DS-4 - Barème

	👎	👍	👍👍
Connaissance du cours			
Quantité de questions traitées			
Détail/Rigueur de la rédaction			
Utilisation appropriée de schémas			
Soin de la rédaction			
Commentaires pertinents			

	Problème 1 : Ressources minières de la Sibérie. CCINP MP 2022	élève	prof	max
Q1.a)	• $\mu(B_k) = \left(\frac{\partial G}{\partial n_k}\right)_{T,P,n_{\ell\neq k}}$ • graphite			1
Q1.b)	• $\mathrm{d}G = -S\,\mathrm{d}T + V\,\mathrm{d}P + \mu\,\mathrm{d}n = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T,n}\mathrm{d}P + \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{P,n}\mathrm{d}T + \left(\frac{\partial G}{\partial n}\right)_{T,P}\mathrm{d}n$ • $V = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T,n}$ • Euler $G = n\mu$ et $V = nV_{\text{mol}}$ donc $V_{\text{mol}} = \left(\frac{\partial \mu}{\partial P}\right)_T$			1.5
Q1.c)	• $V_{\text{mol}} = \frac{M}{\rho}$ constant • $\mu = V_{\text{mol}}\,P + f(T)$ • $\mu(T,P) = \mu^\circ(T) + \frac{M}{\rho}\left(P - P^0\right)$ avec déf de μ° • Égalité des potentiels chimiques • $P = P^\circ + \frac{\mu_2^\circ - \mu_1^\circ}{M(C)\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)}$ • A.N. $P = 1{,}4$ GPa			3
Q1.c)	• • 0.5 par remarque pertinente			?
Q2.	• $M = \sum_i x_i M_i$ • $M = 58{,}76$ g/mol			1
Q3.a)	• Schéma maille • $\rho = \frac{NM(\text{Ni})}{\mathcal{N}_A a^3}$ avec calcul de N • $a = 353$ pm • Contact diag. face $R(\text{Ni}) = \frac{a\sqrt{2}}{4} = 125$ pm			2
Q3.b)	• Schéma sites T • Schéma sites O • $2r_O + 2R(Ni) = a$ donc $r_O = 52$ pm • Uniquement substitution.			2
Q4.a)	• Loi de Hess $\Delta_r H^\circ = -\ 188$ kJ/mol • BONUS si $\Delta_f H^\circ(Ni) = 0$ • $\Delta_r S^\circ = -\ 502$ J/K/mol • $\alpha = \Delta_r H^\circ$ et $\beta = -\Delta_r S^\circ$			1.5$_{(+0.5)}$
Q4.b)	• $\Delta_{\text{vap}} S^\circ = \frac{\Delta_{\text{vap}} H^\circ}{T_{\text{vap}}} = 95$ J.K^{-1}.mol^{-1}			0.5
Q4.c)	• À $T = T_{\text{vap}}$, $\Delta_r H^\circ = \Delta_r H_1^\circ + \Delta_{\text{vap}} H^\circ = -158\,$kJ.mol^{-1} • $\Delta_r S^\circ = \Delta_r S_1^\circ + \Delta_{\text{vap}} S^\circ = -407$ J.K^{-1}.mol^{-1} • $T \geqslant T_{\text{vap}}$ $\Delta_r S^\circ$ et $\Delta_r H^\circ$ indépts de T • $\alpha' = \Delta_r H^\circ$ et $\beta' = -\Delta_r S^\circ$ • $\alpha' < 0$ réaction exothermique • $\Delta_r S^\circ < 0$ diminution du désordre			3
Q4.d)	• $K^\circ\,(50°C) = 1{,}97{\times}10^4$ • $K^\circ\,(220°C) = 3{,}00{\times}10^{-5}$ • Justification de ces choix pour réacteurs 1 et 2			1.5
Q4.e)	• Van't Hoff si T augmente alors sens indirect • BONUS BT dans réacteur 1 mais HT dans réacteur 2 • Loi de Le Châtelier à énoncer donc sens direct si P augmente • HP réacteur 1 et BP réacteur 2			2
Q4.f)	• Réaction exothermique : risque d'emballement T • $Q = -\frac{m}{M(\text{Ni})}\,\Delta_r H^\circ$ • $Q = 2{,}7{\times}10^9$ J • LAM $K^\circ = \frac{x}{(1-x)^4} \times \left(\frac{P^\circ}{P}\right)^3$ • Résol numérique ou calcul K° et $Q_{r,\text{éq}}$ et conclusion • Rendement convenable dû à P élevée.			2.5
