

1 La couronne solaire

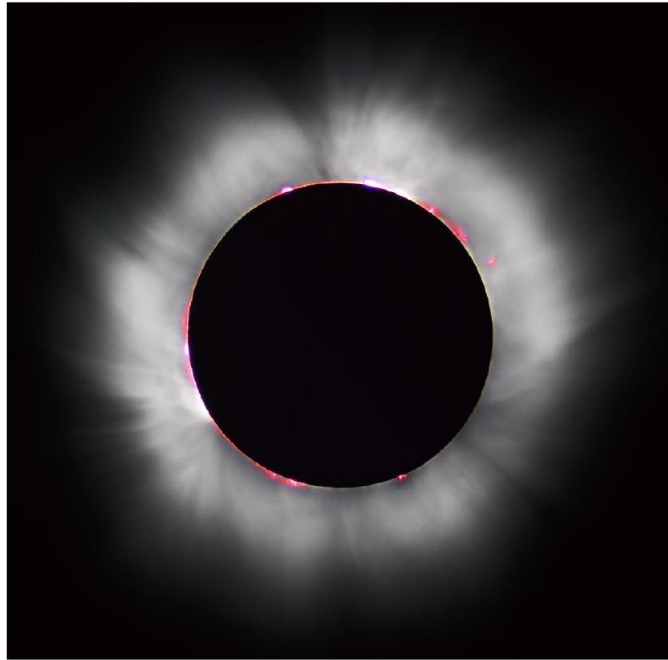


Figure 1

L'essentiel du rayonnement visible du Soleil provient de sa photosphère, que l'on désignera par "surface solaire". Elle est entourée de la couronne, laquelle est observable en particulier lors des éclipses. La figure 1 montre la couronne solaire observée en France lors de l'éclipse totale de 1999.

Les données numériques sont regroupées en fin d'énoncé.

I. Température dans la couronne solaire

Le spectre de raies d'émission est la signature des éléments chimiques présents dans le corps qui émet. Il permet d'obtenir des informations sur la température, par la largeur de ces raies, mais renseigne aussi par la présence de formes ionisées. Cette propriété est utilisée pour étudier la couronne solaire et accéder à la température du plasma dans cette région.

L'analyse des raies émises par la couronne met en évidence l'existence d'atomes ionisés un grand nombre de fois. Par exemple le Fe_X est un atome de fer ionisé 10 fois qui existe dans la couronne. Or, l'étude en laboratoire de la réaction de passage du Fe_{IX} à Fe_X a montré que cette réaction nécessite une température d'au moins 1×10^6 K et que légèrement au-dessus apparaît l'ion Fe_{XI} . L'observation des raies de cet ion dans la couronne prouve donc d'une part qu'il y a du fer à cet endroit, mais aussi que la température qui y règne est d'environ 1×10^6 K.

I. A - Une atmosphère très étendue

Observée en lumière blanche, la couronne s'étend assez loin de la surface solaire (figure 1). La couronne est constituée d'un plasma assimilé à un gaz parfait formé d'atomes d'hydrogène totalement ionisés H^+ de masse m . On modélise la couronne par une atmosphère isotherme à la température T et en équilibre mécanique sous l'effet du champ de pesanteur solaire.

Le champ de pesanteur est supposé uniforme, de norme g_s . La densité volumique de particules $n(z)$ à l'altitude z , mesurée par rapport à la base de la couronne, a alors pour expression $n(z) = n_0 \exp\left(\frac{-\varepsilon_p(z)}{k_B T}\right)$ où $\varepsilon_p(z)$ est l'énergie potentielle d'une particule de masse m dans le champ de pesanteur et n_0 la densité volumique de particules à l'altitude $z = 0$.

- Q1** Donner l'expression de $\varepsilon_p(z)$ et en déduire que $n_1(z) = n_0 \exp(-z/H)$ où H est la hauteur d'échelle, dont on donnera l'expression en fonction de m , k_B , T et g_s .
- Q2** Des mesures d'intensité lumineuse de la couronne conduisent à estimer une densité volumique de particules à l'altitude $z_2 = R_s$, où R_s est le rayon du Soleil, environ 10^3 fois plus faible qu'à l'altitude $z_1 = 0$. En déduire la valeur numérique de H , puis évaluer la température de la couronne.

I.B - Présence de fer hautement ionisé

Le spectre de la lumière provenant de la couronne solaire inclut une raie d'émission assez intense de longueur d'onde $\lambda_0 = 530,3$ nm. Cette raie a été attribuée à l'ion Fe_{XIV} , c'est-à-dire au fer ayant perdu 14 électrons. L'énergie d'ionisation permettant de passer de Fe_{XIII} à Fe_{XIV} est $E_1 = 355$ eV.

