

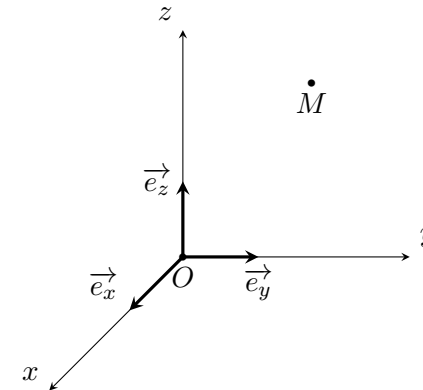
DISTRIBUTIONS DE CHARGES ET DE COURANTS

Table des matières

I. Distributions de charges	2
1) La charge électrique	2
2) Densité volumique de charge	2
3) Cas particuliers limites	3
a) Distribution surfacique	3
b) Distribution filiforme	3
c) Charge ponctuelle	3
II. Vecteur densité de courant. Intensité électrique	4
1) Isolants et conducteurs	4
a) Les conducteurs	4
b) Les isolants	4
2) Le courant électrique	4
3) Vecteur densité volumique de courant	5
4) Intensité électrique	6
III. Équation de conservation de la charge électrique	7
1) Définition d'un distribution de charges et de courants	7
2) Conservation de la charge électrique	8
a) Équation globale	8
b) Équation locale	8
3) Cas particulier du régime stationnaire	9
4) Transformation d'une distribution de charges et de courants par changement de référentiel	10

On considère un référentiel (\mathcal{R}) (solide indéformable) muni d'un repère d'espace $(R) = (Oxyz)$ et d'une horloge (H) permettant de mesurer le temps. On notera $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ la base cartésienne orthonormale directe associée à (R)

L'espace physique, qui est *un continuum de points*, sera noté \mathcal{E} . Chaque point $M \in \mathcal{E}$ pourra être repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) , cylindriques (r, θ, z) ou sphériques (r, θ, φ) relativement à $(Oxyz)$.



I. Distributions de charges

1) La charge électrique

La matière est constituée de particules élémentaires. Chaque particule est caractérisée, entre autres paramètres, par sa charge électrique q . Cette charge électrique est :

-
-
-

Il s'agit donc d'une *propriété intrinsèque* de la particule.

La matière usuelle est constituée de 3 particules élémentaires :

- Le proton : $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg ; $q_p = +e$
- Le neutron : $m_n = 1,67 \times 10^{-27}$ kg ; $q_n = 0$
- L'électron : $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg ; $q_e = -e$

où $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C est la **charge élémentaire**.

La charge électrique de n'importe quel échantillon de matière est la somme des charges électriques des particules élémentaires contenues dans cet échantillon.

2) Densité volumique de charge

À l'échelle macroscopique un corps matériel contient toujours un nombre extrêmement élevé de particules élémentaires qu'il est impossible de décrire individuellement, de façon détaillée.

On préfère adopter une description moins fine mais qui reste efficace. Pour cela on divise le corps en petits éléments de volumes de taille mésoscopique, juxtaposés les uns aux autres. On notera $d\tau_M$ le volume élémentaire localisé en M (notation traditionnelle en électromagnétisme, V étant réservé au potentiel électrique).

Soit $\delta Q(M, t)$ la charge électrique contenue à l'instant t dans l'élément de volume $d\tau_M$ localisé en M :

3) Cas particuliers limites

a) **Distribution surfacique**

c) **Charge ponctuelle**

b) **Distribution filiforme**

II. Vecteur densité de courant. Intensité électrique

1) Isolants et conducteurs

Vis à vis du courant électrique, il existe deux types de milieux matériels :

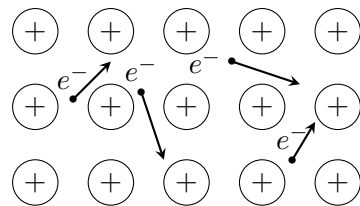
a) Les conducteurs

Ils contiennent des *porteurs de charges mobiles* (P.C.M.), c'est à dire des particules chargées qui peuvent se déplacer librement dans tout le volume du milieu matériel.

Exemples :

- Métaux :

Les P.C.M. sont des électrons de conduction. Selon les métaux, chaque atome cède entre 1 et 3 électrons qui quittent définitivement leur atome d'origine et deviennent libres.



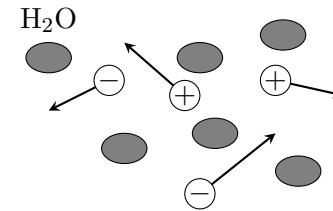
Cations fixes

Les e^- de conduction se déplacent au milieu d'ions positifs fixes

- Électrolytes :

Ce sont des milieux liquides (le plus souvent mais il y a quelques électrolytes solides) contenant des ions mobiles qui en sont les P.C.M.

Exemple : une solution aqueuse de chlorure de sodium contient les ions $\text{Na}_{(\text{aq})}^+$, $\text{Cl}_{(\text{aq})}^-$, $\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+$ et $\text{OH}_{(\text{aq})}^-$.



