfert $\underline{H} = 1 + \frac{R'}{R}$ réelle et indépendante de la fréquence.

Avec un tel filtre, on ne filtre rien du tout puisque le traitement des harmoniques sera le même pour chacune d'entre-elles. On amplifie le signal sans le déformer.

10. On a $\underline{Z}_{eq} = \frac{R_2 \frac{1}{jR_2C_2\omega}}{R_2+\frac{1}{jR_2C_2\omega}}$. On peut simplifier en écrivant : $\boxed{\underline{Z}_{eq} = \frac{R_2}{1+jR_2C_2\omega}}$.

11. Avec le calcul général effectué avant, on trouve que $\boxed{\underline{H}_2 = 1 + \frac{R_2}{R_3}\frac{1}{1+jR_2C_2\omega}}$.

12. On obtient la forme demandée en posant $\boxed{G_0 = \frac{R_2}{R_3}}$ et $\boxed{\omega_2 = \frac{1}{R_2C_2}}$.

13. $|\underline{H}_2|$ en basse fréquence peut s'approximer à $\boxed{1 + G_0}$ alors qu'en haute fréquence, on a $\boxed{\underline{H}_2 \simeq 1}$.

14. On trouve $\boxed{f_2 = \frac{1}{2\pi R_2C_2} = 498\,\text{Hz}}$ et $\boxed{G_0 = \frac{R_2}{R_3} = 113}$. Ce filtre renforce clairement les basses fréquences d'un facteur de l'ordre de 100, principalement en dessous de 500 Hz et donc en particulier le fondamental du signal de départ qui est à 330 Hz par rapport aux plus hautes fréquences où $|\underline{H}_2| = 1$.

D. Filtrage sélectif

15. Il s'agit d'un filtre passe-bande du second ordre car on peut apprécier les pentes de ± 20 dB par décade en basse et en haute fréquence. La fréquence centrale est $\boxed{f_{ac} = 330\,\text{Hz}}$, valeur qui est tout sauf une surprise puisque l'on souhaitait travailler sur l'accordage de la corde de Mi aigu.

16. La bande-passante à -3 dB correspond à l'intervalle des fréquences qui assurent un module de la fonction de transfert compris entre sa valeur maximale H_{max} et cette même valeur divisée par racine de deux : $\frac{H_{max}}{\sqrt{2}} \leq |H(f)| \leq H_{max}$. Comme le gain maximum est nul en décibels, cela veut dire que $H_{max} = 1$. À l'aide du graphique en échelle linéaire, on peut déterminer la bande passante comme constituée des fréquences comprises entre 320 Hz et 340 Hz. On a donc $\boxed{\Delta f = 20\,\text{Hz}}$. On peut démontrer que le facteur de qualité est relié à la bande-passante par $Q = \frac{f_{ac}}{\Delta f} = 16,5$. Cette valeur est déjà élevée pour un filtre. Le filtre passe-bande peut être qualifié de très sélectif.

17. Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315$ Hz, on peut voir que cela correspond à un gain de -6 dB. Cela signifie que l'amplitude du fondamental émis par la corde désaccordée est $\boxed{\text{divisé par 2}}$.

Analyse spectrale

18. Le spectre proposé présente une $\boxed{\text{composante continue de 10 mV}}$ que l'on repère à une fréquence nulle. Cela correspond à la moyenne que nous avions évaluée avant. Ensuite, en regardant bien le graphique, on peut constater que le fondamental est selon toute vraisemblance vers 330 Hz et qu'ensuite toutes les harmoniques sont situées à égale distance (en fréquence évidemment). D'ailleurs, l'harmonique de rang 3 est à 1 kHz, en divisant par 3 cette valeur on retrouve bien la fréquence que nous avions estimée pour le fondamental.

19. Le premier filtre est un passe-haut de fréquence $f_1 = 15,9$ Hz, il va donc couper la composante continue en atténuant très peu les fréquences nettement supérieure à f_1 avec un fondamental à 330 Hz, on peut dire que l'harmonique est conservée en totalité. Le spectre correspondant à la tension u_1 est donc le spectre $\boxed{(a)}$.

20. Le filtre (F_b) va amplifier le fondamental à 330 Hz par un facteur de l'ordre de 100 comme nous l'avons dit avant puisque cette fréquence est inférieure à $f_2 = 498$ Hz. On part d'une amplitude de 18 mV, on doit donc trouver une amplitude de 1 800 mV environ. C'est le spectre $\boxed{(d)}$ qui correspond à la tension $u_2(t)$.

