

Incertitudes

La fréquence propre d'un circuit RLC-série est donnée par : $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. On dispose d'une bobine d'inductance propre $L = 47$ mH avec une précision de 1 % et d'un condensateur dont le constructeur indique $C = 100$ nF avec une précision de 2 %.

Quelles sont les valeurs de $E(f_0)$ et de l'incertitude-type $u(f_0)$?

Problème de thermodynamique

N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Toute démonstration illisible ou incompréhensible sera considérée comme fausse.

A. Échangeur thermique

L'échangeur thermique est un organe fréquemment utilisé dans les installations thermiques. On le trouve dans des pompes à chaleur, des machines à froid ou certains cumulus d'eau chaude.

Le principe d'un échangeur thermique est de permettre le transfert d'énergie thermique entre deux fluides. Dans l'étude menée ici, ce sont :

- de l'eau glycolée ;
- de l'eau à usage domestique d'une habitation.

Ces deux liquides, supposés indilatables et incompressibles, sont mis en contact thermique au sein de l'échangeur via des canalisations dans lesquelles ils se déplacent en sens opposé. C'est dans la zone active de l'échangeur, représentée sur la figure 1 ci-dessous, que s'opère le transfert thermique entre les deux fluides. Hormis sur leur surface commune diathermane, les canalisations sont isolées thermiquement.

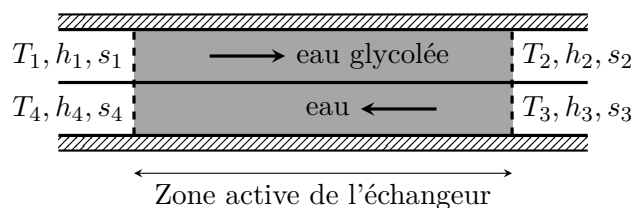


FIGURE 1 – Échangeur

On note d_e et d_g respectivement le débit massique d'eau et d'eau glycolée. On note également T_i, h_i, s_i respectivement : la température, l'enthalpie massique, l'entropie massique du fluide désigné par $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, sachant que :

- $i = 1$ fait référence à l'entrée d'eau glycolée dans la zone active.
- $i = 2$ fait référence à la sortie d'eau glycolée de la zone active.
- $i = 3$ fait référence à l'entrée d'eau dans la zone active.
- $i = 4$ fait référence à la sortie d'eau de la zone active.

Les écoulements sont supposés horizontaux et en régime stationnaire. On néglige la variation d'énergie cinétique des fluides lors de leur passage dans l'échangeur.

I. Bilan d'enthalpie

On donne l'expression du premier principe de la thermodynamique pour une machine en régime stationnaire :

$$\sum_{k' \in \text{Sorties}} d_{k'} h_{k'} - \sum_{k \in \text{Entrées}} d_k h_k = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}, \quad (1)$$

où $\mathcal{P}_u$ désigne la puissance utile échangée entre les fluides et les pièces mécaniques mobiles de la machine et $\mathcal{P}_{th}$ est la puissance échangée entre le système et l'extérieur par transfert thermique.

- 1) Donner la signification physique des termes du membre de gauche de l'égalité (4).
- 2) On note c_e et c_g respectivement la capacité thermique massique de l'eau et de l'eau glycolée. Déterminer la relation entre : $c_g, c_e, d_g, d_e, T_1, T_2, T_3$ et T_4 .
- 3) On donne : $c_g = 3,29 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $d_g = 10,0 \text{ kg.s}^{-1}$, $T_1 = 10,0 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 15,0 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_3 = 15,0 \text{ }^\circ\text{C}$ et $T_4 = 12,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Calculer numériquement le débit massique d'eau d_e .

II. Bilan d'entropie

- 4) Écrire une relation analogue à (4) traduisant le second principe industriel de la thermodynamique pour une machine en régime stationnaires et donner la signification physique de chacun des termes intervenant dans cette relation.
- 5) Déterminer l'expression du taux de création d'entropie (entropie créée par unité de temps) dans l'échangeur. Effectuer l'application numérique et indiquer l'origine physique de l'irréversibilité le cas échéant.

B. Isolation thermique d'une canalisation d'eau

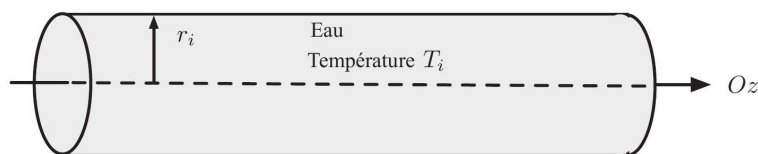
Après avoir transité dans l'échangeur thermique, l'eau alimente le réseau d'une habitation. Afin de limiter les pertes thermiques dans les canalisations, on se propose, dans cette partie, d'étudier quelques solutions d'isolation thermique.