- Q3** Quelle est la condition sur la longueur d'onde d'un photon incident pour qu'il puisse provoquer l'ionisation de Fe_{XIII} en Fe_{XIV} ? À quel domaine du spectre électromagnétique appartient-il ?

Le rayonnement provenant de la surface solaire est insuffisant dans ce domaine spectral. On explique l'ionisation par des chocs entre ions Fe_{XIII} et électrons libres du milieu. Chacune de ces deux particules est assimilée à un point matériel obéissant à la statistique classique de Maxwell-Boltzmann. En dehors des chocs, les différentes particules sont sans interaction : leur énergie mécanique se réduit donc à leur énergie cinétique.

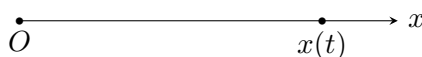
- Q4** En utilisant le théorème d'équipartition de l'énergie, donner l'expression de l'énergie cinétique moyenne d'un électron libre en fonction de la température T , ainsi que celle d'un ion Fe_{XIV} .
- Q5** En considérant que l'ionisation est probable si la somme des énergies cinétiques moyennes des deux particules est supérieure à E_1 , estimer la température de la couronne.

I.C - Des raies d'émission très larges

Un ion Fe_{XIV} excité émet un signal lumineux (onde électromagnétique) de fréquence ν_0 dans son référentiel propre (c'est à dire celui où il est au repos). Cependant, du fait de son mouvement par rapport à un observateur, ce dernier reçoit un signal de fréquence $\nu \neq \nu_0$.

- Q6** Nommer l'effet décrit ci-dessus.

Étudions une situation simplifiée dans laquelle l'observateur est fixe en un point O de l'espace. Un ion Fe_{XIV} excité se déplace à la vitesse algébrique v_x constante sur un axe (Ox) orienté de l'observateur vers l'ion. On note $x(t)$ l'abscisse de l'ion à l'instant t .



L'ion émet un signal lumineux de période T_0 . Soient t_0 (respectivement t) et $t_0 + T_0$ (respectivement $t + T$) les instants correspondant à l'émission par l'ion (respectivement à la réception par l'observateur) du début et de la fin d'une période du signal.

Q7 La célérité du signal dans le milieu qui sépare l'ion de l'observateur étant c (célérité de la lumière dans le vide), calculer t et $t + T$ en fonction de t_0 , T_0 , v_x et c .

Q8 Exprimer T en fonction de T_0 , v_x et c . Dans le cas où $v_x \ll c$, montrer que la fréquence ν mesurée par l'observateur s'écrit de façon approchée :

$$\nu \approx \nu_0 \left(1 - \frac{v_x}{c}\right) \quad (1)$$

Dans la suite on supposera la relation (1) valide pour étudier l'émission de lumière par les ions Fe_{XIV} de la couronne. On notera m la masse d'un ion.

Le rayonnement observé provient en réalité d'un très grand nombre d'ions Fe_{XIV} . La probabilité pour qu'un de ces ions ait sa composante selon Ox de son vecteur vitesse comprise entre v_x et $v_x + dv_x$ est donnée par la loi de Maxwell-Boltzmann :

$$\delta P = C \exp\left(-\frac{\beta m v_x^2}{2}\right) dv_x$$

avec $\beta = \frac{1}{k_B T}$ et où C est une constante.

On note $\langle X \rangle$ la valeur moyenne (espérance) d'une grandeur X associée à un ion Fe_{XIV} donné.

Q11 a) Calculer C .

b) Établir la relation entre $(\Delta\nu)^2 = \langle (\nu - \nu_0)^2 \rangle$ et $\langle v_x^2 \rangle$.

c) En déduire $\Delta\nu$ en fonction de m , T , c , k_B et ν_0 , puis en fonction de m , T , c , k_B et λ_0 longueur d'onde de l'onde associée à la fréquence ν_0 .

Pour la raie verte de Fe_{XIV} , centrée sur la longueur d'onde $\lambda_0 = 530,3$ nm, on observe $\Delta\nu \approx 3,20 \times 10^{10}$ Hz.

d) En déduire la température T du milieu dans lequel cette raie se forme.