	Total			21.5

	Problème 1 : Satellite terrestre	élève	prof	max
Q.1	• $\vec{F}_g = -\frac{GmM_T}{r^2}\vec{e}_r$ • $E_p(r) = -\frac{GmM_T}{r}$ • démo avec $\delta W = -dEp$ ou $\vec{F}_g = -\overrightarrow{\text{grad}}Ep$			1.5
Q.2	• TMC à M par rapport à O fixe dans $\mathcal{R}_{galiléen}$ • $\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}_g = \overrightarrow{0}$ • $\vec{L}_O$ constant $\Rightarrow$ mouvement dans le plan passant par O et $\perp \vec{L}_O$ • BONUS si schéma			1.5(+0.5)
Q.3	• $\vec{L}_O = r\vec{e}_r \wedge m\left(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta\right) = mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z$ • $\vec{L}_O$ constant $\Rightarrow C = r^2\dot{\theta}$ • conséquence : loi des aires • vitesse aréolaire= $\frac{dA}{dt} = \frac{C}{2}$			2
Q.4	• BONUS si schéma • Expressions de $\vec{v}$ et $\vec{a}$ pour mouvement circulaire • Projection du PFD sur $\vec{e}_r$ • $v_C = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}$			1.5(+0.5)
Q.5	• $T = \frac{2\pi R}{v_C}$ • 3$^{\text{ème}}$ loi de Kepler $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = cste$			1
Q.6	• $E_m = E_c + E_p = \frac{GmM_T}{2R} - \frac{GmM_T}{R} = -\frac{GmM_T}{2R}$			0.5
Q.7a)	• BONUS si schéma • Conservation de l'énergie avec mvmt à force centrale • $E_m = -\frac{GmM_T}{2a} = E_m(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GmM_T}{r_A} = -\frac{8\,GmM_T}{9r_A}$ • $a = \frac{9r_A}{16}$ • BONUS si $E_m < 0$ cohérent pour trajectoire elliptique			1.5(+1)
Q.7b)	• Conservation du moment cinétique avec mvmt à force centrale • entre A et $P \Rightarrow r_Av_A = r_Pv_P$ • $r_A + r_P = 2a = \frac{9r_A}{8}$ • $\frac{r_P}{r_A} = \frac{1}{8}$ et $\frac{v_P}{v_A} = 8$			2
Q.8a)	• BONUS si schéma avec trajectoire circulaire de rayon r_P • D'après Q.4 pour un mouvement circulaire de rayon r_P : $v_{stat} = \sqrt{\frac{GM_T}{r_P}}$			0.5(+0.5)
Q.8b)	• Conservation de la quantité de mouvement $\Rightarrow mv_p = \frac{m}{2}v_{cab} + \frac{m}{2}v_{stat}$ • $v_{cab} = 2v_P - v_{stat}$ et $v_P = 8v_A = 8\sqrt{\frac{2GM_T}{9r_A}} = 8\sqrt{\frac{2GM_T}{9\times 8r_P}}$ • $v_{cab} = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{GM_T}{r_P}}$			1.5
Q.8c)	• Calcul de $E_m(cab)$ juste après séparation pour trouver la trajectoire • $E_m(cab)$ évalué avec $m_{cab} = \frac{m}{2}$ et $r_{cab} = r_P$ à la séparation • $E_m(cab) = \frac{1}{2}\,\frac{m}{2}v_{cab}^2 - \frac{G\frac{m}{2}M_T}{r_P} = \frac{7}{36}\frac{GmM_T}{2r_P}$ • $E_m > 0 \Rightarrow$ hyperbole • BONUS si besoin d'utiliser des moteurs pour ramener la capsule sur Terre			2(+0.5)
Q.9	• Schéma avec ellipse dont la Terre est un des foyers • Apogée A et périgée P figurent sur le schéma e • Schéma avec ceinture de Van Allen entre deux orbites cir. autour de la Terre • Positions réalistes sur le schéma : $r_A > R_1 > R_2 > r_P$			2
