1 Traversée du fleuve

Les berges d'un fleuve sont parallèles et la distance qui les sépare est $d = 400$ m. On suppose que la vitesse de l'eau est constante et vaut $V_0 = 2{,}0$ m.s^{-1}. Un bateau part d'un point A sur une berge et veut atteindre le point B situé sur l'autre rive, exactement en face de A, selon une trajectoire rectiligne.

Pour ce faire, il part de A avec une vitesse par rapport à l'eau constante, notée $\overrightarrow{V_1}$ et faisant un angle ϕ avec AB. Il atteint B au bout d'un temps $\tau = 25$ min. Déterminer V_1 et ϕ.

2 Question de distraction

Mme Matronome monte les escaliers, même s'ils roulent, toujours à la même allure : une marche par seconde. Elle met habituellement 30 secondes pour monter l'escalier roulant. Ce jour là, distraite, elle prend pour le monter l'escalier descendant (aussi lent dans sa descente que dans sa montée) et met 2 minutes pour atteindre le sommet.

Quel est le nombre de marches de l'escalier roulant au repos ? Quelle est sa vitesse ?

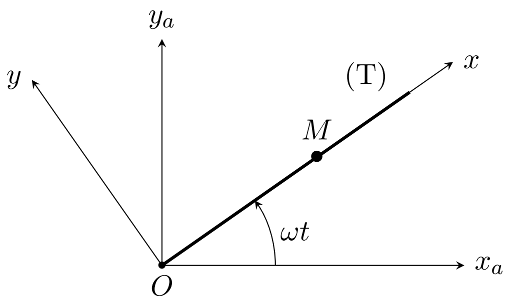
3 Anneau sur une tige en rotation

Le référentiel absolu $(\mathscr{R}_a)$ est muni du repère $(\mathrm{R}_a) = (Ox_ay_az_a)$ dont la base cartésienne est $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. Une tige (T) est en rotation dans le plan (Ox_ay_a) autour de l'axe Oz_a avec la vitesse angulaire ω constante. Cette tige constitue le référentiel relatif $(\mathscr{R})$ et on la munit du repère $(\mathrm{R}) = (Oxyz_a)$ de base cartésienne $(\vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{e_z})$.

Un anneau M est enfilé sur la tige et se déplace selon une loi horaire :

$$OM = r(t) = \frac{kt^2}{2} \qquad \text{(k constante)}$$

1. Déterminer $\vec{v}(M/\mathrm{R})$ et $\vec{a}(M/\mathrm{R})$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{e_z})$.
2. Déterminer $\overrightarrow{v_e}$, $\overrightarrow{a_e}$ et $\overrightarrow{a_c}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{e_z})$.
3. En déduire par les lois de composition des vitesses et des accélérations $\vec{v}(M/\mathrm{R}_a)$ et $\vec{a}(M/\mathrm{R}_a)$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{e_z})$, puis dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$.
4. Retrouver ces derniers résultats par un calcul direct dans (R_a).



4 Mouvement d'un point sur un disque lié à une tige

Le référentiel absolu est muni du repère $(\mathrm{R}_a) = (O_ax_ay_az_a)$ et de la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$. Par rapport à celui-ci, une tige $\mathrm{T} = OO_1$, de longueur L, tourne dans le plan $(O_ax_ay_a)$ avec la vitesse angulaire $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \Omega$ constante. On suppose que $\varphi(t = 0) = 0$.

L'extrémité O_1 de la tige est le centre d'un disque D de rayon a qui peut tourner librement autour de O_1z_a. On souhaite analyser le mouvement d'un point A situé sur la circonférence de D. Pour cela, on repère sa position par l'angle θ que fait $\overrightarrow{O_1A}$ avec $\overrightarrow{OO_1}$.

Le référentiel de la tige est le référentiel relatif muni du repère $(\mathrm{R}) = (O_1xyz_a)$ et de la base $(\vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{e_z})$.

1. Donner les expressions vectorielles des vitesses $\vec{v}(O_1/\mathrm{R}_a)$ et $\vec{v}(A/\mathrm{R})$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{e_z})$.
2. En déduire par la loi de composition des vitesses, en fonction des angles θ et φ et de leurs dérivées temporelles, les composantes de $\vec{v}(A/\mathrm{R}_a)$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{e_z})$.
3. Déterminer $\overrightarrow{a_e}$ et $\overrightarrow{a_c}$ du point A dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{e_z})$.