Introduction à l'interaction magnétique
Champs magnétiques stationnaires

Table des matières

I. L'interaction magnétique **1**
1) Origine . . . 1
2) Effet d'un courant sur un aimant . . . 1
3) Effet d'un aimant sur un courant . . . 2
4) Champ magnétique . . . 2

II. Champs magnétiques stationnaires **4**
1) Cadre de l'étude . . . 4
2) Équations de Maxwell . . . 4
3) Conséquence de l'équation de Maxwell-Thomson . . . 4
4) Théorème d'Ampère . . . 5
5) Théorème de superposition . . . 5
6) Symétries . . . 6
7) Modélisation des courants dans un fil . . . 8

III. Exemples classiques de calcul de champs magnétiques **9**
1) Champ magnétique créé par un cylindre rectiligne infini 9
2) Champ magnétique créé par un solénoïde infini . . . 9
3) Champ magnétique créé par une plaque de courant infinie 9
4) Relation de passage . . . 9

IV. Forces magnétiques exercées sur les courants **9**
1) Densité volumique de force électromagnétique . . . 9
2) Force de Laplace . . . 10
3) Couple magnétique exercé sur une spire de courant . . 10
a) Analyse d'une expérience . . . 10
b) Généralisation . . . 12
4) Effet Hall . . . 12

I. L'interaction magnétique

1) Origine

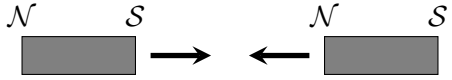
Il est connu depuis l'antiquité que certains corps dits aimantés ont la propriété de s'attirer ou de se repousser. Taillés d'une certaine manière, en forme de cylindres, ces corps possèdent deux faces indissociables appelées respectivement face Nord ($\mathcal{N}$) et face Sud ($\mathcal{S}$), telles que :

- Deux faces identiques se repoussent :



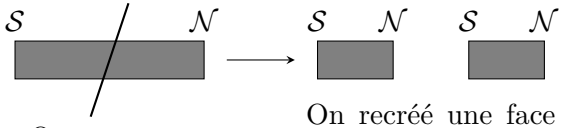
Répulsion

- Deux faces différentes s'attirent :



Attraction

On ne peut jamais isoler une seule face : si on coupe un cylindre aimanté en deux parties, on obtient deux aimants possédant chacun sa face $\mathcal{N}$ et sa face $\mathcal{S}$.



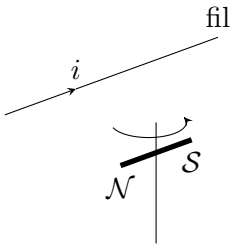
On coupe

On recréé une face $\mathcal{N}$ et une face $\mathcal{S}$

2) Effet d'un courant sur un aimant

À partir du XIX$^{\text{ème}}$ siècle, les physiciens se sont aperçus du lien qui existait entre magnétisme et courant électrique.

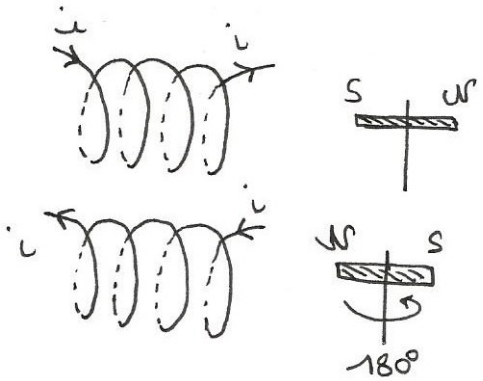
Expérience d'Oersted (1819) :



Le courant i dans le fil rectiligne fait dévier la boussole (aimant)

Le sens de déviation change avec le sens du courant

Expérience avec une bobine :



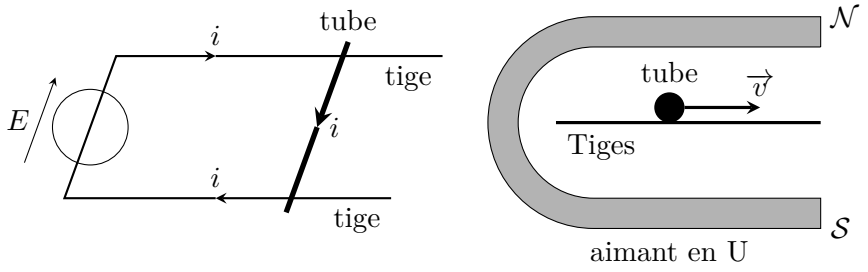
La boussole s'aligne avec l'axe de la bobine. Un renversement du sens du courant la fait se retourner de 180°

