

## DM n°4 (Vendredi 17 octobre)

## 1 L'aspirine : un acide

L'aspirine est considérée comme un monoacide  $AH$  de base conjuguée  $A^-$ . On suppose qu'il est faible. On prépare une solution aqueuse d'aspirine de concentration initiale (on peut aussi dire concentration apportée)  $C_i = 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$  et on mesure le pH à l'équilibre chimique. On trouve  $\text{pH} = 2,9$ .

1. Montrer que l'aspirine est bien un acide faible.
2. Déterminer son  $\text{p}K_A$ .
3. Déterminer le taux de dissociation  $\alpha = \frac{C_i - [AH]_{\text{éq}}}{C_i}$  de l'aspirine à l'équilibre.

On rappelle que la conductivité électrique d'une solution aqueuse suffisamment diluée contenant plusieurs types d'ions  $A_k$  à la concentration  $C_k$  s'écrit :

$$\gamma = \sum_k \lambda^0(A_k) C_k$$

où  $\lambda^0(A_k)$  est la conductivité ionique molaire des ions  $A_k$ .

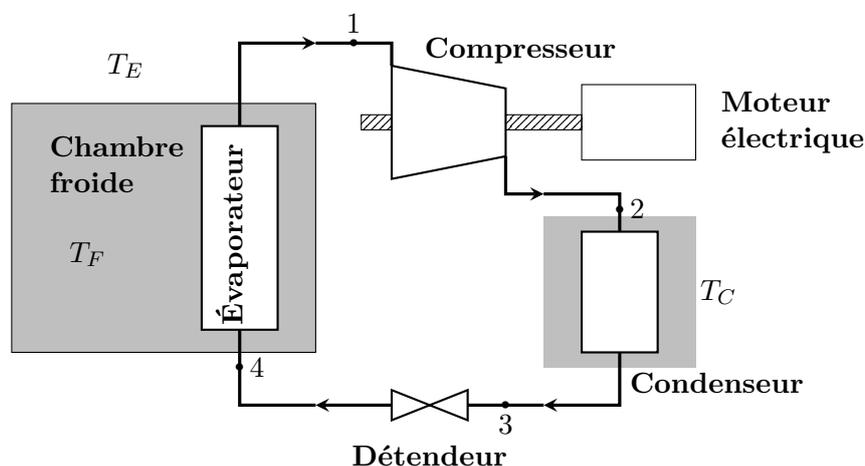
4. a) Montrer que la mesure de la conductivité électrique  $\gamma$  de la solution peut permettre de mesurer ce taux de dissociation  $\alpha$ .
- b) Application numérique. On donne à  $25^\circ\text{C}$  :

Espèce	$\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+$	$\text{OH}_{(\text{aq})}^-$	$\text{A}_{(\text{aq})}^-$
$\lambda^0 \text{ (S.m}^2\text{.mol}^{-1}\text{)}$	$350,0 \times 10^{-4}$	$198,4 \times 10^{-4}$	$32,4 \times 10^{-4}$

Calculer  $\gamma$ .

## 2 Régulation thermique d'une chambre froide

On considère une installation de réfrigération servant à maintenir une chambre froide à une température  $T_F$  constante. On rappelle ci-dessous le principe de l'installation (vue en cours) mais le but de ce problème n'est pas d'étudier cette machine. On se concentre ici sur l'étude de la régulation thermique de la chambre froide.



On rappelle que le fluide frigorigène s'écoule en régime stationnaire entre les différentes machines constituant le dispositif. Toute variation d'énergie cinétique et d'énergie potentielle de pesanteur est négligée.

- 1 → 2 : compression du fluide dans un **compresseur** adiabatique. Le compresseur est entraîné par un moteur électrique. On note  $\mathcal{P}_u(\text{Cp})$  la puissance utile au niveau du compresseur.
- 2 → 3 : refroidissement puis liquéfaction totale isobare dans un **condenseur** en contact avec une source chaude de température  $T_C$   
On note  $\mathcal{P}_{\text{th}}(\text{Cd})$  la puissance thermique échangée entre le fluide frigorigène et la source chaude dans cet appareil.
- 3 → 4 : détente dans un **détendeur** adiabatique, sans pièces mécaniques mobiles.
- 4 → 1 : vaporisation complète isobare dans **l'évaporateur**, en contact avec la chambre froide proprement dite, de température  $T_F$ . On note  $\mathcal{P}_{\text{th}}(\text{Ev})$  la puissance thermique échangée entre le fluide frigorigène et la chambre froide.

