

Physique-chimie 1

MP

2022

CONCOURS CENTRALE SUPÉLEC

4 heures

Calculatrice autorisée

Centres de données

Un centre de données — data center en anglais — est un lieu regroupant des installations informatiques chargées de stocker et de distribuer des données (data). Ces dernières années, l'expansion des services en ligne a entrainé une croissance exponentielle du nombre de centres de données, dégageant de grandes quantités de chaleur. La régulation en température de ces lieux est donc devenue un enjeu environnemental majeur.

Ce problème est composé de deux parties, elles-mêmes divisées en différentes sous-parties, totalement indépendantes. La première partie propose une étude thermodynamique et thermique de dispositifs utilisables pour le refroidissement d'un centre de données. La deuxième partie porte sur le projet de délocalisation des centres de données dans l'espace.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Certaines données numériques sont regroupées en fin d'énoncé ; d'autres relèvent de l'initiative du candidat.

I Refroidir les centres de données, quelques solutions techniques contemporaines

$I.A - \dot{A}$ l'échelle des composants

À l'échelle des composants, il est nécessaire d'évacuer la chaleur dégagée, par les transistors des microprocesseurs notamment. Pour ce faire, des ventilateurs sont installés afin de renouveler en permanence l'air au contact des composants. De plus, des ailettes de refroidissement sont assemblées directement sur la surface des composants afin de pouvoir dissiper le plus possible de chaleur vers l'extérieur par transfert conducto-convectif.

On modélise une de ces ailettes par un cylindre d'axe (Ox), de rayon a, de longueur $b\gg a$ et de conductivité thermique λ . Elle est accolée en x=0 au composant de température T_d ; le contact thermique en x=0 est supposé parfait. Le reste de l'ailette est au contact de l'air que l'on suppose de température T_a uniforme.

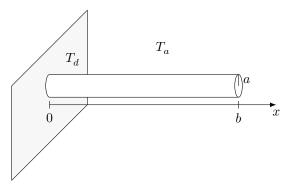


Figure 1 Modélisation de l'ailette

En régime stationnaire, supposé atteint dans toute cette sous-partie, la température T(x) est considérée comme uniforme sur la section droite de l'ailette située à l'abscisse x pour tout $x \in [0, b]$.

Q 1. Énoncer la loi de Fourier relative au vecteur densité de flux thermique \vec{j}_Q qui caractérise le phénomène de conduction thermique le long de l'axe de l'ailette.

L'air qui entoure le solide, constamment renouvelé et de température uniforme T_a , échange avec l'ailette un transfert conducto-convectif. Dans une fine couche de fluide au contact de la surface du solide, ce transfert latéral peut-être modélisé par la loi de Newton :

$$\vec{\jmath}_{\rm cc}(x) = h \big(T(x) - T_a\big)\,\vec{n}$$

où $\vec{\jmath}_{\rm cc}$ correspond à la densité de flux conducto-convectif et \vec{n} est un vecteur unitaire, normal à la surface d'échange et orienté du solide vers l'air. Le coefficient h, dont certaines valeurs numériques sont disponibles en fin d'énoncé, est appelé coefficient de transfert thermique de surface.

Q 2. En réalisant un bilan de puissance thermique sur une tranche de longueur dx de l'ailette, montrer que la température suit l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} - \frac{1}{\delta^2} T = -\frac{1}{\delta^2} T_a \qquad \text{avec} \qquad \delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}.$$
 (I.1)

- **Q 3.** Vérifier l'homogénéité de l'expression du paramètre δ introduit dans la question précédente. Estimer sa valeur numérique dans le cas d'une ailette en silicium de rayon a=1 mm.
- **Q 4.** Expliciter les conditions aux limites que doit vérifier le champ de température T(x) en x=0 et en x=b.

Sur la figure 2 est représentée la solution « normalisée » de l'équation (I.1), définie par $\frac{T(x)-T_a}{T_d-T_a}$, en fonction de l'abscisse adimensionnée x/b, pour différentes valeurs du rapport b/δ .

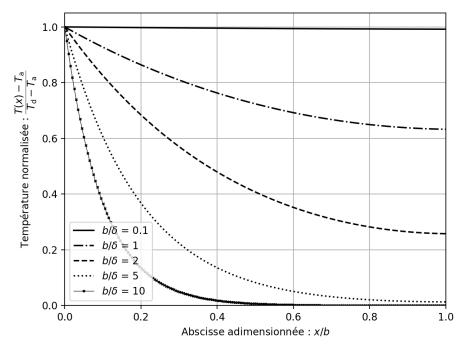


Figure 2 Représentation graphique du champ de température dans une ailette en silicium (solution de l'équation (I.1)) pour différentes valeurs du rapport b/δ

Q 5. En précisant les approximations effectuées, obtenir une expression analytique approchée de T(x) dans le cas où $b \gg \delta$. Vérifier la cohérence de cette expression avec la figure 2.