21. Comme la bande passante $\Delta f = 20$ Hz du filtre passe-bande est inférieure à la distance qui sépare deux fréquences du signal (330 Hz), le filtre donnera soit rien soit un signal monochromatique si la fréquence du signal est dans la bande passante. Ici, en l'espèce, on aura un signal de fréquence 330 Hz et donc une $\boxed{\text{tension sinusoïdale}}$.

3 Mesure de vitesses et de distances par un radar. Extrait Central MP 2025

Q18 $v_i = k v_1 v_2$ où k est une constante (en V^{-1})

$= k A B \cos(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_2 t + \varphi_0)$

$= \frac{1}{2} k A B \left(\cos(2\pi(f_1+f_2)t + \varphi_0) + \cos(2\pi(f_1-f_2)t - \varphi_0) \right)$

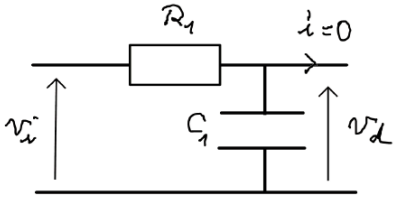
d'après une formule de trigonométrie (non fournie).

v_i est ainsi la superposition linéaire de deux signaux de fréquences f_1+f_2 et $|f_1-f_2|$.

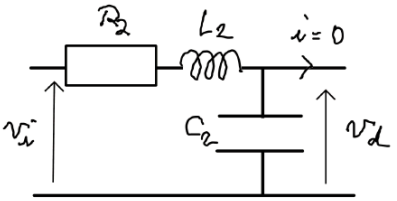
Comme $|f_1-f_2| \ll f_1+f_2$, on isole le terme de fréquence $|f_1-f_2|$ avec un filtre passe-bas

Q19

filtre d'ordre 1



filtre d'ordre 2



Q20 En utilisant la formule du diviseur de tension :

$$\underline{H_1} = \frac{1/jC_1\omega}{R_1 + 1/jC_1\omega} = \frac{1}{1+jR_1C_1\omega}$$

$$\underline{H_2} = \frac{1/jC_2\omega}{R_2 + jL_2\omega + 1/jC_2\omega} = \frac{1}{1+jR_2C_2\omega - L_2C_2\omega^2}$$

Si $f_1+f_2 \approx 80$ kHz et $|f_1-f_2| \sim 10$ Hz (L'énoncé omet de fournir cet ODG)

on peut choisir une fréquence de coupure du filtre $f_c = 100$ Hz, par exemple.

Pour le filtre du 1er ordre : $f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$ donc $R_1C_2 = 1{,}6.10^{-3}$ s,

on peut prendre $R_1 = 16$ kΩ et $C_1 = 100$ nF

Pour le filtre du 2e ordre, avec $Q = \frac{1}{R_2}\sqrt{\frac{L_2}{C_2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}}$ donc $L_2C_2 = 2{,}5.10^{-6}$ s^2 ; on peut prendre :

$L_2 = 0{,}25$ H $\quad C_2 = 10\,\mu$F $\quad R_2 = 224\,\Omega$

Q21 $v_{iQ} = kAB\cos\left(2\pi f_1 t + \frac{\pi}{2}\right)\cos(2\pi f_2 t + \varphi_0)$

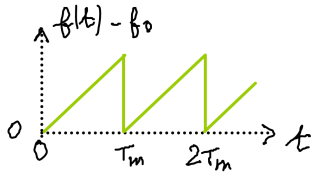
$= \frac{1}{2}kAB\left(\cos(2\pi(f_1+f_2)t + \frac{\pi}{2} + \varphi_0) + \cos\left(2\pi(f_2-f_1)t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right)\right)$

et $v_{dQ} = \frac{1}{2}kAB\cos\left(2\pi(f_2-f_1)t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right)$

donc $\begin{cases} v_d = \frac{1}{2}kAB\cos(2\pi(f_2-f_1)t + \varphi_0) \\ v_{dQ} = \frac{1}{2}kAB\sin(2\pi(f_2-f_1)t + \varphi_0 \end{cases}$

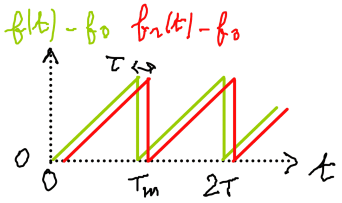
En observant à l'oscilloscope v_{dQ} en fonction de v_d on voit un cercle décrit dans le sens trigonométrique si $f_2 > f_1$ et dans le sens inverse si $f_2 < f_1$.