Q12 De façon plus générale la probabilité pour qu'un ion Fe_{XIV} ait les trois composantes de son vecteur vitesse respectivement comprises entre v_x et $v_x + dv_x$, v_y et $v_y + dv_y$, v_z et $v_z + dv_z$ est donnée par :

$$\delta \mathcal{P} = \left(\frac{2\pi k_B T}{m}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\beta m v^2}{2}\right) dv_x dv_y dv_z$$

où v est la norme du vecteur vitesse.

a) Exprimer la probabilité $\mathcal{P}(v \leq V)$ pour que la norme de la vitesse de l'ion soit inférieure à $V > 0$. On donnera le résultat sous la forme :

$$\mathcal{P}(v \leq V) = \int_0^V f(v) dv$$

où $f(v)$ est la densité de probabilité de la norme du vecteur vitesse. En déduire la probabilité pour que v soit comprise entre V et $V + dV$

b) Représenter l'allure de $f(v)$ en fonction de v pour v variant de 0 à $+\infty$. Montrer en particulier que $f(v)$ admet un maximum pour une valeur particulière v_0 de v à déterminer en fonction de m , k_B et T .

c) Calculer $\langle v \rangle$, valeur moyenne de la norme du vecteur vitesse d'un ion. Faire l'application numérique pour la température $T = 2,0 \times 10^6$ K.

Données numériques

Constantes

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

Constante de Boltzmann : $k_B = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Soleil

Rayon : $R_s = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$

Champ de pesanteur à la surface solaire : $g_s = 274 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Données diverses

Électron-volt : $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$

Masse molaire atomique de l'hydrogène : $M_H = 1,00 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Charge de élémentaire : $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$

Masse molaire atomique du fer : $M_{\text{Fe}} = 55,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

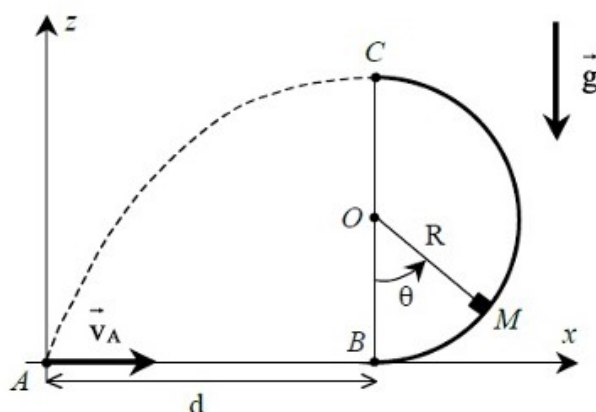
Intégrales

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha u^2} du = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 e^{-\alpha u^2} du = \frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad \text{et} \quad \int_0^{+\infty} u^3 e^{-\alpha u^2} du = \frac{1}{2\alpha^2}$$

où α est un nombre réel strictement positif.

2 Mouvement d'un palet sur une piste circulaire

Un palet, point matériel de masse m , est lancé au niveau du point A avec une vitesse horizontale $\vec{v}_A$. AB est horizontal et BC est une piste en demi-cercle de rayon R et de centre O . On suppose que le palet se déplace sans frottement. On veut que celui-ci garde le contact avec le support jusqu'au point C et qu'après sa chute (au-delà de C), il retombe exactement à son point de départ en A . On notera que la vitesse du mobile en C est horizontale (tangente au support).



Dans tout l'exercice, on supposera que $d = 3R$.

1. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la vitesse v_C du palet au point C en fonction de v_A , g et R .
2. En utilisant le principe fondamental de la dynamique, déterminer la composante N de la réaction du support pour une position quelconque du palet M en fonction de m , g , R , v (sa vitesse en ce point) et θ (sa position angulaire sur le demi-cercle). Donner sa valeur en C . En déduire une condition sur v_A pour que le palet ne décolle pas de la piste.
3. Le point matériel est alors en chute libre à partir de C . Déterminer les équations horaires $(x(t), z(t))$ de sa trajectoire.
4. On veut que le point M retombe en A . Montrer que la valeur de sa vitesse en C est $v_C = \frac{3}{2} \sqrt{gR}$. En déduire l'expression de la vitesse v_A requise.
5. En réalité, la vitesse à donner au palet en A est $v'_A = 1,1 v_A$ où v_A est la vitesse précédemment calculée. Ceci peut s'interpréter par l'existence de frottement solide le long de la piste horizontale entre A et B . La force tangentielle de frottement est opposée au déplacement et a pour norme $T = f N$, f étant le coefficient de frottement de Coulomb et N la réaction normale de la piste.

Appliquer à nouveau le théorème de l'énergie cinétique entre A et C . Déterminer alors le travail de la force de frottement et en déduire la valeur numérique du coefficient f .