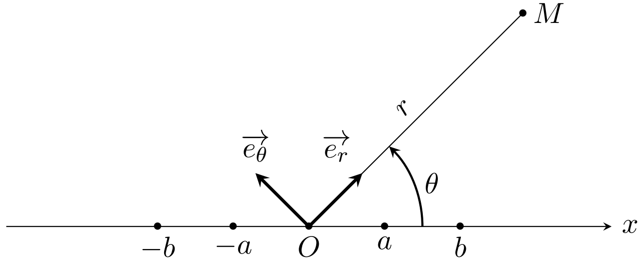
1 Distribution dipolaire de charges

On considère sur un axe Ox la répartition de quatre charges électriques : charge q au point d'abscisse a, charge $-q$ au point d'abscisse $-a$, charge $-q$ au point d'abscisse $b > a$ et enfin charge q au point d'abscisse $-b$.

Déterminer le champ et le potentiel électrostatiques en un point M situé à une distance r de O très grande devant a et b.



2 Polarisabilité d'un atome dans le modèle de Thomson

Dans le modèle de l'atome d'hydrogène proposé par Thomson en 1904, le noyau est une boule de centre O et de rayon a, à l'intérieur de laquelle une charge positive $+e$ est uniformément répartie.

L'électron est une charge ponctuelle négative $-e$, assimilée à un point matériel M, pouvant se déplacer à l'intérieur de cette boule chargée (comme une prune (plum en anglais) dans un pudding (pudding), d'où le nom plum-pudding de ce modèle désormais totalement obsolète) .

1. Déterminer le champ électrostatique créé par la boule uniformément chargée à l'intérieur de celle-ci.
2. En déduire la force exercée sur l'électron et l'écrire sous la forme :
$$\overrightarrow{F} = -k\,\vec{r} \quad \text{où} \quad \vec{r} = \overrightarrow{OM}$$
est le vecteur position de l'électron. Déterminer la position d'équilibre de l'électron. Est-elle stable ?

   On applique en plus à l'atome un champ électrostatique $\overrightarrow{E_0} = E_0\,\overrightarrow{e_x}\,(E_0 > 0)$ uniforme, supposé ne pas modifier la répartition des charges du noyau, qui reste donc une boule centrée sur O et de rayon a.
3. Déterminer les coordonnées (x_e, y_e, z_e) de la nouvelle position d'équilibre de l'électron.
4. Pourquoi l'atome d'hydrogène acquiert-il un moment dipolaire $\vec{p}$? Exprimer la polarisabilité α de l'atome, définie par la relation $\vec{p} = \alpha\varepsilon_0\overrightarrow{E_0}$.

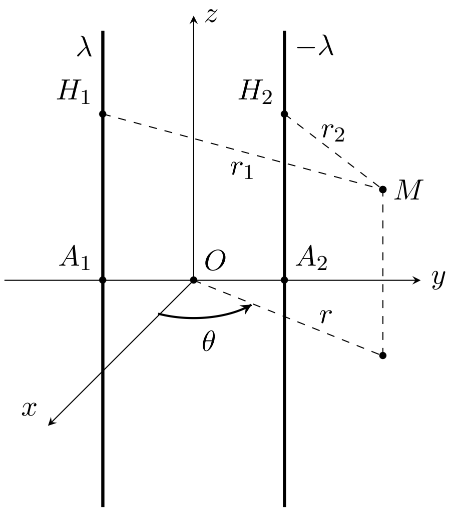
3 Ligne bifilaire

On considère un fil rectiligne illimité porté par l'axe Oz, de densité linéique de charge λ uniforme ($\lambda > 0$). Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z).

1. Déterminer le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ créé en par le fil en M. En déduire le potentiel électrostatique $V(M)$ à une constante près.
2. Deux fils rectilignes illimités (ligne bifilaire), parallèles à Oz portent respectivement les densités linéiques de charges opposées λ et $-\lambda$. On désigne par $A_1(x = 0, y = -a, z = 0)$ et $A_2(x = 0, y = a, z = 0)$ leurs intersections respectives avec le plan (Oxy).

   On note r_1 et r_2 les distances entre un point M quelconque et le premier ou le second fil. L'origine des potentiels est choisie au point origine O du repère.

   a) Quelle est l'expression du potentiel $V(M)$ en fonction de λ et du rapport r_1/r_2 ?



b) Déterminer les expressions de r_1 et de r_2 en fonction de r, a et θ.

c) On suppose que $r \gg a$. À l'aide d'un développement asymptotique de $V(M)$ à l'ordre le plus bas non nul en a/r, donner l'expression approchée du potentiel électrostatique. En déduire dans la même approximation le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$, à exprimer dans la base cylindrique locale $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$.

4 Oscillations d'un petit aimant

Un petit aimant de masse m et de moment magnétique $\overrightarrow{M}$ est suspendu au bout d'une tige rigide de masse négligeable, de longueur L, pouvant effectuer sans frottement des mouvements de rotation autour de l'axe Oz. Le moment magnétique est orthogonal à la tige.

Établir l'équation différentielle vérifiée par θ. En supposant que $|\theta| \ll 1$ discuter de la nature de l'équation horiaire $\theta(t)$ en fonction de la valeur du champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\,\overrightarrow{e_x}$ uniforme, le signe de B pouvant être positif ou négatif.