3) Effet d'un aimant sur un courant

Expérience des rails de Laplace :

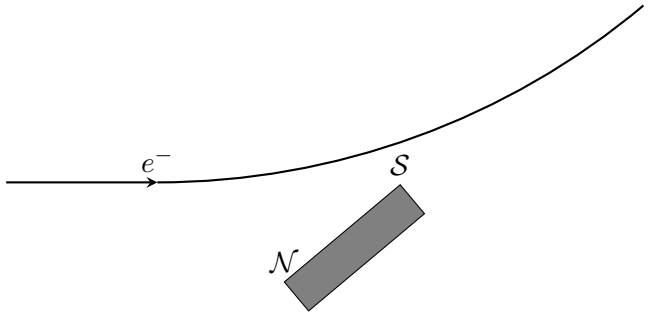
Un tube métallique est posé sur deux tiges métalliques parallèles, aux bornes desquelles on branche un générateur. L'ensemble générateur + tiges + tube constitue un circuit fermé parcouru par un courant i.

Si on place le tube à l'intérieur d'un aimant en U, il se déplace dans un sens qui dépend du sens du courant i.



Action d'un aimant sur un faisceau d'électrons

Un faisceau d'électrons émis par un filament chauffé à haute T est dévié par un aimant.



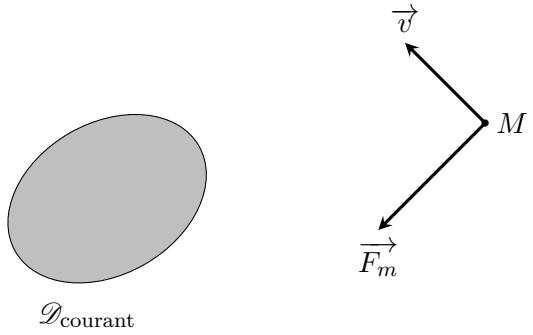
4) Champ magnétique

Hypothèse d'Ampère :

Le magnétisme est un phénomène produit par des charges en mouvement, c'est à dire un courant électrique*. Dans les aimants, ce sont des courants microscopiques qui interviennent (mouvement des électrons autour de noyaux).*

Définition de $\overrightarrow{B}$:

Soit $\mathscr{D}_{\text{courant}}$ un domaine de l'espace dans lequel il existe des courants électriques.



La présence de courants électrique entraîne l'existence d'une **force magnétique** $\overrightarrow{F_m}$ exercée sur une charge *ponctuelle test* q_T placée en M avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$. Cette force possède les trois propriétés suivantes :

$$\overrightarrow{F_m} \text{ est } \begin{cases} \text{proportionnelle à } q_T \\ \perp \overrightarrow{v} \text{ et elle est proportionnelle à } \|\overrightarrow{v}\| \\ \overrightarrow{F_m} = \overrightarrow{0} \text{ si } \overrightarrow{v} = \overrightarrow{0} \end{cases}$$

On en déduit que :

$$\boxed{\overrightarrow{F_m} = q_T \, \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}(M,t)}$$

C'est la *force de Lorentz*. Cette relation **définit** le champ vectoriel $\overrightarrow{B}$, appelé *champ magnétique*. Il s'agit d'un champ vectoriel défini en tout point de l'espace et à chaque instant t.

Unité :

$$[F_m] = [q_T]\,[v]\,[B] \quad \text{donc} \quad [B] = \text{N.C}^{-1}.\text{m}^{-1}.\text{s} = \text{T (Tesla)}$$

Schéma de l'interaction magnétique

Ordres de grandeur :

- Champ magnétique terrestre : composante horizontale $B_h \approx 20$ μT et composante verticale $B_v \approx 50$ μT.
- Petit aimant $B < 1$ T (quelques dizaines à quelques centaines de mT).
- Électromaimant : quelques T $\longrightarrow$ 10 T $\longrightarrow$ 35 T le plus fort actuellement (avec courants supraconducteurs).
- Pour certaines étoiles à neutrons : $B \approx 10^{10}$ T

II. Champs magnétiques stationnaires

1) Cadre de l'étude

Nous allons étudier les propriétés des champs magnétiques créés par des courants stationnaires, c'est à dire indépendants du temps. Les champ magnétiques créés par ces courants sont eux aussi stationnaires.