Q22 $f(t) = f_0 + \frac{Bt}{T_m}$



Q23 τ est le délai de propagation entre l'émetteur et la cible : $\tau = \frac{d}{c}$

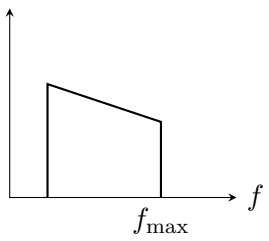
AN : $\tau = \frac{10^4}{3\cdot10^8} = 3.10^{-5}$ s et $T_m \sim 0{,}1$ s donc $\tau \ll T_m$.



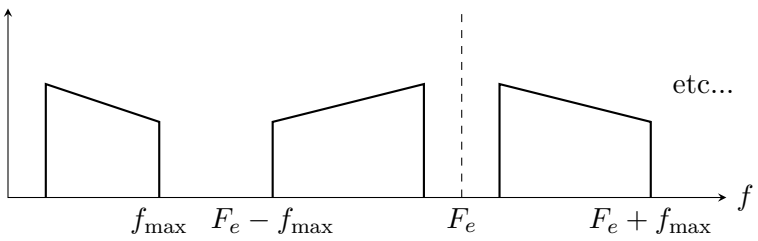
Q24 Pour $t \notin [nT_m, nT_m+\tau]$, c'est-à-dire quasiment toujours ($\tau \ll T_m$) :

$f_d = |f_{r2}(t) - f(t)| = \frac{B\tau}{T_m} = \frac{Bd}{cT_m}$ donc $d = cT_m\frac{f_d}{B}$

Q25. Si le signal analogique $v(t)$ a un spectre de la forme donnée ci-dessous, avec une fréquance maximale $f_{\max}$, alors le spectre du signal échantillonné $v_{\text{éch}}(t)$ est donné sur la figure à côté et possède des parties repliées, symétriques par rapport aux fréquences nF_e, $n \in \mathbb{N}$, avec $F_e = 1/T_e$.



Spectre de $v(t)$



Spectre de $v_{\text{éch}}(t)$

Il est possible d'étudier le spectre de $v(t)$ à partir de celui de $v_e(t)$ s'il n'y a pas de

chevauchement avec la partie repliée. Cela est possible à condition que $f_{\max} < F_e - f_{\max}$ d'où $f_{\max} < F_e/2$, ce qui est le **critère de Shannon**.

Q26. Dans le spectre de gauche, les deux raies de $v(t)$ sont correctement restituées. La résolution en fréquence est $\delta f = \frac{1}{100\times 0{,}002} = 5$ Hz et les deux fréquences f_1 et f_2 sont multiples de δf.

En revanche, dans le spectre de droite, la raie à $f_1 = 150$ Hz est absente tandis que celle à $f_2 = 160$ Hz est correctement positionnées en fréquence mais son amplitude n'est pas correcte. La résolution en fréquence est $\delta f = \frac{1}{100\times 5.10^{-4}} = 20$ Hz ce qui fait que la fréquences f_1 n'est pas un multiple de δf. La résolution est insuffisante.

Q27. On échantillonne v_d avec $T_e = T_m$ donc $F_e = \frac{1}{T_m}$. On est limité par la condition de Shannon pour qu'il n'y ait pas de recouvrement avec le spectre replié et on doit imposer : $f_{d,\max} = |f - f_r|_{\max} < F_e/2$ d'où :

$$|f - f_r|_{\max} = f_{d,\max} < \frac{1}{2T_m} = 1{,}91 \text{ Hz}$$

On en déduit que :

$$\boxed{|U|_{\max} = \frac{cf_{d,\max}}{2f} = \frac{c}{4fT_m} = 96 \text{ m.s}^{-1} = 345 \text{ km.h}^{-1}}$$

Q28. On a alors $\delta f = \frac{1}{NT_m}$ et le plus petit écart de fréquence qu'on puisse mesurer est δf. On a donc :

$$\boxed{\Delta U = \frac{c}{2f}\,\delta f = \frac{c}{2fNT_m} = 4{,}7.10^{-1} \text{ m.s}^{-1}}$$

Q29. Dans ce cas la période d'échantillonnage vaut $T_e = \frac{T_m}{M}$. Le critère de Shannon impose alors :

$$f_{d,\max} < \frac{M}{2T_m} \quad \text{d'où} \quad d_{\max} = \frac{cT_m}{B}\, f_{d,\max} = \frac{Mc}{B}$$

Pour $d_{\max} = 50$ km on a :

$$\boxed{M = \frac{d_{\max} B}{c} \approx 21}$$

Q30. On a $\delta f = \frac{1}{T_m} = 38$ Hz d'où :

$$\boxed{\Delta d = \frac{cT_m}{B}\,\delta f = \frac{c}{B} = 2{,}4 \text{ km}}$$

Cela correspond à la plus grande valeur donnée.