Les ions se déplacent au milieu des molécules d'eau

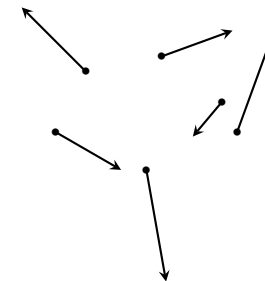
b) Les isolants

Ces milieux ne contiennent pas de P.C.M. et donc il ne peut y avoir de déplacement de charges électriques.

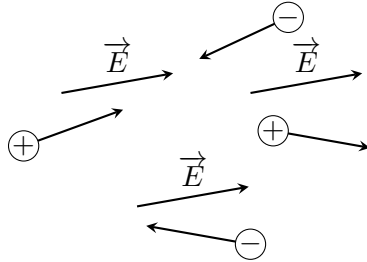
Exemples : bois, polystyrène, plastique, ...

2) Le courant électrique

En l'absence de champ électrique appliqué, les P.C.M. ont des mouvements totalement désordonnés suite aux divers chocs qu'ils subissent : ils se déplacent dans toutes les directions et dans tous les sens : il n'y a pas de mouvement d'ensemble.



Si on applique un champ électrique \vec{E} chaque P.C.M. est soumis à une force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$. Ainsi, les PCM ont tendance à se déplacer dans la direction du champ électrique appliqué.



Chaque espèce chimique B_k porteuse de charge électrique est caractérisée par sa charge électrique q_k et sa masse m_k .

Cependant, il y aura un double mouvement : les P.C.M. chargés + se déplaceront dans le sens de \vec{E} et les P.C.M. chargés - se déplaceront dans le sens opposé.

Par définition le *courant électrique* résulte du déplacement d'ensemble des P.C.M.

3) Vecteur densité volumique de courant

Un milieu matériel contient en général une ou plusieurs espèces chimiques B_k , $1 \leq k \leq K$, qui portent une charge électrique : on parle de **porteurs de charge**.

Exemples :

- Dans un métal il y a deux types de porteurs de charge : les électrons de conduction (on convient en électromagnétisme que c'est une espèce chimique à part entière) et les ions positifs du réseau cristallin métallique.

Par exemple dans un échantillon de cuivre métallique il y aura les électrons de conduction et les ions Cu^{2+} du réseau cristallin.

- Dans un électrolyte comme par exemple une solution de chlorure de sodium il y a 4 espèces chimiques porteuses de charge électrique : $\text{Na}_{(\text{aq})}^+$, $\text{Cl}_{(\text{aq})}^-$, $\text{H}_3\text{O}_{(\text{aq})}^+$ et $\text{OH}_{(\text{aq})}^-$ (les deux derniers venant de l'autoprotolyse de l'eau).

4) Intensité électrique

On ne peut parler que d'intensité électrique **à travers une surface**.

Définition. Intensité électrique

L'intensité électrique à travers une surface S est la quantité de charges électriques qui traverse S par unité de temps (c'est à dire durant une seconde dans le système international d'unités).

III. Équation de conservation de la charge électrique

1) Définition d'une distribution de charges et de courants

Définition (Distribution de charges et de courants).

On appelle *distribution de charges et de courants* un couple $\mathcal{D}_{cc} = (\rho, \vec{j})$ où \vec{j} est une densité de courant définie sur \mathcal{E} et ρ une densité volumique de charge définie sur \mathcal{E} :

$$\vec{j} : M \in \mathcal{E} \mapsto \vec{j}(M, t) \quad \text{et} \quad \rho : M \in \mathcal{E} \mapsto \rho(M, t)$$

Le **support à l'instant** t de \mathcal{D}_{cc} est l'ensemble des points M tels que $\vec{j}(M, t) \neq \vec{0}$ ou $\rho(M, t) \neq 0$.

$$\text{Supp}_t \mathcal{D}_{cc} = \{ M \in \mathcal{E} \mid \vec{j}(M, t) \neq \vec{0} \text{ ou } \rho(M, t) \neq 0 \}$$

On dit que la distribution de charges et de courants \mathcal{D}_{cc} est **bornée à tout instant** si et seulement s'il existe une boule

$B(O, R) = \{ M \in \mathcal{E} \mid OM \leq R \}$ de centre O et de rayon R telle que :

$$\forall t, \text{Supp}_t \mathcal{D}_{cc} \subset B(O, R)$$

Cas particuliers :

b) Équation locale

2) Conservation de la charge électrique

On veut établir une équation qui traduit le fait que la charge électrique ne peut ni être créée, ni être détruite.

a) Équation globale

3) Cas particulier du régime stationnaire .

4) Transformation d'une distribution de charges et de courants par changement de référentiel

Bilan de ce chapitre

Points du cours à connaître :

- La définition de \vec{j} avec les vitesses de dérive $\vec{v}_{D,k}$ des différentes espèces chargées. La relation $\rho = \sum_k q_k n_k$.
- Le lien entre \vec{j} et l'intensité électrique.
- L'équation de conservation de la charge électrique : sa démonstration en raisonnant sur un volume \mathcal{V} fixe puis le passage à la forme locale en utilisant le théorème d'Ostrogradski.