DM n°8 (pour le vendredi 19 décembre 2025)

1 Thermochimie

On considère l'équilibre suivant : $PCl_{5(g)} = PCl_{3(g)} + Cl_{2(g)}$.

1. Indiquer l'influence :
   a) d'une élévation isobare de température ;
   b) d'une augmentation isotherme de pression ;
   c) d'une introduction isotherme et isobare de :

   α) $Cl_{2(g)}$ β) $PCl_{5(g)}$ γ) de $N_{2(g)}$
2. Déterminer la constante d'équilibre à 500 K.
3. Sous une pression constante P = 3,0 bar et à 500 K, on mélange 0,1 mol de Cl_2, 0,4 mol de PCl_3 et 0,15 mol de PCl_5.
   a) Dans quel sens évolue le système ?
   b) Déterminer la composition du système à l'équilibre.

Données à 298 K

Constituant	$Cl_{2(g)}$	$PCl_{3(g)}$	$PCl_{5(g)}$
$\Delta_f H^0$ (kJ.mol^{-1})	0	- 287,0	- 374,9
S^0_m (J.K^{-1}.mol^{-1})	223,0	311,7	364,5

On suppose que $\Delta_r H^0$ et $\Delta_r S^0$ ne dépendent pas de la température (approximation d'Ellingham).

2 À propos de mécanique dans le film "Fast and Furious"

Ce sujet aborde diverses questions de physique librement inspirées d'un article de la N.S.T.A.(National Science Teaching Associationaux Etats-Unis) qui traite de la vraisemblance scientifique de certaines scènes de la saga cinématographique "Fast and furious".

Course-poursuite dans les rues de Rio : une opération savamment préparée ?

Dans l'épisode 5 de la série, on voit les héros du film voler un coffre-fort conteneur (contenant le butin d'un trafiquant de drogue) en l'accrochant par des filins à deux voitures de course. Nous allons étudier si cette scène est compatible avec les lois de la physique. **Les données numériques sont regroupées en fin d'énoncé.**

On suppose que la course-poursuite s'effectue à la vitesse V constante dans le référentiel terrestre ($\mathscr{R}_T$), supposé galiléen. Ce référentiel est muni d'un repère ($Oxyz$) où Oz est l'axe vertical ascendant et d'une base orthonormale directe ($\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}$). On note $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{e_z}$ l'accélération de la pesanteur, supposée uniforme.

Dans le film il y a deux voitures, chacune de masse m_1, mais, dans le but de simplifier le problème, l'étude est ramenée à une seule voiture de masse $m = 2m_1$ tirant le conteneur de masse m_0 en ligne droite, sur route horizontale (axe Ox), grâce à un filin horizontal que l'on supposera sans masse. Le schéma de ce dispositif est donnée sur la Figure 2.

Figure 1 – Course-poursuite dans les rues de Rio.

On entend par voiture l'ensemble carrosserie, roues, moteur, conducteur. Le plan (Oxz), vertical contenant le filin, est plan de symétrie de l'ensemble {voiture, filin, conteneur}. On suppose ainsi que toutes les actions mécaniques sont décrites par des forces coplanaires ramenées dans ce plan. Ainsi, la paire de roues arrières est remplacée par une seule roue au contact avec le bitume en I_1. Il en est de même pour la paire de roues avant en I_2. On donne la valeur de l'empattement $I_1I_2 = 2b$.

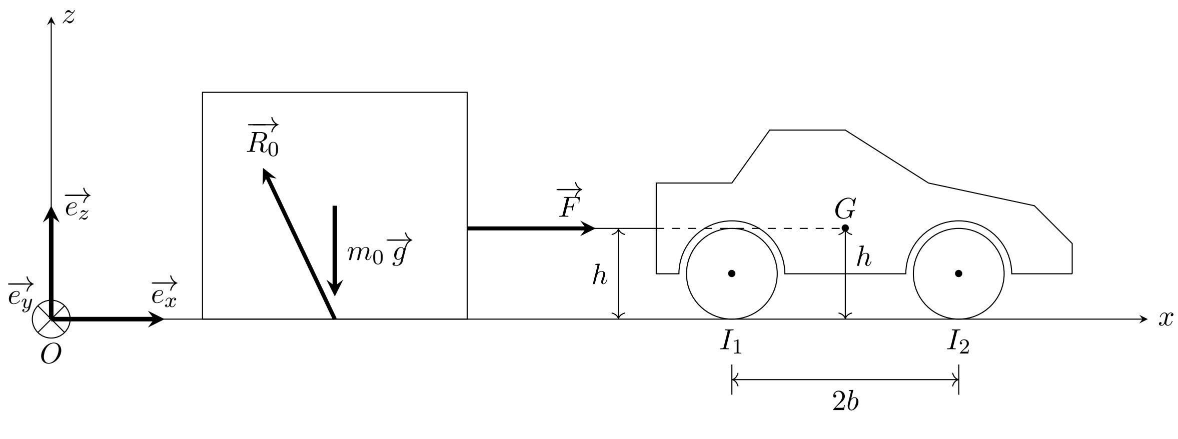

Figure 2 – Schéma de l'ensemble conteneur, filin, voiture.

Les réactions exercées par la chaussée sur le conteneur et sur les roues sont décrites :

- pour le conteneur par : $\overrightarrow{R_0} = -\,T_0\,\overrightarrow{e_x} + N_0\,\overrightarrow{e_z}$;
- pour la roue arrière : $\overrightarrow{R_1} = T_1\,\overrightarrow{e_x} + N_1\,\overrightarrow{e_z}$ appliquée en I_1 ;
- pour la roue avant : $\overrightarrow{R_2} = T_2\,\overrightarrow{e_x} + N_2\,\overrightarrow{e_z}$ appliquée en I_2.