Le coefficient de performance de cette installation frigorigène est :

$$\text{COP} = \frac{\mathcal{P}_{\text{th}}(\text{Ev})}{\mathcal{P}_u(\text{Cp})} = 4,5$$

Les murs de la chambre froide ne sont pas parfaitement isolés thermiquement : après arrêt du réfrigérateur, la chambre se réchauffe lentement et sa température passe de  $T_F = 270 \text{ K}$  à  $T_1 = 285 \text{ K}$  au bout de 8 heures.

On modélise ce phénomène en considérant qu'il existe des échanges de chaleur (fuites thermiques) entre l'air de la chambre et l'atmosphère extérieure de température  $T_E = 293 \text{ K}$  et que ces transferts thermiques sont décrits par une puissance thermique instantanée de la forme (en valeur absolue) :

$$|\mathcal{P}_{\text{th}}(t)| = G |T_E - T(t)|$$

où  $G$  est une constante et  $T(t)$  la température de la chambre froide à l'instant  $t$  (les fuites thermiques étant faibles, on suppose que la température de l'air dans la chambre y est uniforme à chaque instant). L'air de la chambre froide sera assimilé à un gaz parfait de capacité thermique  $C_V$  et dont le volume reste constant.

Pour les applications numériques :  $C_V = 4,60 \times 10^5 \text{ J.K}^{-1}$ .

- 1) a) Le réfrigérateur étant arrêté, en appliquant le premier principe à l'air de la chambre froide entre  $t$  et  $t + dt$ , déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit la température  $T(t)$  de l'air du local.
- b) En déduire  $T(t)$  en fonction du temps  $t$ , de  $C_V$ ,  $T_F$  et  $G$ .
- c) Quelle est alors la valeur numérique de  $G$  ?

Le réfrigérateur est remis en fonctionnement. Le régime stationnaire finit par être atteint et la température de la chambre froide finit par se stabiliser à la valeur  $T_F = 270 \text{ K}$  constante.

- 2) a) Déterminer la puissance thermique  $\mathcal{P}_{\text{th}}(\text{Ev})$  nécessaire pour obtenir ce résultat.
- b) En déduire la valeur numérique de la puissance utile  $\mathcal{P}_u(\text{Cp})$  mise en jeu dans le compresseur.

### 3 Production de diazote liquide par le procédé de Linde (1900)

On se propose d'étudier une installation de production en continu de diazote  $N_2$  liquide, fonctionnant en régime stationnaire (permanent). Le schéma de principe de l'installation est proposé sur la figure 1. Les réponses aux questions exigent la prise en compte de l'ensemble des données décrivant l'installation ainsi que du diagramme  $(h, \ln(P))$  du diazote fourni en annexe.

#### Données numériques :

- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- Masse molaire du diazote :  $M = 28 \times 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

#### Données pour l'équilibre liquide - gaz :

P (bar)	$T_{\text{éb}}(P)$ (K)	$h_{\text{liq}}$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$h_{\text{gaz}}$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )
1	77	- 122	77,2

#### Hypothèses de travail :

- L'eau liquide est assimilée à une phase condensée idéale de capacité thermique massique  $c_e = 4,19 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , supposée constante.
- Le diazote gazeux est assimilé à un gaz parfait diatomique quelle que soit la pression, de capacité thermique massique à pression constante :  $c_P = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)}$

Variation d'entropie massique d'un gaz parfait :

$$s(T_2, P_2) - s(T_1, P_1) = c_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{R}{M} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Du diazote gazeux entre en continu dans la machine avec un débit massique  $D_m$ , dans les conditions  $P_E = 1,00 \text{ bar}$  et  $T_E = 300 \text{ K}$ . Il atteint un mélangeur (M) où on le mélange avec du diazote gazeux de débit  $D'$  dans les mêmes conditions  $P_E, T_E$ . En sortie du mélangeur (M), le débit massique de diazote gazeux est donc  $D = D_m + D'$ , toujours dans les conditions  $P_E$  et  $T_E$ .