La canalisation est cylindrique, d'axe Oz , de rayon r_i et de longueur $L \gg r_i$. L'eau y circulant est à la température T_i . L'objectif de cette partie est de comparer les pertes latérales de la canalisation sans ou avec un isolant.

On adopte le modèle suivant :

- seule les transferts thermiques radiaux, c'est-à-dire dans une direction perpendiculaire à l'axe Oz , sont pris en compte ;
- la température de l'eau dans la canalisation est supposée uniforme. La conduction radiale s'opère donc pour $r \geq r_i$ uniquement ;
- l'étude est menée en régime stationnaire ;
- on néglige l'épaisseur de la paroi de la canalisation.

Sans isolant (figure 2), la canalisation est en contact avec l'air intérieur de l'habitation, de température T_0 .

FIGURE 2 – Air intérieur - Température T_0

- 6) La densité surfacique de puissance thermique échangée par transfert conducto-convectif au niveau de la surface latérale de la canalisation est donnée par $\varphi = h(T_i - T_0)$ (loi de Newton), ou h est une constante dimensionnée appelée coefficient d'échange.

Exprimer la puissance thermique $\mathcal{P}_{th}$ transférée au niveau de la surface latérale du système.

On applique désormais un isolant thermique sur la canalisation précédente. L'isolant possède un rayon intérieur r_i et un rayon extérieur r_e (figure 3). En un point situé à une distance r de l'axe Oz et situé à l'intérieur de l'isolant, c'est-à-dire pour $r_i \leq r \leq r_e$ en repérage cylindrique, la température est notée $T(r)$. On note $T_e = T(r_e)$ et $T_i = T(r_i)$.

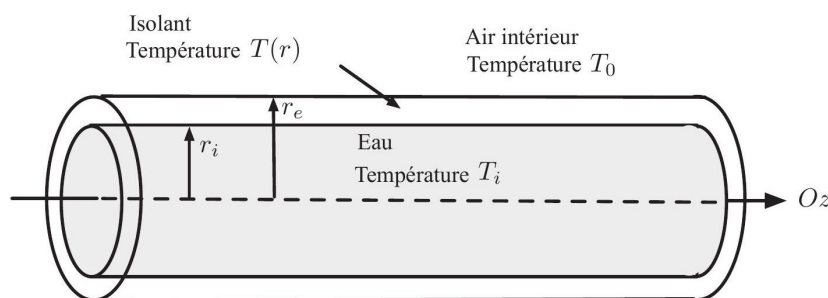


FIGURE 3 – Canalisation avec isolant

Dans la suite, l'échange conducto-convectif au niveau de la surface intérieure de l'isolant n'est pas pris en compte. La température de part et d'autre de la surface intérieure de l'isolant est donc continue : $T(r_i^-) = T(r_i^+) = T_i$.

- 7) On suppose que le coefficient d'échange en $r = r_e$ est h . Exprimer la puissance thermique $\mathcal{P}_{th,isolant}$ échangée au niveau de la surface latérale extérieure de l'isolant par conducto-convection en fonction de h , T_0 , T_e , L et r_e .
- 8) On note $\Phi(r)$ le flux thermique associée au phénomène de conduction thermique dans l'isolant, sortant du cylindre de longueur L et de rayon r tel que $r_i \leq r \leq r_e$.
- En effectuant un bilan d'énergie interne sur une coquille cylindrique de longueur L , de rayons interne r et externe $r + dr$, montrer qu'en régime stationnaire $\Phi(r)$ est indépendant de r
 - En déduire que $\Phi(r) = \mathcal{P}_{th,isolant}$.
 - Rappeler l'expression de la loi de Fourier relative à la conduction thermique en exprimant le vecteur densité de courant conduction thermique $\vec{j}_Q$ en fonction notamment de la conductivité thermique de l'isolant, λ .

d) En déduire que :

$$\frac{dT}{dr} = \frac{hr_e}{\lambda r} (T_0 - T_e)$$

e) Montrer que :

$$T_e = T_0 + \frac{T_i - T_0}{1 + \frac{hr_e}{\lambda} \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}$$

9) Montrer que :

$$\frac{\mathcal{P}_{\text{th}}}{\mathcal{P}_{\text{th,isolant}}} = \frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$$

avec $x = \frac{r_e}{r_i}$ et α une constante positive à exprimer en fonction de h , r_i et λ .