Q.10	• $r_A = \frac{p}{1-e}$ et $r_P = \frac{p}{1+e}$ • $e = \frac{r_A - r_P}{r_P + r_A}$ • $p = \frac{2\,r_Ar_P}{r_P + r_A}$ • BONUS si $p = 11800\ km$ • BONUS si $e = 0.72$			1.5(+1)
Q.11	• $r(\theta_1) = R_1$ • $\cos\theta_1 = \frac{r_P + r_A}{r_A - r_P}\left(\frac{2r_Ar_P}{(r_A + r_P)R_1} - 1\right)$ • $\theta_1 = 57°$ • ou $\theta_1 = -57°[360°] = 303°[360°]$ • BONUS si discussion de cohérence avec le schéma • de même $r(\theta_2) = R_2 \Rightarrow \theta_2 = 143°[360°]$ ou $\theta_2 = -143°[360°] = 217°[360°]$ • BONUS si $\theta_2 > \theta_1$ cohérent et discussion de cohérence avec le schéma			2.5(+1)
Q.12	• Mention de la loi des aires • $A = \frac{C\Delta t}{2}$ • $S = \frac{C\,T}{2}$ • $\frac{A}{S} = \frac{\Delta t}{T}$ pour un passage • $\rho = \frac{\Delta t}{T} = \frac{2A}{S}$ car deux passages dans Van Allen par révolution • $e = 0{,}7234$ • $p = 11\ 719$ km • $S = \frac{\pi p^2}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} = 1,311 \times 10^9$ km^2 • $\rho \approx 30\%$ • % d'activité du satellite $\simeq 70\%$ • BONUS si cohérent (cf schéma)			5(+0.5)
	Total			23

	Problème 2 : Bille dans un tube en rotation	élève	prof	max
Q.1a)	• Référentiel du tube (T) non galiléen • $\overrightarrow{P} = -mg\overrightarrow{e}_z$ • Contact sans frottements selon $\overrightarrow{e}_x$ donc $\overrightarrow{N} \cdot \overrightarrow{e}_x = 0$ • $\overrightarrow{N} = N_y\overrightarrow{e}_y + N_z\overrightarrow{e}_z$ • $\overrightarrow{f}_{ie} = m\omega^2 x\overrightarrow{e}_x$ • $\overrightarrow{f}_{ic} = -m\omega\dot{x}\overrightarrow{e}_x$ • BONUS si schéma avec forces représentées			3(+0.5)
Q.1b)	• PFD dans (T) non galiléen projeté sur $\overrightarrow{e}_x \Rightarrow \ddot{x} - \omega^2 x = 0$ • solution $x(t) = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}$ • C.I. $\Rightarrow x(t) = \frac{v_0}{\omega}sh(\omega t)$ • $x(\tau) = \ell \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega}argsh\left(\frac{\ell\omega}{v_0}\right)$			2
Q.1c)	• PFD dans (T) non galiléen projeté sur $\overrightarrow{e}_y \Rightarrow N_y = 2m\omega\dot{x} = 2mv_0\omega ch(\omega t)$ • Projection sur $\overrightarrow{e}_z \Rightarrow N_z = mg$ • BONUS si commentaire N_y entraîne la bille dans sa rotation			1(+0.5)
Q.2a)	• BONUS si schéma avec forces et axes, avec $\overrightarrow{u}$ représenté le long de (T) • Ep_{pes} à partir de "+mgz" (avec $\overrightarrow{e}_z$ vers le haut) ou avec le gradient • $Ep_{pes} = mgrcos(\alpha) + cste$			1(+0.5)
Q.2b)	• $\overrightarrow{f}_{ie} = m\omega^2 rsin(\alpha)\overrightarrow{e}_x = m\omega^2 x\overrightarrow{e}_x$ • $\delta W(\overrightarrow{f}_{ie}) = \overrightarrow{f}_{ie} \cdot dx\overrightarrow{e}_x = m\omega^2 xdx$ • $\delta W(\overrightarrow{f}_{ie}) = -dEp_{ie} \Rightarrow Ep_{ie} = -\frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + cste$			1.5