Après passage par le mélangeur, le diazote gazeux traverse une série d'étages de compression ; chacun de ces étages est constitué d'un compresseur adiabatique (C) suivi d'un réfrigérant isobare (R) à circulation d'eau froide ; en sortie du réfrigérant, le diazote gazeux est ramené à une température égale à  $T_E$ .

Les  $N$  étages compresseur-réfrigérant sont identiques ; ainsi le rapport de compression

$$r = \frac{P_{\text{sortie}}}{P_{\text{entrée}}}$$

est le même pour chacun des  $N$  compresseurs. Après la traversée du dispositif, le diazote atteint donc le point 1 à la pression  $P_1 = r^N P_E = 100 \text{ bar}$  et à la température  $T_1 = T_E$ .

L'eau liquide utilisée dans chacun des réfrigérants circule à la pression constante de 1,00 bar. La température de l'eau à l'entrée de chaque dispositif de refroidissement est  $T_e = 280 \text{ K}$ .

Le diazote gazeux aborde entre les points 1 et 2 un échangeur thermique à contre-courant le long duquel il subit un refroidissement isobare ; à sa sortie, le fluide est dans l'état  $P_2 = P_1$  et à la température  $T_2$ .

Ce refroidissement est suivi d'une détente isenthalpique dans un détenteur (Dét) diabatique et sans pièces mobiles. Au point 3 le diazote est un mélange liquide-gaz à la pression  $P_3 = 1 \text{ bar}$  et à la température  $T_3 = 77 \text{ K}$ . La fraction massique en gaz du mélange est notée  $x$ .

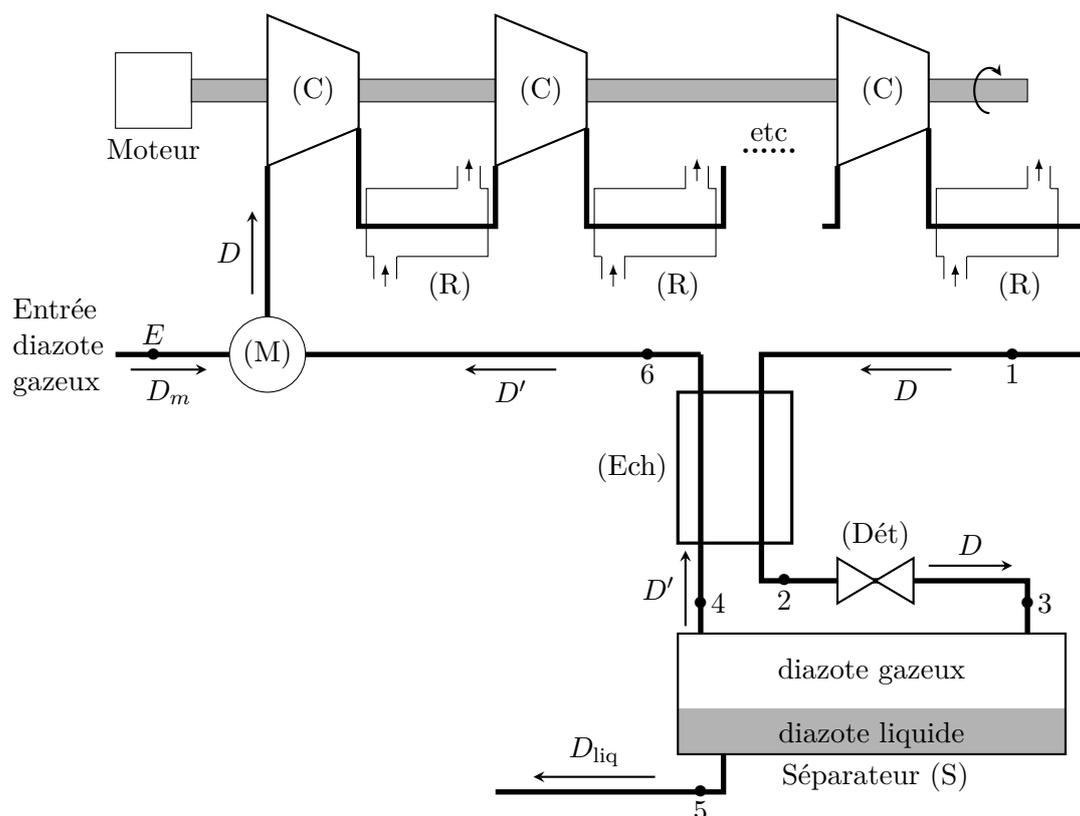


FIGURE 1 – Procédé de Linde de fabrication de diazote liquide.

