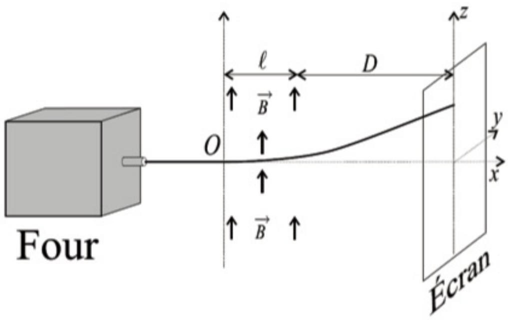
DM n°11
Pour le vendredi 30 janvier 2026

1 Expérience de Stern et Gerlach

Données :
Masse molaire : M(Li) = 6,9 g.mol^{-1} ;
Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1} ;
Masse de l'électron : $m_e = 9{,}11.10^{-31}$ kg ;
Charge élémentaire : $e = 1{,}60.10^{-19}$ C ;
Constante de Planck réduite : $\hbar = h/2\pi = 1{,}055.10^{-34}$ kg.m^2.s^{-1}.

Dans une enceinte, où règne une faible pression, est placé un four contenant du lithium porté à la température T. Le lithium se vaporise et le gaz d'atomes obtenu se comporte comme un gaz parfait monoatomique à la température T. Un ensemble d'ouvertures pratiquées dans le four permet d'obtenir un jet d'atomes de lithium. On suppose que ce jet est monocinétique, ce qui signifie que, à la sortie du four, les atomes ont tous la même énergie cinétique $E_c = 1{,}6.10^{-20}$ J.

On supposera qu'en sortie du four $\overrightarrow{v_0} = v_0\,\overrightarrow{e_x}$. Le poids des atomes de lithium est négligeable dans toute cette expérience.



1) Calculer v_0.

En sortie du four, le jet d'atomes de lithium passe dans une région ou règne un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B(z)\,\overrightarrow{e_z}$ tel que $B(z) = a\,z$ où a est une constante positive (voir Figure). On admet que cette région est de largeur ℓ et qu'en dehors de celle-ci le champ magnétique est négligeable. On constate que le jet est dévié et que son impact sur un écran situé à l'abcisse $d = \ell + D$ se situe à une cote z_0 non nulle.

Cette déviation est explicable par le fait que les atomes de lithium sont porteurs de moments dipolaires magnétiques $\overrightarrow{M}$ constants et que dans la zone où règne le champ magnétique, ils sont soumis à une force magnétique dérivant de l'énergie potentielle $E_p = -\,\overrightarrow{M}.\overrightarrow{B}$ et telle que $\overrightarrow{F_m} = -\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,E_p$

2) Après avoir exprimé cette force, établir en fonction de a, $M_z = \overrightarrow{M}.\overrightarrow{e_z}$ et de E_c la relation entre z et x décrivant la trajectoire d'un atome dans la région où règne le champ magnétique linéaire.

3) Exprimer la cote z_0 en fonction de D, ℓ, E_c, a et M_z.

4) On observe en fait sur l'écran deux taches symétriques par rapport à Ox. Que peut-on en déduire ?

5) On donne : $E_c = 1{,}6.10^{-20}$ J, $a = 10$ T.m^{-1}, $\ell = 10$ cm et $D = 10$ m. On observe $z_0 = \pm$ 3 mm. Calculer les deux valeurs de la composante M_z du moment magnétique des atomes de lithium.

Cette expérience réalisée par les physiciens OTTO STERN et WALTHER GERLACH en 1921 a permis de mettre en évidence la quantification du moment cinétique de spin des atomes étudiés (et a valu le prix Nobel de physique à OTTO STERN en 1943).

6) On admet que le moment magnétique de l'atome de lithium est dû à son unique électron de valence. Celui-ci possède un moment cinétique interne $\overrightarrow{S}$ dit de "rotation propre" et appelé *spin*. À ce spin correspond un moment magnétique :

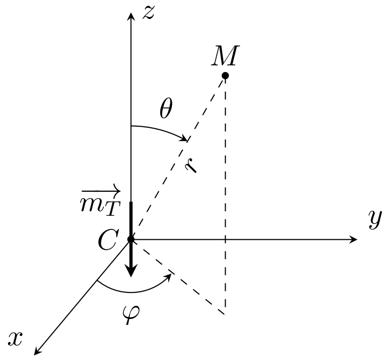
$$\overrightarrow{M} = -\,2{,}000232\frac{e}{2m_e}\,\overrightarrow{S}$$

Déterminer les deux valeurs possibles de la composante S_z en posant $S_z = \alpha\,\hbar$: on déterminera les deux valeurs numériques de α.

2 Mesure de la composante horizontale du champ magnétique terrestre

Données : rayon terrestre $R_T = 6\ 400$ km ; $\mu_0 = 4.10^{-7}$ H.m^{-1}

On admet que le champ magnétique terrestre $\overrightarrow{B}$ est assimilable au champ magnétique d'un dipôle magnétique situé au centre C de la Terre, de moment magnétique $\overrightarrow{m_T} = -\,m_T\,\overrightarrow{u_z}$ ($m_T > 0$).