On définit la résistance thermique $R_{\rm th}$ de l'ailette de refroidissement par $R_{\rm th}=\frac{T_d-T_a}{\mathcal{P}}$, où \mathcal{P} désigne la puissance thermique totale évacuée par l'ailette dans l'air.

- **Q 6.** La figure 3 donne une représentation graphique de l'évolution de la résistance thermique d'une ailette cylindrique en fonction du rapport b/δ , pour différents matériaux. Interpréter physiquement l'existence d'une valeur asymptotique de $R_{\rm th}$ commune aux différents matériaux lorsque $b \ll \delta$; justifier sa valeur numérique.
- **Q 7.** Retrouver, par le calcul, la valeur asymptotique de la résistance thermique $R_{\rm th}$ de l'ailette en silicium dans le cas où $b \gg \delta$.
- **Q 8.** En pratique, les ailettes sont réalisées en aluminium et leur longueur est fixée à b=2 cm. En vous appuyant sur la figure 3, justifier ces choix, puis estimer le nombre d'ailettes (de rayon a=1 mm) à associer à un microprocesseur dissipant une puissance thermique de 200 W pour que la température de ce dernier n'excède par 60 °C en régime stationnaire de fonctionnement. Commenter.

I.B - À l'échelle des locaux

Dans toute cette sous-partie, on s'intéresse au système de refroidissement d'une salle informatique de $25\,\mathrm{m}^3$, située dans le sud de la France, dans laquelle sont placés plusieurs serveurs de données. L'objectif est de maintenir la température de la salle à une valeur inférieure ou égale à $T_{\mathrm{max}} = 35\,\mathrm{^{\circ}C}$, sachant que les serveurs de données dégagent une énergie thermique de $100\,\mathrm{kW}\cdot\mathrm{h}$ chaque jour.

Q 9. La solution première de refroidissement de la salle repose sur l'utilisation d'un système de conditionnement d'air (parfois désigné « climatiseur » par abus de langage). Estimer le coût annuel, en euros, de cette solution en considérant que le système de conditionnement d'air fonctionne en permanence et que son efficacité — ou COP (Coefficient de Performance) — est égale à 3.

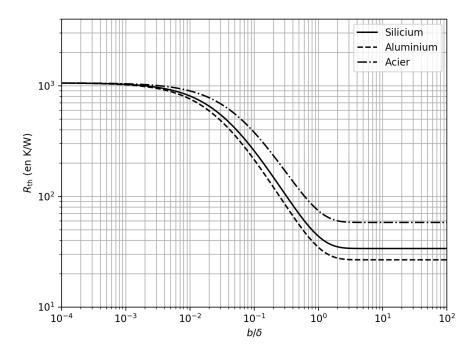


Figure 3 Évolution de la résistance thermique d'une ailette de rayon a=1 mm, en présence de ventilation, en fonction du rapport b/δ

Afin de réduire les dépenses engagées pour le refroidissement de la salle, une alternative intéressante est celle du free-cooling, qui consiste à ventiler la salle tout en exploitant la fraicheur de l'air extérieur. Pour ce faire, on a recours à l'installation d'un ventilateur pouvant remplacer l'air de la pièce avec le débit de volume $D_{\rm v}=830~{\rm m}^3\cdot{\rm h}^{-1}$. La puissance absorbée par le ventilateur est $\mathcal{P}_{\rm v}=60~{\rm W}$.

Q 10. L'air de la pièce est modélisé par un gaz parfait diatomique, à la pression atmosphérique et à la température $T_{\rm max}$. Exprimer, puis évaluer numériquement, la masse volumique $\rho_{\rm air}$ de l'air dans ces conditions. En déduire le débit de masse d'air $D_{\rm m}$, en kg·s⁻¹, brassé par le ventilateur dans ces mêmes conditions. Les relevés annuels de température à l'extérieur de la salle sont présentés sur la figure 4.

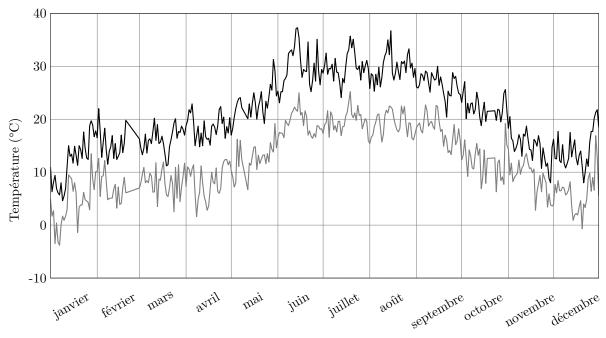


Figure 4 Relevé des températures journalières minimales et maximales à l'extérieur de la salle pour l'année 2021 (source infoclimat.fr)

Lorsque le système de free-cooling ne permet pas de maintenir la température de la salle à une température inférieure ou égale à $T_{\rm max}$, le système de conditionnement d'air prend le relais et le système de free-cooling s'arrête.