Comme la fraction massique  $1 - x$  de diazote liquéfié est faible, on extrait seulement du séparateur (S) un débit massique  $D_{\text{liq}}$  modeste de diazote liquide dans les conditions  $P_5 = 1 \text{ bar}$  et  $T_5 = 77 \text{ K}$ . Le diazote gazeux recyclé est renvoyé avec un débit massique  $D'$  vers l'échangeur (E). Au point 4, le diazote est donc gazeux dans les conditions  $P_4 = 1,00 \text{ bar}$  et  $T_4 = 77 \text{ K}$ .

Dans l'échangeur (Ech), il se réchauffe à pression constante et arrive au point 5 dans les conditions  $P_6 = 1,00 \text{ bar}$ ,  $T_6 = 300 \text{ K}$ .

### 3.1 Dimensionnement des étages de compression

Pour des raisons techniques, on impose deux limites de fonctionnement :

- la température du diazote gazeux ne doit en aucun point des étages de compression dépasser  $T_{\text{max}} = 400 \text{ K}$  ;
- la température de l'eau de refroidissement ne doit pas dépasser  $T'_{\text{max}} = 350 \text{ K}$  en sortie des réfrigérants (R).

- 1) Que vaut le rapport  $\gamma = c_P/c_V$  des capacités thermiques du diazote ? On admet que les compresseurs fonctionnent de manière réversible. Déterminer la valeur de  $T_{\text{sortie}}$  en fonction de  $T_E$ ,  $P_E$ ,  $P_1$ ,  $N$  et  $\gamma$ . En déduire la valeur minimale de  $N$  compatible avec les exigences décrites ci-dessus.

*Dans la suite on adoptera  $N = 5$ .*

- 2) Calculer  $r$  et  $T_{\text{sortie}}$  dans ce cas.
- 3) Si on prenait en compte le caractère irréversible du fonctionnement des compresseurs sans changer la valeur de  $r$ , faudrait-il augmenter ou diminuer  $N$  ? On justifiera la réponse.

- 4) On note  $D_{\text{eau}}$  le débit massique du courant d'eau liquide circulant dans chaque réfrigérant (R). Déterminer grâce à un bilan enthalpique la température de l'eau  $T_{S,\text{eau}}$  en sortie de (R), en fonction de  $c_P$ ,  $c_e$ ,  $T_E$ ,  $T_{\text{sortie}}$  et  $T_e$ . En déduire l'expression du rapport  $D_{\text{eau}}/D$  minimal compatible avec les exigences ci-dessus. Faire l'application numérique.

### 3.2 Dimensionnement de l'échangeur (Ech)

On utilisera dans cette partie les données du tableau de l'équilibre liquide-gaz ainsi que le diagramme  $(h, \ln(P))$  fourni.

- 5) Exprimer  $h_3$  en fonction de  $x$  et des enthalpies massiques du diazote liquide et gazeux notées  $h_{\text{liq}}(P_3)$  et  $h_{\text{gaz}}(P_3)$ .
- 6) Le séparateur (S) utilisé est un appareil sans pièces mécaniques mobiles et calorifugé (adiabatique).
- Justifier que  $D_{\text{liq}} = D_m$
  - À l'aide d'un bilan enthalpique appliqué à (S), relier  $x$ ,  $D$  et  $D'$ .
- 7) Par un bilan enthalpique appliqué à (Ech), déterminer  $x$  en fonction de  $h_1$ ,  $h_6$  et  $h_{\text{liq}}(P_3)$ .
- 8) En exploitant le diagramme  $(h, \ln(P))$  du diazote fourni, déterminer les valeurs de  $h_1$ ,  $h_6$ . En déduire la valeur numérique de  $x$  avec deux chiffres significatifs. Déterminer alors la température  $T_2$  du diazote au point 2.
- 9) Placer les points 1, 2, 3, 4, 5 et 6 sur le diagramme  $(h, \ln(P))$  à rendre avec la copie.
- 10) La production de diazote liquide s'effectue avec un débit massique  $D_m = 3,0 \times 10^{-2} \text{ kg.s}^{-1}$ . En déduire la puissance utile  $\mathcal{P}_u$  qui est nécessaire au fonctionnement de l'ensemble des  $N$  compresseurs (C). La calculer numériquement.