On note f_0 le coefficient de frottement dynamique au contact métal/bitume (pour le conteneur) et f_s le coefficient de frottement statique pour le contact pneu/bitume.

Le filin, accroché horizontalement à une hauteur h au-dessus de la chaussée, exerce une force de traction $\overrightarrow{F}$ sur le conteneur. Les actions mécaniques subies par le conteneur sont représentées sur la Figure 2.

Les roues de la voiture sont munies de pneus en caoutchouc. On note d le diamètre des roues et J leur moment d'inertie par rapport à leurs axes de symétrie respectifs. La voiture étant une traction-avant, on note $\overrightarrow{\Gamma} = \Gamma_m \overrightarrow{e_y}$ le moment des forces exercées par le moteur sur la roue avant ($\Gamma_m > 0$).

Dans tout le problème on négligera les frottements de l'air.

1) Reproduire la Figure 2 et la compléter en indiquant toutes les actions mécaniques extérieures subies par la voiture.

2) En appliquant le théorème du centre d'inertie au conteneur et à l'aide d'une loi sur le frottement solide à préciser, obtenir l'expression de $\overrightarrow{F}$ en fonction de f_0, m_0, g et $\overrightarrow{e_x}$.

3) On suppose qu'aucune roue ne glisse sur la chaussée. On admet alors que les actions de contact chaussée/roues ne dissipent ni ne fournissent aucune puissance aux roues. De plus, on néglige la masse des roues devant la masse de la carrosserie, du moteur et du conducteur. L'énergie cinétique E_c de la voiture dans le référentiel terrestre est donc celle du système { carrosserie + moteur + conducteur }. On admettra la loi suivante :

$$\left(\frac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathscr{R}_T} = P_m + \sum P(\overrightarrow{F}_{\text{ext}})$$

où P_m est la puissance fournie par le moteur et $\sum P(\overrightarrow{F}_{\text{ext}})$ est la somme des puissances des forces appliquées par le milieu extérieur sur la voiture.

a) En déduire la relation entre la puissance de $\overrightarrow{F}$ et la puissance P_m fournie par le moteur.

b) Calculer P_m en kilowatt et en cheval-vapeur. Le choix de deux voitures dans cette mise en scène vous semble-t-il réaliste ?

4) a) Rappeler la loi du moment cinétique scalaire appliquée à un solide en rotation autour d'un axe fixe dans un référentiel galiléen. On précisera tous les termes et notations introduits.

b) Recenser toutes les actions mécaniques (résultantes ou moments) s'exerçant sur la roue arrière, puis sur la roue avant.

c) On suppose chaque roue en liaison pivot parfaite avec le reste de la voiture. Dans le référentiel de la carrosserie, la roue arrière a une vitesse angulaire ω_1 constante et la roue avant une vitesse angulaire ω_2 constante.

En appliquant le théorème du moment cinétique scalaire à chaque roue dans le référentiel de la carosserie, par rapport à des axes à préciser, montrer que $T_1 = 0$ et que $\Gamma_m = T_2 \frac{d}{2}$

5) a) Montrer que $\overrightarrow{F} = T_2 \overrightarrow{e_x}$.

b) En déduire Γ_m et faire l'application numérique.

6) La loi du moment cinétique scalaire appliquée à la voiture par rapport à l'axe $(G, \overrightarrow{e_y})$ (G étant le centre d'inertie de la voiture) permet de montrer que $(N_1 - N_2)b = T_2 h$ (cf. figure 2).

a) Pourquoi le couple Γ_m n'intervient-il pas dans ce résultat ?

b) En déduire N_1 et N_2 en fonction de f_0, h, b, m, m_0 et g.

7) Les lois de Coulomb sur le frottement solide permettent d'assurer que les roues ne glissent pas sur la chaussée si $|T_k| < f_s\, N_k$ avec $k \in \{1, 2\}$.

a) Quelle roue risque de glisser ?

b) Montrer qu'un tractage sans glissement des roues impose une masse maximale tractable

$$m_{0,\max} = m\, \frac{f_s}{2 f_0 \left(1 + f_s \frac{h}{2b}\right)}$$

c) Faire l'application numérique. Commenter le résultat trouvé.

8) Lors de la préparation de leur plan, un des protagonistes suggère d'utiliser des voitures à propulsion arrière.

a) Quelles sont alors les expressions de T_1 et de T_2 ?

b) En admettant que N_1 et N_2 trouvés à la question **7)** sont inchangés, dire quelle roue risque de glisser dans ce cas.

c) En déduire l'expression de la masse maximale tractable $m'_{0,\max}$.

d) Faire l'application numérique et conclure si les héros peuvent ou non réussir cette opération de tractage.

Données numériques :

Accélération de la pesanteur : $g = 10$ m.s^{-1} ;
Masse du conteneur : $m_0 = 4\ 500$ kg ;
Masse totale des deux voitures : $m = 3\ 000$ kg ;
Diamètre des roues : $d = 20$ pouces (1 pouce = 2,5 cm) ;
Empattement : $2b = 2{,}7$ m ;
Hauteur du centre d'inertie G et du filin : $h = 0{,}5$ m ;
Coefficient de frottement dynamique métal/bitume : $f_0 = 0{,}4$;
Coefficient de frottement statique caoutchouc/bitume : $f_s = 1{,}0$;
Vitesse lors de cette course poursuite : $V = 190$ km.h^{-1} ;
Cheval-vapeur (unité de puissance) : 1 ch = 736 W