Q.2c)	• Syst. conservatif car $\overrightarrow{P}$ et $\overrightarrow{f}_{ie}$ conservatives et $\overrightarrow{N}$, $\overrightarrow{f}_{ic}$ ne travaillent pas			0.5
Q.2d)	• $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + mgrcos(\alpha) - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 sin^2(\alpha) + cste$			0.5
Q.2e)	• Syst. conservatif $\Rightarrow Em = cste \Rightarrow \frac{dEm}{dt} = 0$ • $\ddot{r} - \omega^2 sin^2(\alpha)r = -gcos(\alpha)$			1
Q.2f)	• A l'éq. : $\ddot{r} = 0$ ou $\frac{dEp}{dt} = 0 \Rightarrow r_{eq} = \frac{gcos(\alpha)}{\omega^2 sin^2(\alpha)}$ • BONUS si discussion du cas $\alpha = \frac{\pi}{2}$: cohérent car éq. au centre en $r = 0$ • BONUS si cas $\alpha \to 0$: cohérent car pas de position d'éq. possible • BONUS si pas toujours de position d'éq. car r_{eq} doit appartenir à $[0; \ell]$ • $\frac{d^2Ep}{dt^2} = -m\omega^2 sin^2(\alpha) < 0$ • Position r_{eq} toujours instable • BONUS si cohérent d'après l'intuition (en particulier pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ où $r_{eq} = 0$ est clairement instable !)			1.5(+2)
Q.3a)	• BONUS si schéma avec forces et axes • $\overrightarrow{P} = -mgsin(\omega t)\overrightarrow{u} - mgcos(\omega t)\overrightarrow{n}$ • $\overrightarrow{N} = N_1\overrightarrow{n} + N_2\overrightarrow{e}_{x0}$ • $\overrightarrow{f}_{ie} = m\omega^2 r\overrightarrow{u}$ • $\overrightarrow{f}_{ic} = -2m\omega\dot{r}\overrightarrow{n}$			2(+0.5)
Q.3b)	• PFD dans (T) non galiléen projeté sur $\overrightarrow{u} \Rightarrow \ddot{r} - \omega^2 r = -gsin(\omega t)$ • Projection sur $\overrightarrow{n} \Rightarrow 0 = -mgcos(\omega t) + N_1 - 2m\omega\dot{r}$ • Projection sur $\overrightarrow{e}_{x0} \Rightarrow 0 = N_2$			1.5
Q.3c)	• Solution homogène : $r(t) = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}$ • Recherche de la solution particulière sous la forme $r(t) = \lambda sin(\omega t)$ • $\lambda = \frac{g}{2\omega^2}$ • $r(0) = r_0$ et $\dot{r}(0) = v_0 \Rightarrow r(t) = r_0 ch(\omega t) + \left(\frac{v_0}{\omega} - \frac{g}{2\omega^2}\right) sh(\omega t) + \frac{g}{2\omega^2}sin(\omega t)$			2
Q.3d)	• Pas d'équilibre stable car $\ddot{r} = 0 \Rightarrow r = \frac{g}{\omega^2}sin(\omega t) \neq cste$ • Mvmt rect. sinusoïdal dans (T) si $r_0 = 0$ et $\frac{v_0}{\omega} = \frac{g}{2\omega^2} \Rightarrow r(t) = \frac{g}{2\omega^2}sin(\omega t)$ • $r(0) = r_0$ et $\dot{r}(0) = v_0 = \frac{g}{2\omega} - r_0\omega \Rightarrow r(t) = r_0 e^{-\omega t} + \frac{g}{2\omega^2}sin(\omega t)$ • $r(t)$ reste borné cette fois • Au bout de qq $\tau = \frac{1}{\omega}$, $r(t) \to r_1(t) = \frac{g}{2\omega^2}sin(\omega t)$ • $r_1(t)$ correspond à un cercle • cercle de centre $C(0, \frac{g}{4\omega^2})$ et de rayon $\frac{g}{4\omega^2}$ • BONUS si schéma			3.5(+0.5)
	Total			21

TOTAL			65.5