On considère une distribution de charges et de courants **stationnaire** $(\rho, \vec{j})$ définie en tout point $M \in \mathscr{E}$:

$$\rho : M \in \mathscr{E} \longmapsto \rho(M) \quad \text{et} \quad \vec{j} : M \in \mathscr{E} \longmapsto \vec{j}(M)$$

On appelle domaine des courants $\mathscr{D}_{\text{courant}}$ l'ensemble des points M où $\vec{j}$ est non nul :

$$\boxed{\mathscr{D}_{\text{courant}} = \left\{ M \in \mathscr{E} \mid \vec{j}(M) \neq \vec{0} \right\}}$$

Il peut exister une densité volumique de charges ρ stationnaire mais les lois expérimentales de l'électromagnétisme montrent que celle-ci n'a **strictement aucune influence sur le champ magnétique produit** [1]. Seuls les courants sont responsables de l'existence de $\overrightarrow{B}$.

2) Équations de Maxwell

Toutes les propriétés des champs magnétiques stationnaires sont contenues dans deux équations posées pour la première fois par James Maxwell en 1864.

1. ρ peut créer bien sûr un champ électrique stationnaire mais on ne s'occupe ici que du champ magnétique.

Considérons une distribution de charge et de courant stationnaire $(\rho, \overrightarrow{j})$. Si $\overrightarrow{B}$ est le champ magnétique stationnaire créé par cette distribution, alors on a **pour tout point** $M \in \mathscr{E}$:

$$\boxed{\text{div}\, \overrightarrow{B}(M) = 0}$$

et

$$\boxed{\overrightarrow{\text{rot}}\, \overrightarrow{B}(M) = \mu_0\, \vec{j}(M)}$$

3) Conséquence de l'équation de Maxwell-Thomson

.

4) Théorème d'Ampère

5) Théorème de superposition

Soient $(\rho_1, \overrightarrow{j_1})$ et $(\rho_2, \overrightarrow{j_2})$ deux distributions de charge et de courant stationnaires créant respectivement un champ magnétique $\overrightarrow{B_1}$ et un

champ magnétique $\overrightarrow{B_2}$

On appelle *distribution de charge et de courant superposée* la distribution ($\rho = \alpha_1\rho_1 + \alpha_2\rho_2$, $\overrightarrow{j} = \alpha_1 \overrightarrow{j_1} + \alpha_2 \overrightarrow{j_2}$) où α_1 et α_2 sont deux nombres réels.

Théorème de superposition

La distribution superposée crée le champ magnétique stationnaire $\overrightarrow{B} = \alpha_1 \overrightarrow{B_1} + \alpha_2 \overrightarrow{B_2}$.

6) Symétries

Comme en électrostatique, on se base sur le principe de Curie :

Cause	Effet produit

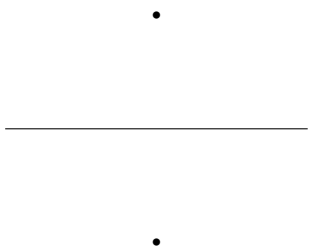
Cependant, comme la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$ n'est pas à proprement parler un champ vectoriel puisqu'elle dépend non seulement de la position de la particule ponctuelle test q_T mais aussi de son vecteur vitesse $\vec{v}$, il faut préciser ce qu'on entend par symétrie de $\overrightarrow{F_m}$.

- On dira qu'un plan est **plan de symétrie de la force magnétique** $\overrightarrow{F_m}$ si et seulement si :

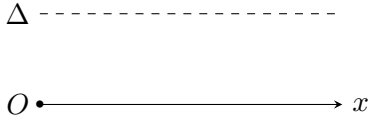
  •

  •

- On dira qu'un plan est **plan d'anti-symétrie de la force magnétique** $\overrightarrow{F_m}$ si et seulement si :

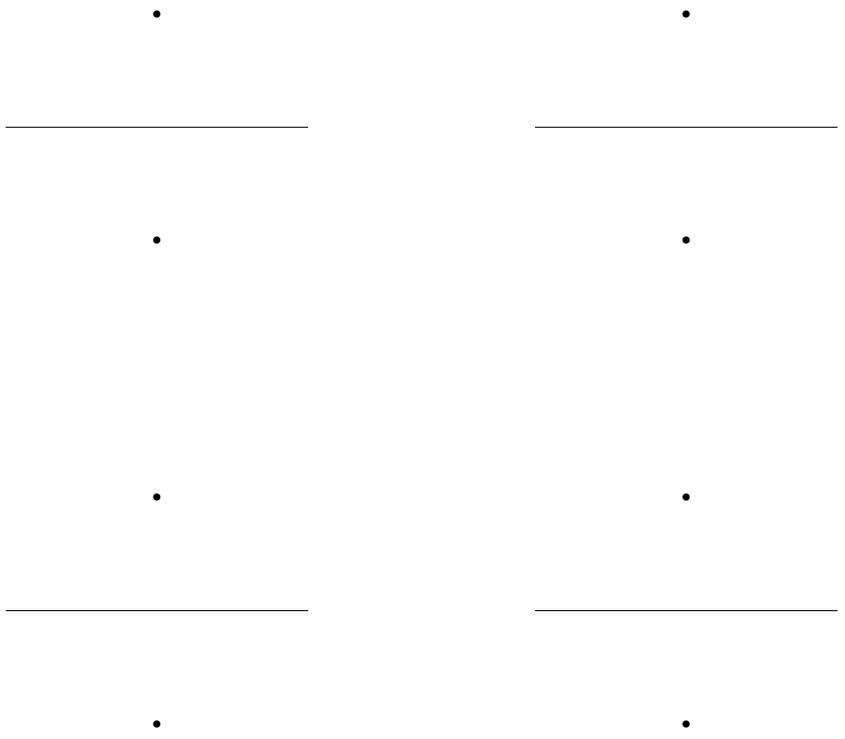


- On dira que la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$ est **invariante par translation le long de l'axe** Ox si et seulement si :



Il faut alors faire attention au fait que *le produit vectoriel* dans l'expression de $\overrightarrow{F_m}$ entraîne qu'un **plan de symétrie** de $\overrightarrow{F_m}$ est un **plan d'anti-symétrie** de $\overrightarrow{B}$ tandis qu'un plan **d'anti-symétrie** de $\overrightarrow{F_m}$ est un **plan de symétrie** de $\overrightarrow{B}$.

On peut le voir sur les exemples particuliers ci-dessous :



On en déduit : .

Symétries de $\overrightarrow{B}$

Soit une distribution de charges et de courants stationnaire $(\rho, \vec{j})$. Alors :

1. Tout plan de symétrie (resp. plan d'antisymétrie) de $\vec{j}$ (cause) est un plan de symétrie (resp. plan d'antisymétrie) de la force magnétique $\overrightarrow{F_m}$ exercée sur une charge ponctuelle test q_T (effet produit) et donc un plan d'anti-symétrie (resp. de symétrie) du champ magnétique stationnaire $\overrightarrow{B}(M)$ créé.
2. Si $\vec{j}$ est invariant par translation (le long de Oz par exemple), alors $\overrightarrow{F_m}$ et $\overrightarrow{B}(M)$ sont invariants par translation.
3. Si $\vec{j}$ est invariant par rotation autour d'un axe $\Delta = Oz$ alors $\overrightarrow{F_m}$ et $\overrightarrow{B}(M)$ est aussi invariant par rotation autour de Δ.

On retiendra surtout du 1. que :

- Tout **plan de symétrie** de $\vec{j}$ est un **plan d'anti-symétrie** de $\overrightarrow{B}$.
- Tout **plan d'anti-symétrie** de $\vec{j}$ est un **plan de symétrie** de $\overrightarrow{B}$.

7) Modélisation des courants dans un fil

Un cas que l'on rencontre souvent est celui où les courants électriques sont concentrés dans des fils métalliques. Ces fils canalisent les lignes de courant. Il est alors commode d'adopter la modélisation suivante :

III. Exemples classiques de calcul de champs magnétiques

On peut facilement calculer $\overrightarrow{B}$ dans les cas où les symétries sont élevées. Il y a trois exemples à connaître parfaitement. On le fait sur feuille à part.

1) Champ magnétique créé par un cylindre rectiligne infini

2) Champ magnétique créé par un solénoïde infini

3) Champ magnétique créé par une plaque de courant infinie

4) Relation de passage

IV. Forces magnétiques exercées sur les courants

1) Densité volumique de force électromagnétique

Considérons une région de l'espace dans laquelle il existe un champ électrique $\overrightarrow{E}$ et un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ pas nécessairement stationnaires.

Soit d'autre part un élément de volume mésoscopique $\mathrm{d}\tau_M$ localisé au point M. On suppose que cet élément contient un très grand nombre d'entités microscopiques chargées (électrons, ions, ...) que l'on regroupe par espèces B_k, $1 \leqslant k \leqslant K$.

Évaluons la résultante des forces électromagnétiques exercées sur l'ensemble des porteurs de charges contenus dans $\mathrm{d}\tau_M$.

.

2) Force de Laplace

C'est un cas particulier du cas général précédent où la force s'exerce sur un élément de volume d'un fil métallique par parcouru par un courant électrique d'intensité i.

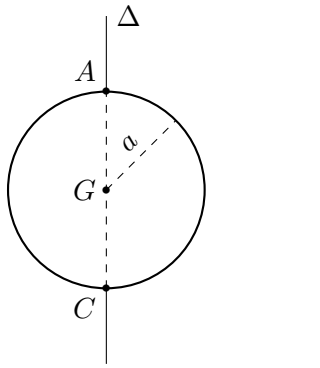
Le métal est caractérisé par une densité volumique de charge nulle $\rho(M,t) = 0$ en tout point du métal et à chaque instant : il y a autant de cations positifs que d'électrons de conduction. Il s'ensuit que :

3) Couple magnétique exercé sur une spire de courant

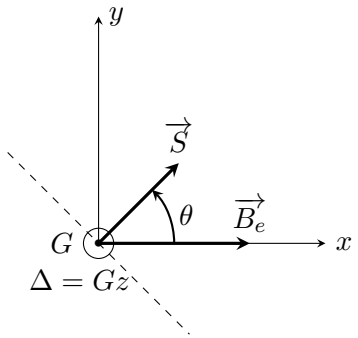
a) Analyse d'une expérience

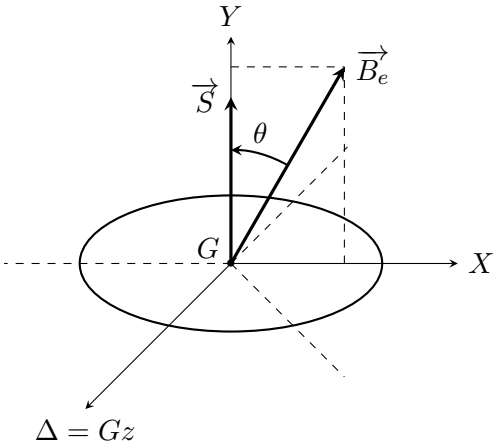
Dans l'expérience décrite ci-dessous, une spire circulaire de rayon a est formée de N tours de fil de cuivre. Un générateur impose un courant constant dans le fil avec une intensité I.

La spire est maintenue par un petit câble chargé d'une part de véhiculer le courant électrique jusqu'à la spire et qui, d'autre part, ne lui permet que de faire des mouvements de rotation autour de l'axe du câble, noté Δ. Elle est plongée dans un champ magnétique stationnaire et uniforme $\overrightarrow{B_e}$ créé par deux bobines de Helmoltz.








Y
$\overrightarrow{B_e}$
$\overrightarrow{S}$
θ
G
X
$\Delta = Gz$

.

b) Généralisation

Soit une spire de courant formée de N tours de fil parcouru par un courant d'intensité i pas forcément constante.

Définition. Moment magnétique d'une spire de courant

On appelle *moment magnétique* de la spire la grandeur :

$$\overrightarrow{m} = N\, i\, \overrightarrow{S}$$

Actions d'un champ magnétique sur une spire

Lorsqu'une spire de courant est plongée dans un champ magnétique **uniforme** $\overrightarrow{B_e}$ (mais pas forcément stationnaire) créé par d'autres sources que la spire, celui-ci exerce sur elle des forces de Laplace qui **forment un couple**, à savoir, dont la résultante est nulle et dont le moment résultant, indépendant du point par rapport auquel on le calcule, est donné par :

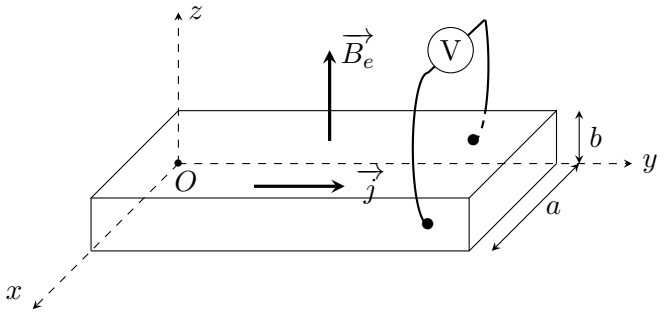
$$\overrightarrow{\Gamma_L} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B_e}$$

où $\overrightarrow{m}$ est le moment magnétique de la spire.

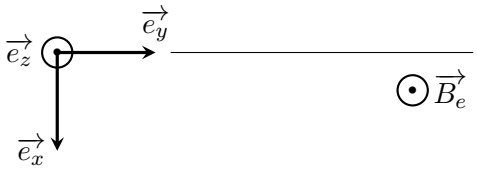
4) Effet Hall

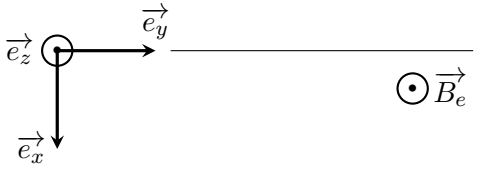
Le principe de l'effet Hall est donné ci-dessous. Un métal est taillé en forme de parallélépipède rectangle et il est parcouru par un courant électrique d'intensité constante I qui traverse sa section $a \times b$.

Un champ magnétique stationnaire $\overrightarrow{B_e} = B_e\, \overrightarrow{e_z}$ qu'on peut supposer uniforme à l'échelle du volume du parallélépipède est appliqué (ce champ magnétique est créé par d'autres sources que les courants dans le parallélépipède).



Modèle :


$\overrightarrow{e_y}$
$\overrightarrow{e_z}$
$\overrightarrow{B_e}$
$\overrightarrow{e_x}$


$\overrightarrow{e_y}$
$\overrightarrow{e_z}$
$\overrightarrow{B_e}$
$\overrightarrow{e_x}$

.

.

Bilan de ce chapitre

Points du cours à connaître :

- Les deux équations de Maxwell pour les champs magnétiques stationnaires : formulation locale et intégrale (notamment théorème d'Ampère). Bien connaître les conséquences intégrales de l'équation de Maxwell-Thomson (conservation du flux) : pour une surface fermée, pour un tube de champ magnétique.
- Symétries du champ magnétique.
- Théorème de superposition.
- Maîtriser les 3 calculs classiques de $\overrightarrow{B}$: cylindre infini, solénoïde infini, plaque de courant infinie. Sauf pour le solénoïde infini, on les résout soit par le théorème d'Ampère, soit par l'équation de Maxwell-Ampère.
- Savoir que la densité volumique des forces de Lorentz exercées par le champ électromagnétique sur la porteurs de charges est $\vec{j} \wedge \overrightarrow{B}$. Passer à sa version dans le cas de circuits filiformes, à savoir la force de Laplace $\overrightarrow{\delta F}_L = i\,\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \overrightarrow{B}$.
- Moment magnétique $\vec{m}$ d'une spire de courant. Couple des forces magnétiques $\overrightarrow{\Gamma_m} = \vec{m} \wedge \overrightarrow{B}$.
- Description de l'effet Hall, calcul de $\overrightarrow{E_H}$ et de la tension de HAll U_H.

Exercices à travailler

- En priorité : 2 (en particulier bien connaître les méthodes pour obtenir la trajectoire circulaire d'une particule dans un champ magnétique uniforme), 4, 5, 6 et 8
- S'il reste du temps : 10