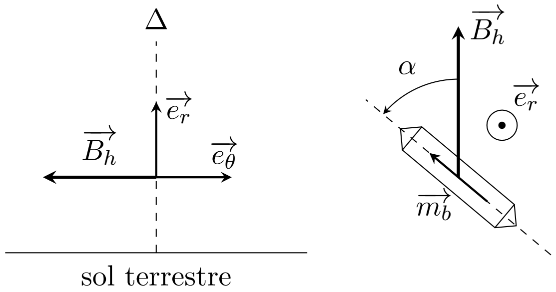
Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées sphériques (r, θ, φ) par rapport à l'axe géomagnétique Cz. Les composantes de $\overrightarrow{B}$ en M s'écrivent :

$$\overrightarrow{B} = B_r\,\overrightarrow{e_r} + B_\theta\,\overrightarrow{e_\theta} + B_\varphi\,\overrightarrow{e_\varphi} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} B_r &= -\dfrac{\mu_0\,m_T}{4\pi}\,\dfrac{2\cos\theta}{r^3} \\[2ex] B_\theta &= -\dfrac{\mu_0\,m_T}{4\pi}\,\dfrac{\sin\theta}{r^3} \\[2ex] B_\varphi &= 0 \end{cases}$$

où $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_\varphi})$ sont les vecteurs unitaires de la base sphérique.

On se propose de déterminer, en un point M de coordonnées (R_T, θ_0, φ) situé à la surface de la terre et à la colatitude θ_0, l'intensité de la composante horizontale $B_h = |B_\theta|$ du champ magnétique terrestre en mesurant les petites oscillations dans un plan horizontal d'une boussole.

Celle-ci est un petit solide qui peut tourner sans frottement autour de son axe vertical Δ. Elle est assimilable à un dipôle magnétique de moment magnétique $\overrightarrow{m_b}$ et de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation. On note α l'angle entre $\overrightarrow{B_h}$ et $\overrightarrow{m_b}$:



1) Quelle est la position d'équilibre stable de la boussole dans le champ magnétique terrestre ? Justifier la réponse.

2) Établir l'équation différentielle du mouvement de l'aiguille soumise au champ magnétique terrestre.

3) En déduire la période T_0 des petites oscillations de cette aiguille en fonction de B_h, J et de la norme m_b du moment magnétique de la boussole.

4) Les valeurs de m_b et J n'étant pas connues, on utilise le champ magnétique $\overrightarrow{B_e}$ créé par une bobine parcourue par un courant électrique pour s'en affranchir.

On place d'abord la bobine de sorte que $\overrightarrow{B_e}$ et la composante horizontale du champ terrestre soient parallèles et de même sens et on mesure la période T_1 des petites oscillations de l'aiguille aimantée. On change ensuite le sens du courant dans la bobine et on mesure la nouvelle valeur T_2 de la période des petites oscillations.

En déduire B_h en fonction de l'intensité B_e du champ magnétique créé par la bobine et du rapport T_1/T_2 (on supposera $B_e < B_h$).

5) Application numérique : en un point M situé à une colatitude $\theta_0 = 50°$, on a mesuré $B_e = 6{,}0\ \mu T$ et $T_1/T_2 = 0{,}78$. Calculer B_h.

6) En déduire le moment magnétique terrestre m_T. Dans quel intervalle varie l'intensité du champ magnétique terrestre $\|\overrightarrow{B}\|$ lorsque θ varie entre le pôle Nord magnétique et le pôle Sud magnétique ?

3 Champ magnétique dans un supraconducteur

Les matériaux supraconducteurs ont des propriétés magnétiques intéressantes : en régime stationnaire, ils "expulsent" le champ magnétique.

On admettra dans ce qui suit que la loi constitutive de certains supraconducteurs est $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{j} = -\Lambda\,\overrightarrow{B}$ *où* $\overrightarrow{j}$ *et* $\overrightarrow{B}$ *sont respectivement la densité de courant et le champ magnétique en chaque point du corps supraconducteur. Dans cette loi,* Λ *(prononcer "lambda") est une constante positive.*

1. Quelle est l'unité de Λ ?
2. En supposant qu'on peut appliquer les équations de Maxwell dans le matériau supraconducteur de perméabilité μ_0 et de permittivité ε_0, exprimer grâce à une formule d'analyse

vectorielle l'équation du second ordre à laquelle obéit le champ magnétique $\overrightarrow{B}(M)$ en régime permanent. La mettre sous la forme :

$$\Delta \overrightarrow{B} - \frac{\overrightarrow{B}}{\delta^2} = \overrightarrow{0}$$

Quelle est la dimension de la grandeur δ ?

On considère qu'un supraconducteur de ce type occupe le demi-espace $x < 0$ et que les sources du champ sont telles que règne dans l'espace extérieur $x \geqslant 0$ un champ permanent uniforme $\overrightarrow{B_0} = B_0 \overrightarrow{e_z}$. La modélisation de la distribution de courant est volumique et n'introduit donc pas de discontinuités spatiales du champ magnétique.

3. En utilisant les invariances du problème, montrer que le champ dans le supraconducteur s'écrit sous la forme :

$$\overrightarrow{B}(M) = B_x(x)\,\overrightarrow{e_x} + B_y(x)\,\overrightarrow{e_y} + B_z(x)\,\overrightarrow{e_z}$$

4. Déterminer l'expression de ce champ $\overrightarrow{B}(M)$ régnant dans le supraconducteur en fonction de x, δ et B_0. En déduire la densité de courant $\overrightarrow{j}$.
5. L'ordre de grandeur du paramètre δ est de 5.10^{-8} m. Commenter.
6. Tracer sans faire de calculs l'allure de $B_z(r)$ dans une symétrie cylindrique où le supraconducteur occupe le volume d'un cylindre creux d'épaisseur $e = R_2 - R_1 \gg \delta$, de longueur L très grande devant son rayon R_2. On suppose que le champ vaut $\overrightarrow{B_0} = B_0 \overrightarrow{e_z}$ dans l'espace intérieur au cylindre creux.