On envisage deux solutions d'isolation différentes. On donne pour chacune d'elles : $h = 3,0 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ et $r_i = 2,0 \text{ cm}$.

- Solution d'isolation n°1 : l'isolant est du polyuréthane, de conductivité thermique : $\lambda_1 = 0,025 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Le graphe de $x \mapsto \frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ en fonction de x est représenté sur la figure 4 ci-dessous pour la valeur de α correspondante.

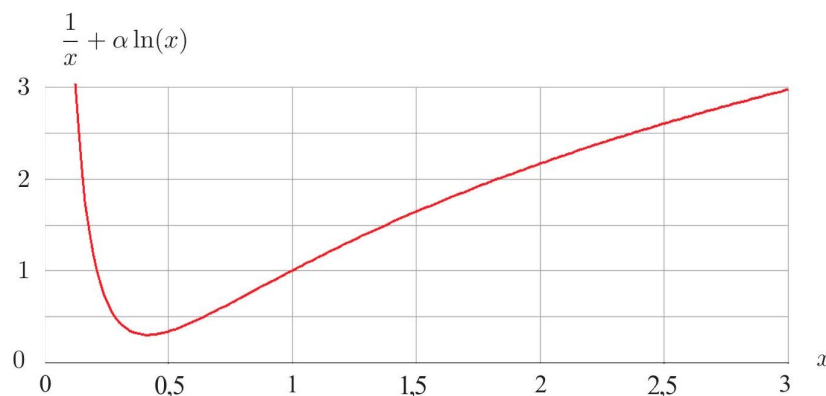


FIGURE 4 – Graphe de la fonction $\frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ fonction de x pour la valeur de α du polyuréthane.

- Solution d'isolation n°2 : l'isolant est du plâtre, de conductivité thermique λ_2 . Le graphe de $x \mapsto \frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ en fonction de x est représenté sur la figure 5 pour la valeur de α correspondante. L'encart représente un agrandissement pour $0 \leq x \leq 8$.

10) Répondre de façon argumentée aux questions suivantes :

- Est-il toujours efficace d'isoler avec du polyuréthane ?
- Est-il toujours efficace d'isoler avec du plâtre ? Le cas échéant, déterminer à partir de quelle valeur de r_e l'isolation au plâtre devient efficace et commenter.
- Pour quelle valeur x_m de x la fonction $x \mapsto \frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ admet-elle un minimum ?
- En déduire la valeur numérique de la conductivité thermique du plâtre λ_2 .

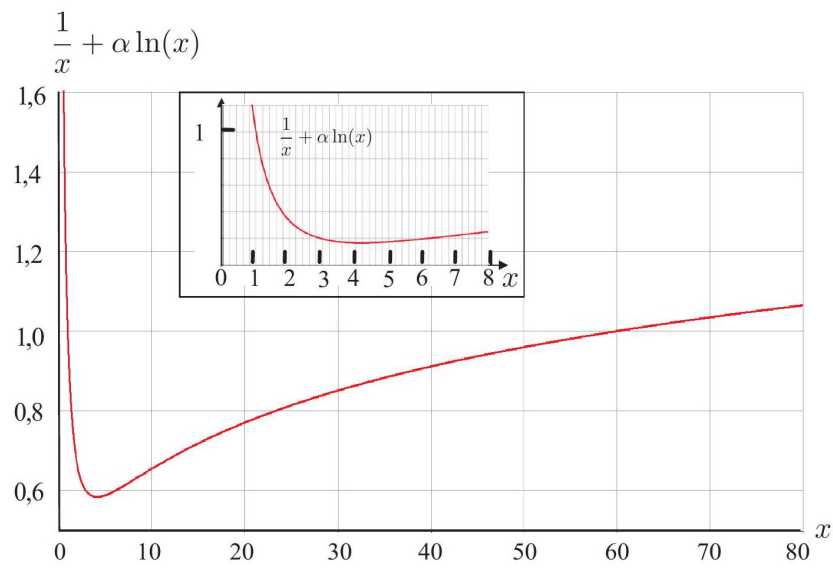


FIGURE 5 – Graphe de la fonction $\frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ fonction de x pour la valeur de α du plâtre.

Fin du devoir