30.60

2009 ASHRAE Handbook—Fundamentals (SI)

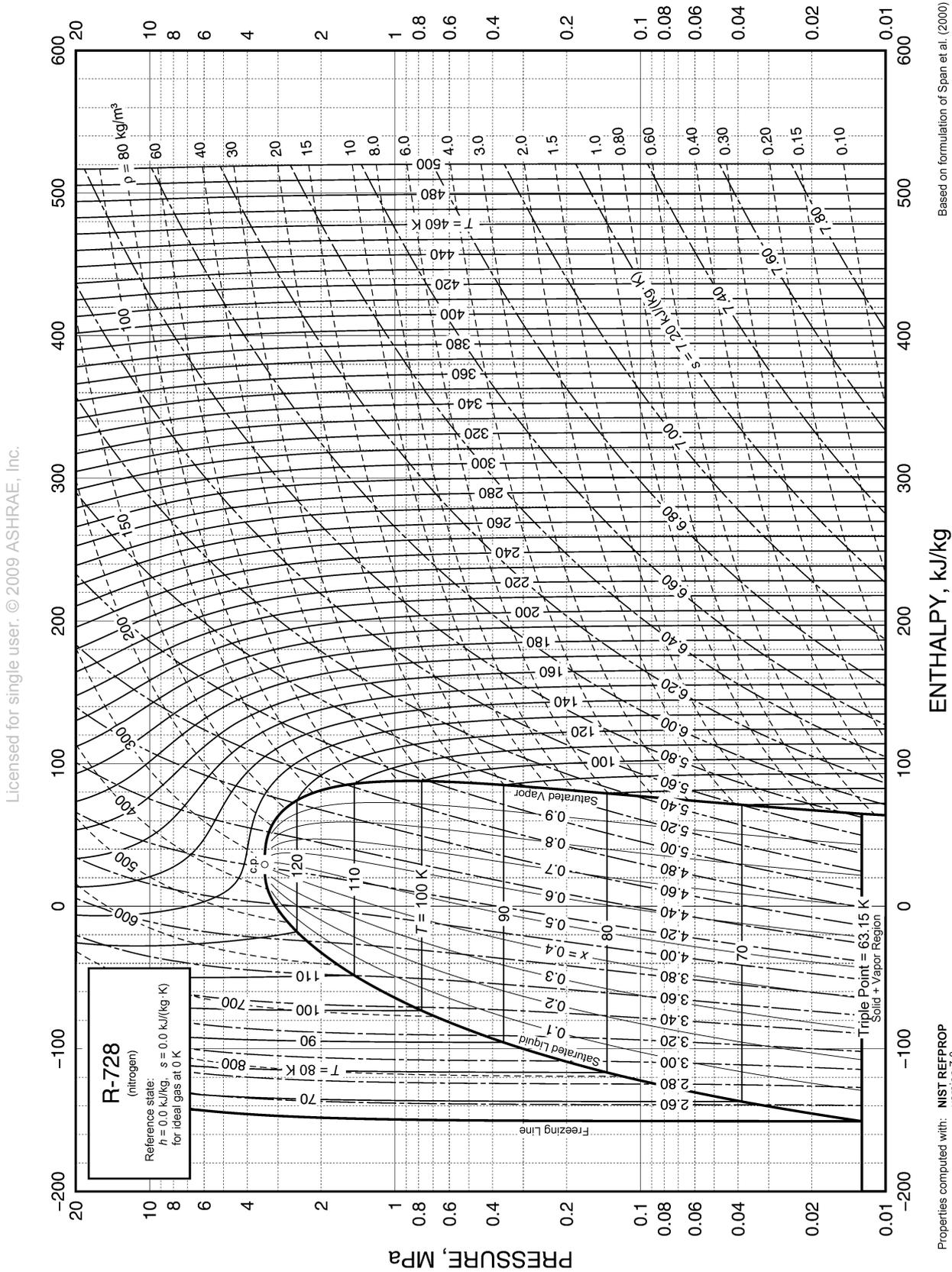


Fig. 29 Pressure-Enthalpy Diagram for Refrigerant 728 (Nitrogen)

Licensed for single user. © 2009 ASHRAE, Inc.