Q 11. À l'aide d'un modèle simple, estimer la période de l'année sur laquelle le système de *free-cooling* est fonctionnel. En déduire le gain annuel en euros obtenu grâce à l'installation du système de *free-cooling* dans cette salle informatique.

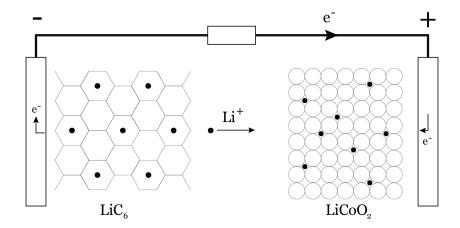


Figure 7 Schéma de fonctionnement de la pile lithium-ion lors de la décharge

 ${f Q}$ 37. Les espèces ${
m LiCoO_2}$ et ${
m CoO_2}$ forment un couple rédox. Identifier l'oxydant et le réducteur dans ce couple sachant que le nombre d'oxydation dans l'espèce ${
m LiCoO_2}$ est égal à la charge de l'ion monoatomique stable qu'il forme. En déduire la demi-équation électronique qui se produit lors de la charge au niveau de l'électrode contenant du cobalt.

Q 38. Écrire l'équation bilan du fonctionnement de l'accumulateur lors de la décharge et lors de la charge. Plusieurs batteries sont associées en série pour obtenir la tension souhaitée. Par analogie avec d'autres satellites sur des orbites d'altitudes similaires, on peut prévoir que le générateur solaire du satellite se trouvera dans l'ombre de la Terre à chaque révolution pendant une durée d'environ 35 min et éclairé durant 65 min.

Q 39. Déterminer la masse minimale de graphite nécessaire pour faire fonctionner une des batteries de sorte qu'elle débite un courant de 10 A lorsque le satellite est dans l'ombre.

Données

| Conductivité thermique du silicium | $\lambda_{\mathrm{Si}} = 148\:\mathrm{W}{\cdot}\mathrm{m}^{-1}{\cdot}\mathrm{K}^{-1}$ |
|--|---|
| Conductivité thermique de l'aluminium | $\lambda_{\mathrm{Al}} = 237\;\mathrm{W}{\cdot}\mathrm{m}^{-1}{\cdot}\mathrm{K}^{-1}$ |
| Conductivité thermique de l'acier | $\lambda_{\rm acier} = 50\; \mathrm{W}{\cdot}\mathrm{m}^{-1}{\cdot}\mathrm{K}^{-1}$ |
| Coefficient conducto-convectif air-métal (air statique) | $h_s=30\:\mathrm{W}{\cdot}\mathrm{m}^{-2}{\cdot}\mathrm{K}^{-1}$ |
| Coefficient conducto-convectif air-métal (air renouvelé) | $h_r=300\:\mathrm{W}{\cdot}\mathrm{m}^{-2}{\cdot}\mathrm{K}^{-1}$ |
| Prix du kW·h | 0,17 € |
| Constante des gaz parfaits | $R=8{,}314\:\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$ |
| Constante de la gravitation universelle | $G = 6.67 \times 10^{-11} \; \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-1}}$ |
| Masse de la Terre | $M_T=5.97\times 10^{24}~\rm kg$ |
| Rayon moyen de la Terre | $R_T=6{,}40\times10^6~\mathrm{m}$ |
| Perméabilité magnétique du vide | $\mu_0 = 1{,}257 \times 10^{-6}~\mathrm{H}{\cdot}\mathrm{m}^{-1}$ |
| Permittivité diélectrique du vide | $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \; \mathrm{F}{\cdot}\mathrm{m}^{-1}$ |
| Vitesse de la lumière dans le vide | $c = 3{,}00 \times 10^8 \; \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ |
| Charge élémentaire | $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$ |
| Masse de l'électron | $m_e = 9{,}109 \times 10^{-31} \: \mathrm{kg}$ |
| Masse du proton | $m_p = 1{,}673 \times 10^{-27}~\rm kg$ |
| Constante d'Avogadro | $\mathcal{N}_A = 6.02 \times 10^{23} \ \mathrm{mol^{-1}}$ |
| Constante de Faraday | $\mathcal{F} = 9.65 \times 10^4 \; \mathrm{C} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$ |
| Masse molaire atomique du lithium | $M_{\mathrm{Li}} = 6.94 \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ |
| Masse molaire atomique du carbone | $M_{\mathrm{C}} = 12.0 \; \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ |
| Masse molaire atomique de l'azote | $M_{\mathrm{N}}=14.0\:\mathrm{g}{\cdot}\mathrm{mol}^{-1}$ |
| Masse molaire atomique de l'oxygène | $M_{\mathrm{O}} = 16.0 \: \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ |