Dipôles électrostatiques et magnétostatiques

Dans tout le chapitre on note $(\mathscr{R})$ le référentiel d'étude et on le munit d'un repère d'espace $R = (Oxyz)$ dont la base cartésienne associée $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ est orthonormale directe.

Table des matières

I. Dipôle électrostatique. Champ et potentiel créés **1**
1) Modèle du doublet de charges électriques 1
2) Généralisation de la notion de moment dipolaire électrique 2
3) Définition générale d'un dipôle électrique 4
4) Intérêt en physique atomique 4

II. Action d'un champ électrostatique extérieur sur un dipôle électrostatique **6**
1) Résultante et moment résultant 6
a) Définition 6
b) Cas particulier où le champ électrostatique est uniforme 6
c) Cas général 7
2) Énergie potentielle 8
3) Lien entre force et énergie potentielle 8

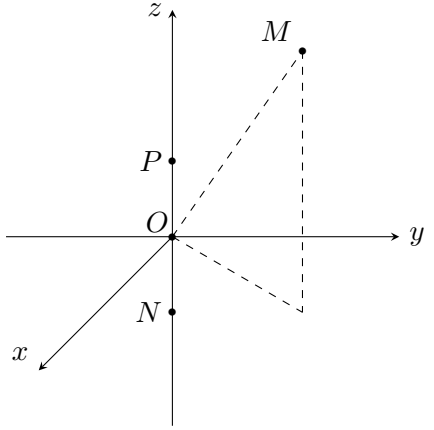
III. Dipôle magnétique **9**
1) Définition 9
2) Champ magnétostatique créé à grande distance du dipôle 10
3) Action d'un champ magnétostatique extérieur sur un dipôle magnétique 11
a) Champ extérieur uniforme 11
b) Champ magnétostatique extérieur non uniforme 11

I. Dipôle électrostatique. Champ et potentiel créés

1) Modèle du doublet de charges électriques

Considérons deux charges ponctuelles opposées immobiles par rapport au référentiel $(\mathscr{R})$: une charge $q > 0$ placée en un point P et une charge ponctuelle $-q$ placée en un point N.

On munit le référentiel $(\mathscr{R})$ d'un repère d'espace $R = (Oxyz)$ défini de sorte que O soit le milieu de N et P et que $N \in (Oz)$ et $P \in (Oz)$, selon la figure ci-dessous :



On souhaite calculer le potentiel $V(M)$ et le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ créés par cette distribution de charge statique en un point M situé à une distance $r = OM$ très grand devant la distance $d = NP$ entre les deux charges.

.

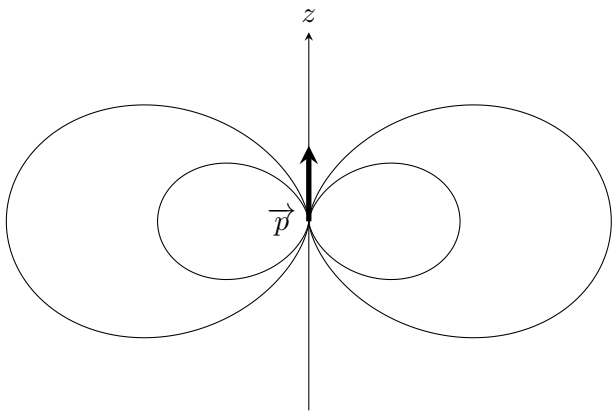


FIGURE 1 – Allure des lignes de champ électrostatique.

Le champ électrostatique créé par le doublet peut aussi se mettre sous la forme (à condition que $r \gg d$) :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{3\,(\overrightarrow{p}.\overrightarrow{r})\ \overrightarrow{r} - r^2\,\overrightarrow{p}}{r^5}}$$

où $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$.

Exercice :

Montrer qu'on retrouve bien l'expression précédente dans la base sphérique $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$ lorsque $\vec{p} = p\,\overrightarrow{e_z}$.

2) Généralisation de la notion de moment dipolaire électrique

Considérons un ensemble de charges électriques ponctuelles q_i placées en des points A_i, $1 \leqslant i \leqslant N$. On suppose que la charge totale est

nulle : .

$$\boxed{Q_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^{N} q_i = 0}$$

3) Définition générale d'un dipôle électrique

On appelle *dipôle électrostatique* toute distribution de charge statique (c'est à dire immobile dans le référentiel d'étude $(\mathscr{R})$), **d'extension finie** et qui, de plus, vérifie :

1.
2.

Le potentiel électrostatique $V(M)$ créé en un point M tel que $r = OM \gg d$ est donné de façon approché :

$$\boxed{V(M) \approx \frac{\vec{p}.\overrightarrow{OM}}{4\pi\varepsilon_0\, OM^3} = \frac{\vec{p}.\overrightarrow{e_r}}{4\pi\varepsilon_0\, r^2}}$$

Le champ électrostatique créé est donné de façon approchée par :

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{3\,(\overrightarrow{p}.\overrightarrow{r})\;\overrightarrow{r} - r^2\,\overrightarrow{p}}{r^5}}$$

4) Intérêt en physique atomique

Une molécule (ou un simple atome) peut posséder un moment dipolaire électrique lorsque les barycentres des charges négative et positive sont différents : $N \neq P$. Cela peut arriver de deux façons :

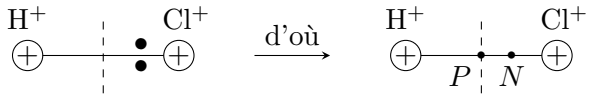
1. De façon *intrinsèque* (c'est à dire indépendamment de toute intervention externe) :

Cela arrive lorsque les éléments qui constituent la molécule possèdent des *électronégativités très différentes*. On parle de **moment dipolaire électrique permanent**.

Exemple 1 : HCl $\quad \chi(\text{Cl}) > \chi(\text{H})$

$$\text{H} - \overline{\underline{\text{Cl}}}|$$

On considère que le noyau, les électrons de cœur et les doublets non liant appartiennent en propre à chaque atome ; en effet, ils sont très localisés autour du centre de l'atome. D'où le modèle :



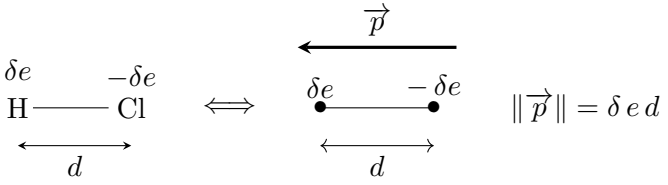
On aura donc $\overrightarrow{p} = 2e\,\overrightarrow{NP}$. L'existence de ce moment dipolaire est permanent.

Unité adaptée pour p : dans le système S.I. $[p] =$ C.m mais c'est une unité trop grande en physique atomique. On préfère utiliser le Debye, de symbole D :

$$\boxed{1\,\text{D} = \frac{1}{3}.10^{-29}\,\text{C.m}}$$

Pour HCl on a : $\|\overrightarrow{p}\| = 1{,}08$ D

Cependant, les chimistes préfèrent utiliser un modèle différent, appelé modèle du doublet. L'atome le plus électronégatif est doté d'une chage électrique $-\delta \times e$ et l'autre atome (moins électronégatif) est doté d'une charge $+\delta \times e$. On a donc :

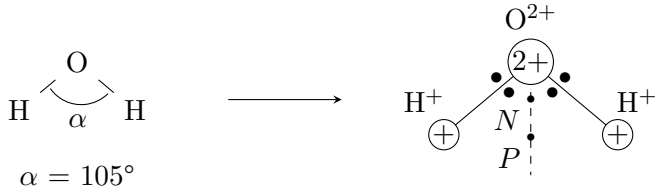


$$\|\overrightarrow{p}\| = \delta\, e\, d$$

où d est la longueur de la liaison. Le nombre δ (sans dimension) est lié à l'électronégativité dans l'échelle de Pauling, selon la relation :

$$\delta = 1 - \exp\left[-\frac{(\,\chi(\mathrm{H}) - \chi(\mathrm{Cl})\,)^2}{4}\right]$$

Exemple 2 : H_2O $\chi(O) > \chi(H)$

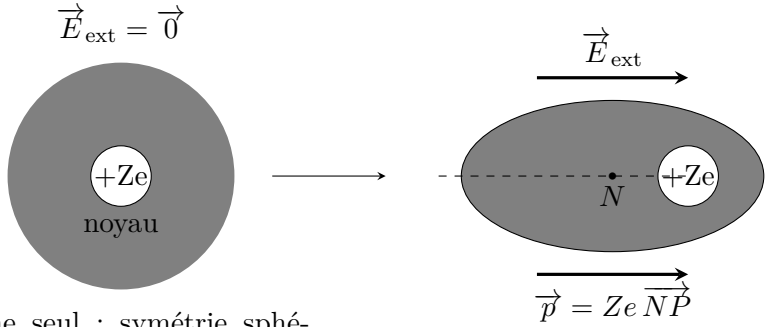


$\alpha = 105°$

$$\overrightarrow{p} = 4e\,\overrightarrow{NP} \quad \|\overrightarrow{p}\| = 1{,}85\,\mathrm{D}$$

2. Le moment dipolaire n'existe pas naturellement mais il est créé par une *cause externe* (en pratique un champ électrique appliqué) : on parle de **dipôle induit**.

Exemple : atome



Atome seul : symétrie sphérique : $N = P$ donc $\overrightarrow{p} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{p}$ est appelé *moment dipolaire induit* par le champ électrique extérieur appliqué. Dans le cas où $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ n'est pas trop important, on a une relation linéaire :

$$\boxed{\overrightarrow{p} = \alpha\,\varepsilon_0\,\overrightarrow{E}_{\text{ext}}}$$

où le coefficient $\alpha > 0$ est appelé *polarisabilité de l'atome*.

II. Action d'un champ électrostatique extérieur sur un dipôle électrostatique

Dans cette partie, un dipôle électrique est plongé dans le champ électrostatique $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ créé par d'autres charges que celle du dipôle. On parle de champ électrostatique d'origine extérieure au dipôle.

On suppose que les charges qui créent $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ forment une distribution de charges statique $(\rho_{\text{ext}}, \vec{0})$ où ρ_{ext} est la densité volumique stationnaire de charges associée.

Pour les calculs qui vont suivre on supposera que le dipôle est consitué de N charges ponctuelles q_i placées en des points A_i, $1 \leqslant i \leqslant N$ mais les résultats qu'on va obtenir seront valables pour n'importe quel type de dipôle.

On désignera par G le centre de masse du dipôle (ou centre d'inertie). Dans le cas de N charges ponctuelles de masses m_i, $1 \leqslant i \leqslant N$, il s'agit de l'unique point vérifiant :

$$\overrightarrow{OG} = \left(\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{OA_i}\right) / \left(\sum_{i=1}^{N} m_i\right)$$

Le dipôle est caractérisé par son moment dipolaire électrique $\vec{p}$ qu'on dessinera en plaçant l'origine du vecteur en G.

1) Résultante et moment résultant

a) Définition

Pour simplifier on va considérer que le dipôle électrostatique est un ensemble de N charges ponctuelles q_i placées en des points A_i, $1 \leqslant i \leqslant N$. On considère l'ensemble des forces électrique qui agissent sur les charges électriques qui forment le dipôle :

$$\mathcal{F} = \left\{ \left(A_i, \overrightarrow{F}_{\text{él},i}\right),\ 1 \leqslant i \leqslant N \right\}$$

On peut définir :

- La **résultante** de ces forces :

$$\boxed{\overrightarrow{R}_{\text{él}} \overset{\text{déf}}{=} \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{F}_{\text{él},i} = \sum_{i=1}^{N} q_i \overrightarrow{E}_{\text{ext}}(A_i)}$$

- Le **moment résultant** en G de ces forces :

$$\boxed{\overrightarrow{M_{G,\text{él}}} \overset{\text{déf}}{=} \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{GA_i} \wedge \overrightarrow{F}_{\text{él},i} = \sum_{i=1}^{N} \overrightarrow{GA_i} \wedge q_i \overrightarrow{E}_{\text{ext}}(A_i)}$$

b) Cas particulier où le champ électrostatique est uniforme

Plaçons-nous dans le cas où $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ est **uniforme**. Dans ce cas le calcul de la résultante et du moment résultant devient très simple :

.

.

c) Cas général

On ne suppose plus que $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ est uniforme (mais il reste toujours stationnaire car il s'agit d'un champ électrostatique). *Dans le cas très courant où la taille d du dipôle est très petite devant la distance caractéristique de variation de* $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ *on fait des approximations* :

2) Énergie potentielle

L'énergie potentielle d'un dipôle placé dans un champ électrique $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ est la somme des énergies potentielles des charges ponctuelles qui le constituent. Comme $\overrightarrow{E}_{\text{ext}}$ est stationnaire, il dérive d'un potentiel électrostatique V_{ext} tel que $\overrightarrow{E}_{\text{ext}} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V_{\text{ext}}$. On a donc :

3) Lien entre force et énergie potentielle

III. Dipôle magnétique

.

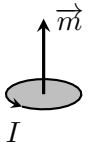
1) Définition

Définition. Dipôle magnétique

On appelle **dipôle magnétique** toute distribution de courants stationnaire de taille finie d et qui possède un moment magnétique $\overrightarrow{m} \neq \overrightarrow{0}$;

Exemples :

1. Spire de courant parcourue par un courant constant d'intensité I.



2. Moment magnétique atomique

3. Champ magnétique terrestre.

Les expériences montrent que, en première approximation, le champ magnétique terrestre a une *structure dipolaire magnétique*. Tout se passe comme s'il existait un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{m}$ placé au centre de la Terre. Ce dipôle est probablement généré par les mouvements des ions et des électrons constituant le plasma (matière en fusion) du noyau terrestre.

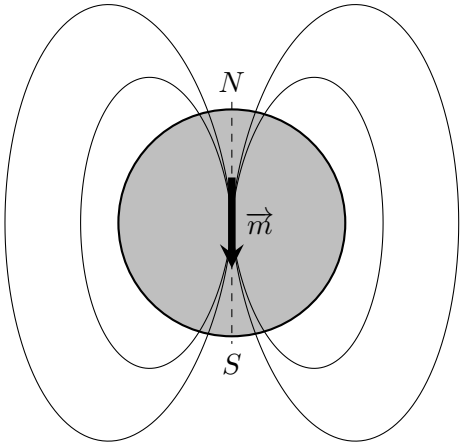


FIGURE 2 – Structure dipolaire du champ magnétique terrestre. Le moment magnétique terrestre est environ $m \approx 8{\times}10^{22}$ A.m^2.

2) Champ magnétostatique créé à grande distance du dipôle

Soit d la taille du dipôle magnétostatique. En un point M situé à un grande distance r du dipôle, c'est à dire tel que $r \gg d$, on montre que le champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$ créé a la même expression mathématique que le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ créé par un dipôle électrostatique.

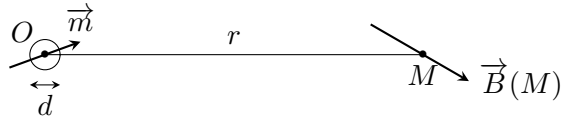


FIGURE 3 –

Le dipôle magnétostatique est placé autour du point O. On pose $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OM}$ et $r = \left\|\overrightarrow{OM}\right\|$. On a alors :

$$\boxed{\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{3\,(\overrightarrow{m}.\overrightarrow{r})\;\overrightarrow{r} - r^2\,\overrightarrow{m}}{r^5}}$$

Analogies :

$$\begin{array}{rcl} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} & \longleftrightarrow & \dfrac{\mu_0}{4\pi} \\ \overrightarrow{p} & \longleftrightarrow & \overrightarrow{m} \\ \overrightarrow{E} & \longleftrightarrow & \overrightarrow{B} \end{array}$$

Cas particulier où $\overrightarrow{m} = m\,\overrightarrow{e_z}$:

$$\boxed{\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{m}{r^3}\;(\,2\cos\theta\,\overrightarrow{e_r} + \sin\theta\,\overrightarrow{e_\theta}\,)}$$

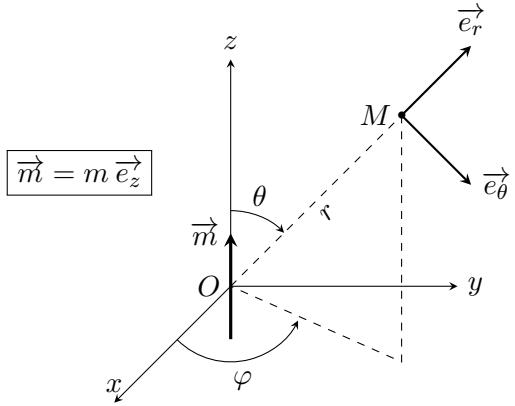


FIGURE 4 –

3) Action d'un champ magnétostatique extérieur sur un dipôle magnétique

Supposons maintenant qu'un dipôle magnétostatique de moment $\overrightarrow{m}$ soit placé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$, dit "extérieur", c'est à dire créé par d'autres sources que le dipôle.

a) Champ extérieur uniforme

Dans le cas où le dipôle est une petite spire de courant, les actions exercées par $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ sur le dipôle sont les forces de Laplace et on sait d'après le cours de magnétostatique qu'elles forment *un couple* :

$$\boxed{\text{Résultante : } \overrightarrow{F_L} = \vec{0} \;\; ; \;\; \text{Moment : } \overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}}$$

où le moment résultant est *indépendant du point par rapport auquel on le calcule.*

On admettra que ce résultat ne dépend pas de la nature du dipôle magnétique (petite spire, atome, aimant, ...)

Les actions magnétiques exercées par un champ magnétostatique extérieur $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ uniforme sur un dipôle magnétostatique quelconque forment un *couple* ($\overrightarrow{F_m} = \vec{0}$) dont le moment résultant est donné par :

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}$$

b) Champ magnétostatique extérieur non uniforme

Dans le cas où la taille L du dipôle magnétostatique est très petite devant la distance caractéristique de variation de $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ on peut se contenter d'un développement limité de $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ à l'ordre 1 au voisinage du centre d'inertie G du dipôle.

On trouve que les actions magnétiques exercées par $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ ont la même expression que pour le dipôle électrostatique, c'est à dire :

$$\boxed{\overrightarrow{F_m} = \overrightarrow{\text{grad}}\left(\overrightarrow{m}.\overrightarrow{B}_{\text{ext}}\right)(G) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\Gamma_G} = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}(G)}$$

On montre aussi que les forces magnétiques exercées sur le dipôle sont conservatives. On peut leur associer l'énergie potentielle :

$$\boxed{E_P^{(\text{magn})} = -\,\overrightarrow{m}.\overrightarrow{B}_{\text{ext}}(G)}$$

appelée *énergie potentielle magnétique du dipôle* :

La résultante des forces magnétiques exercées par $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$ sur le dipôle magnétique peut aussi être calculée grâce à la formule :

$$\boxed{\overrightarrow{F_m} = -\,\overrightarrow{\text{grad}}\,E_P^{(\text{magn})}(G)}$$

où il faut considérer que le vecteur $\overrightarrow{m}$ est constant quand on dérive $E_P^{(\text{magn})}$.

Remarque :

Lorsque l'on dit qu'on place un dipôle magnétique en un point M, cela signifie que son centre d'inertie G est en M.

Bilan de ce chapitre

Points du cours à connaître :

- Modèle du doublet de charges calcul de V et $\overrightarrow{E}$ créés à grande distance (développement limité).
- Définition d'un dipôle électrique. Les différentes façons de calculer le moment dipolaire $\vec{p}$.
- Définition d'un dipôle magnétique.

Exercices à travailler :

- En priorité : 2,3 et mouvement de l'aiguille d'une boussole dans un champ magnétiqu (problème 2 du DM n°11)